Hoofdstuk 4: Begrip, oordeel en redenering

4.01. De drie basisinhouden der logica

Het begrip, het oordeel, de redenering.

In logica staan drie denkinhouden centraal. Deze zijn: het begrip, het oordeel en de redenering.

Kijken we eerst naar het begrip. Het komt tot stand omdat we een welbepaald gegeven trachten te vatten. In onze geest leggen we er de inhoud van vast die we bovendien van een teken voorzien. Dit teken kan een omschrijving zijn, een woord of een symbool.

Vergelijken we een begrip met een ander begrip, dan kunnen we onze bevinding hierover in een oordeel uitzeggen. Zo konden beginnende lezertjes nagaan of twee woorden o.m. een gelijk begin- of eindrijm hebben. Het oordeel "deze bloem is geel", vergelijkt deze bloem met de kleur geel. Een ander oordeel is b.v. "deze bloem komt van deze plant".

Begrippen en oordelen kunnen tenslotte op een passende wijze worden samengebracht in een redenering. Zo bestaat een syllogisme uit drie zinnen die elk een oordeel uitzeggen waar-in telkens begrippen ter sprake komen. Elk der twee voorzinnen bevat een oordeel. De nazin geeft het besluit. Deze conclusie is de afleiding die uit de beide voorzinnen gemaakt wordt, en is dus ook een oordeel. Zo werd reeds het volgende syllogisme vermeld (1.09):

Alles wat ik niet zelf ervaar, bestaat niet.
Welnu, ik heb zelf geen religieuze ervaring,
dus religieuze ervaringen bestaan niet".

Omdat de eerste voorzin een onbewezen veralgemening is, is de conclusie eveneens met voorbehoud.

Logica kan meteen verwoord worden als de studie van die denkverrichting die van een gegeven werkelijkheid, in voorzinnen verwoord, besluit tot een afleidbare werkelijkheid. Dit besluit wordt in de nazin ter sprake gebracht. Logica bestudeert redeneringen en gaat na of ze al dan niet geldig zijn. M.a.w. logica gaat over werkelijkheden. We zullen verder nog zien dat logica eigenlijk ontologie is, in termen van "indien, dan- zinnen". Het hele syllogisme hierboven kan inderdaad ook hypothetisch geformuleerd worden. We krijgen dan:

Indien wat ik niet zelf ervaar, niet bestaat,
en *indien* ikzelf geen religieuze ervaring heb,
dan bestaan religieuze ervaringen niet.

Gaan we in wat volgt verder in op de drie denkinhouden: het begrip, het oordeel en de redenering.

- Het begrip

Nemen we als voorbeeld volgend syllogisme:

Alle bloemen van deze plant zijn geel.
Welnu, *deze* bloem komt van deze plant.
Dus *deze* bloem is geel.

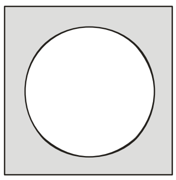
We hebben hierboven al vermeld dat het begrip tot stand komt omdat we een welbepaald gegeven trachten te vatten. Hiermee is duidelijk dat het gegeven er al is voordat ons bewustzijn het vat. Centraal staat in natuurlijke logica niet het woord maar het gegeven waarop het woord slaat. We spreken van een 'toedracht'. Een toedracht is er voordat we ons ervan bewust zijn. Zij is er, los dus van ieder subject, en in die zin 'objectief'.

Nemen we b.v. "deze bloem hier en nu". Het feit dat deze bloem er is, de toedracht, wordt door het bewuste subject opgemerkt in wat men een 'ontmoeting' heet. Ons denken vat plots de aanwezigheid van de bloem. Die ontmoeting kunnen we verwoorden. Pas dan komt het woord "die bloem" of “die bloem hier”. Deze beide verwoordingen slaan op de totale identiteit van die bloem met zichzelf.

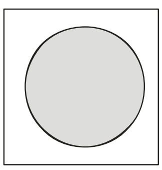
De subjectieve verwerking van de toedracht gaat nog een stap verder wanneer het subject zegt: “Dit is een bloem”. Daarmee wordt deze singuliere bloem hier en nu in de verzameling der 'bloemen' gesitueerd. De term “Dit is een bloem” slaat inderdaad op haar deelidentiteit als lid van die verzameling. Er is deelidentiteit van die ene bloem met de andere leden van die verzameling. Dergelijke ‘deelidentiteit’ heet in de wiskunde “gemeenschappelijke eigenschap”. Deze eigenschap is ‘gemeenschappelijk’ voor zover zij in alle exemplaren identisch is. Het feit dat een eigenschap ‘gemeenschappelijk’ is, stelt juist een type ‘identiteit’ voorop.

Zo komt ook de toedracht “alle bloemen”, “deze plant” en ‘geel’ als een ken- en denkinhoud, als een begrip, in ons bewustzijn. We voorzien deze van een teken, hier dus een woord, zodat we de denkinhouden minstens al op een innerlijke wijze hebben verwoord.

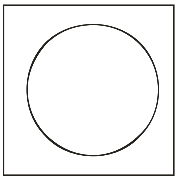
Verder kunnen we begrippen als “alle bloemen” weergeven in zogenaamde venndiagrammen, naar de Engelse wiskundige en filosoof John Venn (1834 /1923). Om sommige logische relaties te verduidelijken is het gebruikelijk ze in een aantal gevallen te omsluiten met een vierkant of rechthoek. Zo stelt de witte cirkel hieronder de verzameling voor van “alle bloemen”. Het lichtgrijze deel, dat erbuiten valt, bevat geen enkele bloem.



Wat niet tot “alle bloemen” behoort, valt buiten dus deze verzameling. Men spreekt ook van het complement van “alle bloemen”. In de figuur hieronder stelt het witte deel buiten de cirkel dit complement voor.



Merken we nog op dat de verzameling van alle bloemen, samen met alles wat hier niet toe behoort, de hele werkelijkheid uitmaakt. Hetzelfde kan gezegd worden van “deze bloemen” en alles wat buiten “deze bloemen” valt. Of van alles wat geel is, en wat niet geel is. Algemener gezegd, om het even welk begrip, tezamen met het complement ervan, verzamelt alles wat bestaat. In de figuur hieronder, waarbij zowel een begrip als het complement van dit begrip wit zijn, kan zo de hele werkelijkheid grafisch weergegeven worden. Er is geen enkele “grijze zone”. Niets valt buiten een begrip en zijn complement.



- Het oordeel

Bekijkt iemand de bloemen van deze plant met aandacht, dan besluit hij of zij b.v. dat ze allemaal geel zijn. Hiermee zit men in een verdere fase van verwerking van de toedracht. “Deze bloem is geel” is inderdaad al het stadium van het oordeel.

Ook andere waargenomen denkinhouden kunnen samengebracht worden in een oordeel. Zo b.v.: “Alle bloemen van deze plant zijn geel”. Deze zin vat ze samen in één totaalbegrip en dus ook in één denkinhoud die bestaat uit de deelbegrippen:’ bloemen’,’ plant’, ‘geel’, ‘alle’, ‘deze’, ‘zijn’, en ‘van’, en dit samen met de leestekens. Ook de punctuatie is een deelbegrip want leestekens als punten en komma’s betekenen iets en zijn dus ook ken- en denkinhouden.

Oordelen is een origineel verbinden aan een model.

Kijken we naar de logische structuur van het oordeel. Het onderwerp “alle bloemen van deze plant”, geldt als het origineel dat op waarheid (op informatie) wacht. Het onderwerp wordt vervolgens met het gezegde verbonden door het werkwoord ‘zijn’. Het gezegde ‘geel’, geldt als het model dat waarheid (het geel zijn) verschaft. Oordelen is van een origineel (onderwerp) een model (gezegde) uitzeggen. Van het onbekende origineel wordt een bekend model uitgezegd. Men denkt iets met inbegrip van iets anders, men vergelijkt. Wie oordeelt, neemt stelling tegenover het bestaan (de existentie) en zijnswijze (de essentie) van wat in begrippen gevat wordt. Andermaal blijkt dat oordelen in de grond een kwestie van waarheid is. Wil men eerlijk zijn dan kan men hier niet anders dan beamen dat deze bloemen geel zijn.

Verwijzend naar de ABC-theorie zouden we het ook zo kunnen verwoorden: Intentioneel gezien is een oordeel altijd: over iets (A) wordt door iemand (subject, persoon) (B) iets gezegd (C). M.a.w. in logische taal: “Indien A (onderwerp) en B (oordelende persoon) ge-kend, dan wordt het gezegde (C) begrijpelijk”. Een oordeel is enkel begrijpelijk indien men het ziet als de uiting van iemand die, hoe ondoordacht ook, weet wat oordelen is. In dit ‘ondoordachte’ kunnen eigenzinnigheid, rechtzinnigheid en voorkeursgezindheid van diegene die oordeelt, eventueel mee worden afgebeeld.

Een oordeel is waar, onwaar of onder voorbehoud.

In logica is een oordeel (uitspraak, bewering) waar, onwaar of onder voorbehoud. Een dergelijke uitspraak, bewering of oordeel noemt men een propositie. Men spreekt daarom ook van ‘propositielogica’. Als resultaat van een denkact leidt het tot een betekenisvolle uitdrukking die waar of vals kan zijn. Gaan we een aantal uitspraken na.

“Alle bloemen van deze plant zijn geel” is een ware propositie.

“Deze bloemen zijn van deze plant” is een ware propositie.

“Deze bloemen zijn geel” is een ware propositie.

“Een peer is een vrucht” is een ware propositie.

“Een peer is een dier” is een onware propositie.

“Ik vind dat je een erg aangenaam mens bent” is een mening, geen propositie.

“Je bent een erg aangenaam mens” is een propositie.

“Is deze peer sappig?” is een vraag, geen propositie.

“Deze peer is sappig” is een propositie.

“Ik wou dat de zon scheen”, is een wens, geen propositie.

“De zon schijnt” is een propositie..

“Je komt er niet in!” is een bevel, geen propositie.

“Hij komt er in”, is een propositie.

“Als het regent, worden de straten nat”, is een propositie.

De symbolen: “Input N: A = 1: T = 2 tot N: A = A x T: Next T: Print A” vormen geen propositie maar vormen een computerprogramma om de faculteit van een getal te berekenen. Het is vergelijkbaar met een bevel. Men ‘verplicht’ een computer om iets te doen. De faculteit van een natuurlijk getal N is het product van de getallen 1 tot en met dat getal N. Zo is 4 faculteit het product van de getallen 1 tot en met 4: 1 x 2 x 3 x 4 of 24. We lichten het verder in dit boek (4.03.2.) nog toe.

Is het oordeel met voorbehoud, dan zegt men ook dat het restrictief of beperkend is. “Morgen zal het regenen” is een propositie onder voorbehoud. Slechts morgen zal men kunnen nagegaan of ze waar of vals zal zijn. De propositie: “Alle bladeren van deze plant bevatten stekels op voorwaarde dat deze plant tot volle wasdom is gekomen” is eveneens onder voorbehoud. Ook de uitdrukking “x + 4 = 6” is dat. Ze is enkel waar indien x de waarde 2 heeft. Voor elke andere waarde van x is ze onwaar.

Indien het gezegde zonder meer van toepassing is op het onderwerp, dan is er een waar, een bevestigend of affirmatief oordeel. Zo: “Alle bloemen van deze plant zijn geel”. Of nog: 6 = 6.

Indien het gezegde in tegenspraak is met het onderwerp, dan is er een onwaar, een ontkennend of negatief oordeel. Zo: “Alle bloemen van deze plant zijn niet geel”. Of nog: 6 is niet gelijk aan 5.

Oordelen zijn definiërend, analogisch of contradictorisch.

Verwijzen we andermaal naar de identitieve structuur van de logica. In het definiërend oordeel is het tweede deel, het gezegde of definiëns evenwaardig met het onderwerp of definiendum. Model en origineel zijn dan omwisselbaar. Zo zagen we dat er naar begrip een totale gelijkenis is tussen enerzijds ‘de cirkel’ en anderzijds “de meetkundige plaats van alle punten die op eenzelfde afstand van een vast middelpunt liggen”. Verklarende woordenboeken staan vol van definiërende oordelen.

De analogische oordelen vervallen in twee types: het gezegde kan ofwel gelijkenis vertonen met het onderwerp, ofwel samenhang. Nemen we het oordeel: “Alle bloemen zijn geel”. Het gezegde is een gelijkenismodel want alle bloemen lijken onderling op elkaar uit oogpunt van hun geel zijn. Het oordeel “deze bloemen behoren tot deze plant “, heeft als gezegde een samenhangsmodel. De bloemen lijken niet op de plant maar hangen ermee samen.

Een contradictorische of inconsistent oordeel zoals “dit is een vierkante cirkel” (2.04), behelst een innerlijke tegenspraak. Het definiendum is hier totaal niet identisch met het definiëns.

- De redenering

Het subject kan in een verder stadium van verwerking van de toedracht zeggen: “Deze bloem is geel, en dat is niet verwonderlijk, want deze bloem komt van deze plant en bij nader toezien blijkt dat alle bloemen van deze plant geel zijn”. De vaststelling: “Deze bloem is geel” behoort nog tot het stadium van het oordeel. Maar de toevoeging “en dat is niet verwonderlijk want bij nader toezien blijkt dat alle bloemen van deze plant geel zijn” is het stadium van verwerking door het subject. Die verwerking is reeds een volwaardige redenering. Dat blijkt uit het gebruik van de deelterm 'want'. Die redenering kan evengoed verwoord worden als:

“*Alle* bloemen van deze plant zijn geel”.
“Welnu, *deze* bloemen behoren tot deze plant”.
“Dus zijn *deze* bloemen geel.”

Zoals gezegd kunnen bij elkaar passende oordelen samen een redenering vormen. Het syllogisme bestaat uit drie oordelen. Elk der twee voorzinnen bevat een oordeel. Hierbij dringt zich de vraag op: “Wat kan ik uit die twee voorzinnen afleiden?”. De nazin is dan het logische besluit en is ook een oordeel. Een oordeelszin is waar, onwaar of onder voorbehoud. Maar van een redenering zegt men dat ze geldig of ongeldig is. We komen er zo dadelijk op terug.

Formele logica is geen toegepaste logica.
Hernemen we de redenering:

Alle bloemen van deze plant zijn geel.
Welnu, *deze* bloemen behoren tot deze plant.
Dus zijn *deze* bloemen geel.

De drie oordelen staan in een mededelende vorm, men zegt dat ze categorisch geformuleerd zijn. Uit de beide voorzinnen besluiten we dat deze bloemen in feite geel zijn. We hebben hier te maken met wat men “toegepaste logica” noemt.

Toch ligt bij het logisch redeneren de klemtoon niet direct op de praktische toepassing, wel op het formele karakter van de redenering. Van twee gegeven voorzinnen redeneert men tot een geldige conclusie. Logica werkt in wezen met voorwaardelijke of hypothetische zinnen, niet met categorische. Herschrijven we de redenering van hierboven in haar voorwaardelijke vorm, d.i. met het gebruik van de “indien…, dan…”-structuur.:

Indien *alle* bloemen van deze plant geel zijn,
en indien *deze* bloemen tot deze plant behoren,
dan zijn *deze* bloemen geel.

Men ziet dat de redenering nu niet toegepast wordt op een feitelijke, op een bestaande situatie - en dus geen toegepaste logica is -, maar dat ze abstract, algemeen, meer ‘formeel’ wordt verwoord. Men spreekt van “formele logica”. Indien de voorwaarden in de beide voorzinnen vernoemd, gelden, dan leidt dit tot het besluit zoals het in de nazin verwoord wordt. Dit mag op het eerste gezicht een vergezocht onderscheid lijken. Toch heeft dit zijn belang. Illustreren we dit met de volgende formele redenering:

Indien alle walvissen vissen zijn,
en *indien* dit exemplaar een walvis is,
dan is dit exemplaar een vis.

Vertrekkend van de beide voorzinnen, wordt op een logisch correcte wijze doorgeredeneerd tot een geldige afleiding. Men merkt de hypothetische verwoording ervan (indien…, dan…). Formeel gezien, als formele logica, is dit een geldige redenering. Indien de beide voorzinnen waar zijn, dan is de conclusie geldig. Herschrijven we deze redenering, nu niet hypothetisch, maar categorisch, stellend, gewoon meedelend:

Alle walvissen zijn vissen.
Welnu, *dit exemplaar* is een walvis.
Dus *dit exemplaar* is een vis.

Formeel gezien, als formele logica blijft ze even geldig, want van twee gegeven voorzinnen wordt logisch streng tot de nazin besloten. *Als* de twee voorzinnen juist zijn, maakt men geen logische fout door te besluiten: “dus dit exemplaar is een vis”. We zegden ‘*als*’. Maar als toegepaste logica, als echte wetenschap, is het besluit onwaar. Walvissen zijn geen vissen, maar zoogdieren. Hun jongen worden gezoogd. Walvissen hebben longen, geen kieuwen. Het oordeel in de eerste voorzin: “alle walvissen zijn vissen” is onwaar.

Formele logica, logica die er zich toe beperkt om uit gegeven zinnen logisch andere zinnen juist af te leiden, let op wat met de gegeven begrippen samenhangt of erop gelijkt. Formele logica - men spreekt ook van theoretische logica - is dus geen toegepaste logica. Logica heeft niet als taak de werkelijkheid te bestuderen zoals de wetenschap dat doet. Maar anderzijds past elke wetenschap logica toe. Elke wetenschap is een vorm van toegepaste logica op een welomschreven deel van de werkelijkheid. Zo barst b.v. de natuurkunde van toegepaste logica. Toegepaste logica staat stil bij de onuitputtelijke rijkdom aan mogelijkheden zoals die in het dagelijkse leven en in de wetenschappen te vinden zijn.

Tot zover enkele inleidende beschouwingen bij het begrip, het oordeel en de redenering, de drie basisinhouden der logica. In wat volgt gaan we op elk ervan dieper in.

4.02. Begrippen

Het onderscheid tussen 'woord', 'term' en 'begrip'.

- "Een woord" wordt door *Van Dale*[1] gedefinieerd als het kleinst isoleerbare zinsdeel. Zo bestaat de zin: "hier is een jong meisje", uit 5 woorden.

- "Een term" is een woord of een uitdrukking met een scherp omlijnde betekenis. De uitdrukking: "een jong meisje" bestaat uit de drie woorden: 'een', 'jong' en 'meisje', maar de uitdrukking: "een jong meisje" is slechts één enkele term. Men ziet dat een term uit een meervoud van woorden of tekens van allerlei aard kan bestaan

- "Een begrip" is een denkbeeld zoals men het zich eigen gemaakt heeft. Zoals o.m. Peirce (1.06) verduidelijkte, zijn onze subjectieve begrippen niet steeds in overeenstemming met de objectieve werkelijkheid.

Ik kan met het verstand vatten wat met "een jong meisje" bedoeld wordt en zo tot een algemene voorstelling ervan komen. In die zin is een begrip verwant met wat men gewoonlijk onder een idee verstaat: een gedachtevoorstelling. *Lahr*[2] definieert een begrip (notie, concept) als een werkelijkheid voor zover dat in onze geest gegeven is. We spreken ook van een begripsinhoud of een denkinhoud.

Begripsinhoud en begripsomvang.

Bij elk begrip kan men twee aspecten onderscheiden; elk begrip heeft een inhoud maar ook een omvang. *Jevons*[3] zegt dat de begripsinhoud van een gegeven neerkomt op wat onze geest kent en denkt over dat gegeven: zo b.v. 'meisjes'. Onze geest weet onmiddellijk waarover het gaat. De begripsomvang slaat op de verzameling waaraan de begripsinhoud beantwoordt, nl. op "alle meisjes". De omvang is hier zeer ruim.

Vergroten en verrijken we nu de begripsinhoud door er nog eigenschappen aan toe te voegen. Zo willen we niet langer alle meisjes maar b.v. alleen maar jonge meisjes. Er zijn minder jonge meisjes dan er meisjes zijn. De begripsomvang wordt nu heel wat kleiner.

Beperken we ons vervolgens tot die jonge meisjes die Sofie heten, dan vergroot de begripsinhoud. Het betreft dan meisjes die jong zijn en die bovendien Sofie heten. De begrips-omvang verkleint verder. Hoe rijker de inhoud, hoe armer de omvang, en omgekeerd.

De inhoud en omvang van ons begrip worden nu weergegeven met de term: "al wat een jong meisje is en Sofie heet". Hierbij slaat "al wat … is" op de omvang. De deeltermen "een jong meisje dat Sofie heet" slaan op de inhoud. De begripsinhoud slaat op eigenschappen die samen één inhoud uitmaken. De begripsomvang is dat waarop de inhoud 'slaat'.

De definitie van een begrip

Er zijn een aantal manieren waarop men tot de definitie van een begrip kan komen. Men kan de inhoud en omvang ervan weergeven, het opvallendste opsommen of tenslotte kan men trachten om het individuele te definiëren.

Inhoud en omvang weergeven.

Een definitie is een wezensbepaling, een omschrijving van een begrip waardoor het zich van de rest van de werkelijkheid onderscheidt. *Van Dale*[4] zegt dat een definitie een samenvattende omschrijving is van de kenmerken van een begrip, zodat het niet met een ander begrip verward kan worden. In deze definitie geeft de term "een samenvattende omschrijving" de omvang weer, en de term "de kenmerken van een begrip" slaat op de inhoud.

De *omvang* van een begrip beschrijven, houdt in dat men een opsomming geeft van alles waarop de inhoud van het begrip van toepassing is. Indien alle en enkel alle exemplaren van een verzameling of alle en enkel alle delen van een stelsel opgesomd worden, dan geeft dat een geldige indeling van de omvang van een begrip. De elementen of delen moeten onderling onherleidbaar zijn. Wel moeten ze samen één gegeven uitmaken. Ze zijn onderscheiden maar niet gescheiden. Een opsomming moet volledig zijn maar mag geen overbodige bestanddelen bevatten.

De *inhoud* van een begrip beschrijven, houdt in dat men een indeling geeft van alle - en enkel alle - kenmerken die op de omvang van het begrip van toepassing zijn. Een volledige opsomming en een volledige indeling leiden tot een geldige definitie.

In de woorden van een definitie mag datgene wat gedefinieerd wordt niet opnieuw voorkomen. Zo kan een vierkant gedefinieerd worden als een vlakke figuur met vier gelijke zijden en vier rechte hoeken. De definitie mag b.v. niet vermelden dat een vierkant een vierkantige figuur is. Een goede definitie bevat ook geen synoniemen van het begrip dat moet gedefinieerd worden. Men kan zich afvragen of een doorgezet definiëren zonder in herhaling te vallen, uiteindelijk wel mogelijk is.

Het opvallendste opsommen.

Bij het opsommen van het opvallendste (Latijn: “a potiori”) geeft men enkel het meest kenmerkende van wat moet ingedeeld of opgesomd worden. Als een volledige opsomming niet mogelijk is dan kan een onvolledige opsomming al voldoende informatie bevatten om verwarring met iets anders te voorkomen. Illustreren we met een a potiori opsomming van het tirannieke kind.

Opvoedkundigen en psychologen kunnen dit kind als volgt schetsen: “Een kleine tiran leeft als een ongestrafte. Hij wordt door zijn ouders overgewaardeerd en is op materieel gebied een bedorvene. Hij aanvaardt enkel teleurstellingen indien hij daarvoor toegevingen krijgt. Hij weet te verleiden en chantage te plegen. Hij beschouwt medemensen als zijn dienaren. Wordt hij door anderen verworpen, dan lokt hij dit vaak zelf uit. Hij vertoont een schijn-rijpheid, lijkt ongevoelig en raakt zeer snel gedemotiveerd. Hij is helemaal niet gelukkig”.

Ouders en opvoeders zijn door een aantal losse kenmerken tot dit ‘beeld’ van het tirannieke kind gekomen, dat in vele gevallen zijn praktische bruikbaarheid bewijst. Het is het resultaat van een opsomming van eigenschappen, die zo nauwkeurig mogelijk “het wezen” van het tirannieke kind onderscheidbaar maakt van alles wat er niet toe behoort. Omdat deze werkwijze meestal erg onvolledig is, wordt hier geen strikte definitie bereikt.

Het individuele definiëren

Wil men het individuele definiëren dan geldt ook hier de regel dat het om het hele gegeven en alleen maar dat gegeven gaat. Bij gebrek aan een algemene definitie, valt men terug op losse kentrekken. Men verzamelt deze totdat men er zeker van is dat het wezen van het individuele gegeven weergegeven is. In die opsomming van kentrekken die zo ontstaat, is de (eigen)naam belangrijk, want dit is de enige ‘eigenheid’ die niet universeel mag zijn. Men definieert door op te sommen totdat het eenmalige onderscheidbaar wordt. Illustreren we met een voorbeeld.

Zo werd Jozef de Veuster (1840 /1889) in 1864 tot priester gewijd. Op 10 mei 1873 kwam hij aan op Molokai, Hawaï, waar de melaatsen in afzondering leefden op de kale landtong Kalaupapa. Zijn komst betekende een keerpunt voor hen. Hij bracht er terug orde in hun enigszins verwilderde samenleving, bouwde huizen en een school en verbeterde er de materiële en hygiënische levensvoorwaarden. In 1884 kreeg hijzelf lepra. Hij stierf er in 1889, 49 jaar oud. Zijn zelfopoffering fascineert nog steeds de hele wereld. In 1995 werd hij door Paus Johannes Paulus II zalig, en in 2009 door Paus Benedictus XVI heilig verklaard. Hij werd in 2005 in een verkiezing, georganiseerd door de Vlaamse tv zender VRT, verkozen tot de grootste Belg.

Ziedaar de ‘invulling. Ze laat ons toe een definitie te construeren van een personage uit de geschiedenis. Met het toevoegen van steeds meer kenmerken kan het uiteindelijk slechts om één welbepaalde persoon gaan.

Een goede definitie ordent en deelt in.

Een goede definitie van een begrip onderscheidt dit begrip van de rest van de werkelijkheid en situeert het in het geheel van alles wat bestaat. Zo beschouwd, ordent een definitie mee een deel van de werkelijkheid. Men kan een begrip nauwkeurig situeren door stapsgewijs de omvang te verkleinen en de inhoud te vergroten. Een vierkant kan zo gedefinieerd worden als: “een vlakke figuur, met vier hoeken, vier gelijke zijden, en alle hoeken zijn bovendien recht”. Men ziet dat met elk nieuw kenmerk de omvang verkleint, maar de inhoud vergroot. Niet alle vlakke figuren hebben vier hoeken. Niet alle vlakke figuren met vier hoeken hebben gelijke zijden. Niet alle vlakke figuren met vier hoeken en gelijke zijden hebben rechte hoeken.

Uiteindelijk rest ons enkel het vierkant en dus is de definitie nauwkeurig. Zo ordent en definieert de mens de werkelijkheid via een systeem van vele gemeenplaatsen en gezichtspunten.

Er bestaan verschillende classificatiesystemen. Men onderscheidt empirische en conceptuele systemen.

- Empirische systemen steunen, zoals de naam insinueert, op feitelijke, concrete gegevens. Hiertoe behoren o.m. de binominale nomenclatuur, de tweeledige naamgeving waar de plantkundige Carolus Linnaeus (1707 /1778) bekend voor werd. Zijn werkwijze stond aan de wieg van de zoölogische nomenclatuur. Linnaeus gaf elke soort zowel een geslachtsnaam als een soortnaam.

Zo kan de gewone paardenbloem (Taraxacum officinale) als volgt gesitueerd en gedefinieerd worden. Ze behoort tot het rijk der planten, de stam der landplanten, de klasse der zaadplanten, de orde der asterales, de familie der composieten, de onderfamilie der cichorioideae, de groep der cichorieae, het geslacht taraxacum en uiteindelijk is haar soortnaam Taraxacum officinale.

Een binominale nomenclatuur wordt eveneens toegepast bij dieren en bacteriën. Zo hebben we de biologisch definitie van de mens al vermeld (2.03). Denken we als classificatiesysteem ook aan de al aangehaalde tabel van Mendelejev, die alle scheikundige elementen volgens hun atoomnummer en opvallende eigenschappen rangschikt. Of verwijzen we naar de New General Catalogue (NGC), de algemeen aanvaarde classificatie van sterren, nevels en gaswolken.

- Conceptuele systemen worden o.m. aangewend om informatie snel te kunnen vinden. Hiertoe behoren b.v. het Siso systeem (Schema voor Indeling van de Systematische catalogus in Openbare bibliotheken). Afhankelijk van de inhoud krijgt een boek een welbepaald nummer. Wie in die nummering thuis is, kan dan ook aan de hand van het nummer dat een boek heeft, weten welk onderwerp in het boek behandeld wordt.

De vele zogenaamde zoekmachines op internet zijn eveneens conceptuele systemen. Ook hier bereikt men vlugger het gezochte als de meest opvallende trefwoorden ervan worden ingegeven.

4.02.1. De inductie

Een definitie van een begrip kan de inhoud en omvang omschrijven. Een definitie kan ook het opvallendste of het meest eigene weergeven. Dat werd in het vorige hoofdstuk toegelicht. Maar ook via inductie kan men tot het wezen van een gegeven doordringen. De summatie inductie vat gegevens samen. De amplificatieve inductie veralgemeent van vastgestelde gegevens tot vaststelbare gegevens. Gaan we vooreerst in op de summatieve inductie.

De samenvattende of summatieve inductie

Het Latijnse woord ‘summa’, betekent ‘som’ of ‘samenvatting’. Summeren houdt dan ook in dat men de som maakt van alle elementen van een verzameling (distributief) of van alle delen van een geheel (collectief). Men spreekt van een summatieve inductie.

Phil. Kohnstamm[5], illustreert hoe Inge, zijn kleindochter van 2 jaar, reeds tot een summatieve inductie komt. Zij zit op haar stoel aan tafel, samen met haar ouders. Ze bekijkt even haar moeder en vervolgens haar vader. Dan zegt ze: “Inge 'toel’ zit”. Papa ‘toel’ zit. Mama 'toel’ zit”. Na een kleine pauze besluit ze: “Alle 'toel’ zit”. Zij redeneert van ieder afzonderlijk naar allen tezamen. Op haar jeugdige leeftijd maakt zij reeds een samenvattende inductie.

Een gids die een aantal toeristen in een stad rondleidt en ze b.v. laat kennismaken met alle aspecten van een middeleeuwse kathedraal, zal tevreden zijn als hij zijn publiek een beeld kan meegeven van het geheel dat die kathedraal is. Bij elke plaats in de kerk waar hij even halt houdt om toelichting te geven, zal hij er zich van overtuigen dat de groep telkens weer volledig is. We zien tweemaal een summatieve inductie, eenmaal collectief (komen alle aspecten van het geheel der kathedraal tot hun recht?) en eenmaal distributief (Is iedereen aanwezig?). De termen “alle aspecten van het geheel” en ‘iedereen’ wijzen erop dat de gids aandacht heeft voor het systeem dat de kathedraal is, maar eveneens voor de verzameling die gevormd wordt door de toeristen.

Ch. Lahr[6] zegt dat men onder ‘inductie’ die verstandelijke bewerking verstaat, die van het singuliere tot het universele besluit. Van Dale[7] spreekt van een redeneren waarbij men van het bijzondere naar het algemene gaat.

De inductie heeft dan blijkbaar twee aspecten. Enerzijds is er het *veralgemenen*; de denkbeweging die in een verzameling van elk element afzonderlijk naar alle elementen samen veralgemeent. En anderzijds is er wat we het ‘*veralgehelen*’ kunnen noemen; de denkbeweging die van afzonderlijke delen van een geheel besluit tot dat geheel. Ofschoon de term ‘veralgehelen’ niet echt Nederlands is, voeren we hem in naar analogie met de term ‘veralgemenen’. We ‘veralgemenen’ tot de totale verzameling, we ‘veralgehelen’ tot het geheel, tot het hele systeem.

Als iedereen afzonderlijk aanwezig is (distributief) bij de volgende stop in de kathedraal, besluit de gids dat ze er allen gezamenlijk zijn. Als elk aspect van de kathedraal dat hij wilde tonen (collectief), gezien is, stelt de gids dat alle aspecten getoond werden.

Schuilt in deze samenvatting een moeilijkheid? Voor jan modaal zeker niet, het is de evidentie zelf. Als iedereen er afzonderlijk is, dan zijn ze er allen samen. Als ieder aspect afzonderlijk getoond werd, dan kwam het geheel van de kathedraal heel zeker tot zijn recht.

Het mag verbazen, maar toch wordt die denkbeweging niet door iedereen aanvaard. Voor sommigen gaat dit een stap te ver. Zij stellen zich de vraag waarop men steunt om van “ieder element afzonderlijk” naar “alle elementen samen” of om van “ieder deel afzonderlijk” naar “het hele systeem” te besluiten? Dit is eigenlijk de vraag naar de bestaansreden van de summatie inductie. Waarop steunt men om zo te summeren? Met welk recht veralgemeent men of ‘veralgeheelt’ men? De geschiedenis kent enkele logici die vinden dat zulke een denkbeweging ongeoorloofd is.

Eén van hen was de filosoof Sextus Empiricus. Hij leefde in de 2de of 3de eeuw en meende dat we onze oordelen over zowat alles moeten opschorten omdat we zelden over een absolute zekerheid beschikken. Dus kunnen we ook niets met zekerheid zeggen over de denkbeweging die van “ieder afzonderlijk” besluit tot “allen samen”, of van ieder onderdeel tot het geheel. Besluit men toch tot die sprong, dan is dat voor Sextus niet meer dan een ‘geloof’, maar het geeft geen zekerheid. Wij ‘geloven’ dat we van het bijzondere tot het algemene kunnen besluiten. Wij ‘geloven’ dat we van het onderdeel naar het geheel kunnen gaan. Zijn uiterst sceptische houding maakte het hem gewoon onmogelijk om tot veralgemening of ‘veralgeheling’, tot wat men “universele begrippen” heet, te komen.

Ook eeuwen later verwierp de Schotse filosoof David Hume (1711 /1776) de inductief verworven kennis. Hij betoogde dat kennis enkel en alleen via de zintuigen verkregen wordt. Generalisaties, de sprong van één of sommige naar alle, of van één deel of sommige delen naar het geheel besluiten, gaan volgens hem verder dan dat wat de ervaring ons biedt en is daarom niet gerechtvaardigd.

Dat men tot generalisaties, tot algemene begrippen kan komen, wordt dus door een aantal denkers, zelfs tot in onze tijd, nog steeds geloochend. Sir G.J. Warnock (1923 /1995) was prof aan de universiteit van Berkeley, Californië, en ook hij geloofde niet in het bestaan van algemene begrippen, en dit in overeenstemming met de langdurige Angelsaksische traditie waar ook Hume deel van uitmaakte. Hij beweerde dat er enkel singuliere werkelijkheden zijn.

De Britse filosoof B. Russell (1.08, 1.10, 3.02)) was het met dit extreem nominalistische standpunt van zijn tijdgenoot niet eens. Hij bekritiseerde het aan de hand van een fictief verhaal over een primitieve volksstam die bij een rivier woonde. De leden van de stam kenden wel de woorden ‘voorn’, ‘forel’, ‘baars’, en ‘snoek’, maar niet het algemene begrip ‘vis’. Waarom zou je er overigens een woord moeten voor hebben als het toch steeds om een voorn, een forel, een baars of een snoek gaat? Zo meenden zij. Zij vonden het dan ook zinloos om over woorden te beschikken voor iets wat niet bestaat. Toen zij op een dag een zalm, een hen onbekende vis vingen, hadden zij geen samenvattend woord om hem te benoemen en moesten spreken over een niet-voorn, een niet-forel, een niet-baars en een niet-snoek. Maar het hogere begrip ‘vis’ was hen onbekend. Tot zover Russells’ verhaal. Hij wilde aantonen dat het ontbreken van algemene begrippen het denken juist bemoeilijkt en helemaal geen besparing van woorden geeft, maar juist tot meer woorden leidt. De term ‘vis’ vat veel soorten samen - wat een summatieve inductie is - en komt wat het gebruik van woorden betreft, veel spaarzamer uit.

Bochenski[8], formuleert de summatieve inductie in een strikt logische taal als volgt:

Voorzin 1: a, b, c, ... z, zijn elementen van de klasse k.

Voorzin 2: Welnu, a, b, c, ... z, zijn al haar elementen en vertonen ieder de eigenschap E.

Nazin: Dus vertonen al haar elementen de eigenschap E.

Toegepast op het voorbeeld van de gids die bij de kathedraal de toeristen rondleidt:

Voorzin 1: a, b, c, ... z, zijn leden van de verzameling toeristen die hij leidt.

Voorzin 2: Welnu, a, b, c, ... z, zijn alle leden van de verzameling toeristen die hij leidt.

Nazin: Dus behoren al die leden tot de verzameling toeristen die hij leidt.

Besluiten we dat men bij het summeren samenvat wat van ieder lid van een verzameling, of van ieder onderdeel van een systeem afzonderlijk werd vastgesteld. Hiermee is duidelijk dat summeren niet zonder zin is. Het vat gegevens samen en dit op grond van ‘veralgemening’ of ‘veralgeheling’.

Een toemaatje:

Onderwijzer:

- “Jantje, ken je de letters van het alfabet al?”
- “Ja meester”.
- “Welke letters komen er na de ‘a’?”
- “Al de andere, meester”.

Daar waar de onderwijzer verwacht dat Jantje de resterende elementen van de verzameling (de letters van het alfabet) zal benoemen, maakt Jantje er zich van af door ze samen te vatten.

De vergrote of amplificatieve inductie

Men kan deze vorm van inductie niet langer voor alle gevallen nagaan, doch men beperkt zich tot sommige, tot een aantal steekproeven. Dit b.v. omdat het gewoon onmogelijk is om alle gevallen of alle delen na te gaan. Aan de hand van wat onderzocht werd, tracht men zich een beeld te vormen van wat nog niet onderzocht werd. Vanuit niet alle elementen of niet alle delen besluit men tot de hele verzameling of tot het hele systeem. Men spreekt van een vergrote of amplificatieve inductie.

Herinneren we hier aan de fenomenologische werkwijze. We zegden al dat fenomenologie eerst wil beschrijven, pas dan veralgemenen (1.04). Men tracht vooreerst tot een empirische weergave van het gegeven te komen, daarna tot een eidetische. Wie tot het wezen van “een jong meisje” wil komen, beperkt zich niet tot één meisje, maar tracht het wezen van alle jonge meisjes te vatten en dat weer te geven. Men ziet dat deze eidetische reductie al een vorm van generalisatie is.

Illustreren we verder en nemen we een zak met hierin een aantal bonen. Zijn de bonen die men bij wijze van steekproef uit een zak neemt, wit, dan kan men veralgemenen dat alle bonen in de zak wit zijn. Besluit men dit na slechts een paar bonen genomen te hebben, dan is die veralgemening behoorlijk gewaagd. Besluit men dit nadat bijna alle bonen uit de zak genomen werden, dan wint de veralgemening aan waarschijnlijkheid.

Een boeiing 747 bestaat uit meer dan zes miljoen onderdelen. Vooraleer te starten zal de piloot nagaan of de meest vitale delen van het vliegtuig - niet alle, dat zou ondoenlijk zijn - naar behoren werken. Vanuit het goed functioneren van de meest noodzakelijke onderdelen, besluit hij dat het geheel zal voldoen en dat het vliegtuig veilig kan vertrekken. Hij ‘veralgeheelt’.

Beide voorbeelden tonen ons dat men veralgemeent (de bonen) of ‘veralgeheelt’ (de vliegtuigonderdelen) van de getoetste naar de toetsbare gevallen. De logische grond, de voldoende reden om dit te mogen doen zit juist in de al getoetste gevallen. Deze vatten de kennis samen. Vat de summatieve inductie alle getoetste gevallen samen. De amplificatieve inductie breidt de summatieve inductie uit tot (alle) andere, mogelijke gevallen.

Niet alleen de positieve wetenschap doet er een beroep op, iedereen veralgemeent en ‘veralgeheelt’ dagelijks. Tot en met vandaag kwam de zon elke dag op en ging ze ook elke dag onder. We veronderstellen dat het morgen ook zo zal zijn. Een vulkaan kan honderden jaren in rust zijn, dus menen we dat het zo zal blijven. Dat dit niet steeds het geval is toont ons o.m. de uitbarsting van de Vesuvius in het jaar 79 van onze jaartelling aan. De top van deze vulkaan explodeerde en vernielde de stad Herculaneum. De veralgemening geeft ons inderdaad geen absolute zekerheid maar slechts waarschijnlijkheid.

Ook hier zei Sextus dat men geen uitspraak kan doen over de niet getoetste rest en stelde dat de amplificatieve inductie zonder voldoende reden is. Volstrekte zekerheid, wat Sextus bedoelt, heeft men inderdaad zelden.

Voor Karl Popper (3.02) bleef de amplificatieve inductie eveneens een probleem. Hoeveel getoetste A's er ook zijn met eigenschap B, de conclusie dat alle mogelijke A's de eigenschap B hebben, is volgens hem niet gerechtvaardigd. Generalisaties hebben slechts de logische status van vermoedens. Dat Popper hier waarheid spreekt toont ons het voorbeeld van de Vesuvius.

Toch zou men zonder generalisaties nooit tot algemene uitspraken kunnen komen of een wetenschappelijke theorie opbouwen. Natuurwetenschap bestaat inderdaad in hoofdzaak uit algemene uitspraken. Deze worden in de mate van het mogelijke getoetst. De reusachtige ontwikkeling der natuurwetenschappen bewijst dat deze werkwijze gerechtvaardigd blijft. We maken overigens in het leven van elke dag voortdurend veralgemeningen en 'veralgehelingen'. Als alles wat gisteren zeker leek, vandaag hoogst onwaarschijnlijk zou worden, zou een dag bijzonder weinig gestructureerd verlopen en zou het leven praktisch onleefbaar zijn.

Inductie in het gesprek

Ook doorheen het dialogeren, doorheen woord en wederwoord, kan men een denkinhoud verduidelijken en zo tot een vorm van inductie, van veralgemening en 'veralgeheling' komen. Reeds Plato ging zo te werk. Hij schreef heel wat dialogen over diverse levenssituaties en problemen. Zijn beide werken *De staat* en *Wetten*, behandelen o.m. thema's als 'sociale rechtvaardigheid', 'deugd' en 'gewetensvol gedrag'. Plato liet hier bij herhaling Socrates aan het woord. Deze inventariseert eerst de meningen van de omstaanders, om daarna via doordachte vragen tot een discussie te komen. Hij wilde zo de vele en soms tegenstrijdige meningen uitzuiveren en tot een nauwkeurige definitie van het behandelde thema komen.

Geven we ter illustratie een uittreksel van een gesprek tussen Socrates en een zekere Cephalus[9]. De dialoog gaat over gerechtigheid en gewetensvol leven. Kefalos' definitie van gerechtigheid luidt: "altijd de waarheid zeggen en altijd recht laten wedervaren”. Socrates wil met kritische vragen Kefalos erop wijzen dat die definitie niet voldoet.

- Socrates: “Goed zo, Cephalus, maar wàt juist is ‘gerechtigheid’?”
- Cephalus: “De waarheid zeggen en wat men verschuldigd is, teruggeven”.
- Socrates: “Is die definitie juist? Of bestaan er uitzonderingen? Veronderstel dat een vriend, bij zijn volle verstand, mij zijn wapens toevertrouwt. Nadien vraagt hij ze terug in een vlaag van woede. Moet ik ze hem dan geven? Zal ik dan gerechtig handelen?”

Tot zover dit uittreksel. Het onuitgesprokene in deze ironische conclusie is: “Zie jij, Cephalus, dan niet in dat je definitie van gerechtigheid eigenlijk onrecht insluit?”. Bij deze methode van woord en wederwoord vat Kefalos geleidelijk de juiste betekenis van ‘gerechtigheid’ en begrijpt hij de onjuistheid en onvolledigheid van de eigen definitie.

Eigenlijk kan men elke mening van iemand over een bepaald thema, in casu ‘sociale rechtvaardigheid’, als een steekproef beschouwen. Al zijn sommige meningen nog zo onjuist, toch tonen zij de samenhang die over het beschouwde onderwerp aan het licht komt. Inductief kunnen deze diverse meningen tot een beter begrip leiden van wat men onder ‘sociale rechtvaardigheid’ behoort te verstaan. Deze inductie bevat natuurlijk veralgemeningen. Toch is ze allereerst een ‘veralgeheling’. Men krijgt een beter inzicht in alles wat met ‘sociale rechtvaardigheid’ samenhangt. Men ziet in dergelijke gesprekken via de logische argumentatie en tegenargumentatie, de dialogische inductie aan het werk.

Plato sprak van dialectiek[10], van de vaardigheid om via gesprekken tot kennis van “wat is” te komen. De dialectieker - in het uittreksel hierboven is dat Socrates - is diegene die weet te ondervragen en op onjuistheden in de antwoorden te wijzen. Hij of zij wil zo tot waarheid komen betreffende één of ander thema. Dat ideaal wordt niet steeds bereikt. Vele dialogen van Plato blijven onbeslist. Zo begrepen is dialectisch denken en spreken hetzelfde als filosoferen.

De dialectiek wil een discussie, gesteund op onderzoek. Men leert een definitie opstellen en een indeling maken. Ook Goldschmidt[11] zegt dat een platonische dialoog meer wil dan alleen maar informeren. De dialectieker wil vooral een ordenende methode meegeven, een methode die aanzet tot dialectisch te werk gaan

Niet zo gaat het eraan toe bij de ‘eristiek’ of ‘redetwistkunde’. Volgens Beth[12] is men hierbij niet direct op zoek naar waarheid over een thema, maar wil men in de eerste plaats gelijk halen en mensen winnen voor een bepaalde mening. Men merkt dat dit sterk aanleunt bij wat al gezegd werd over de Griekse sofistiek (3.03).

Inductie in het wetenschappelijke denken

Belichten we tenslotte de rol van de inductie in het wetenschappelijke denken. Van wetenschap werd al gezegd dat ze strenge criteria hanteert (1.01). Zo moeten o.m. experimenten die in dezelfde omstandigheden worden uitgevoerd, steeds tot dezelfde resultaten leiden. Door haar strenge criteria slaat haar domein dan niet op het geheel der werkelijkheid, maar op een deel ervan, namelijk dat wat aan haar vooropstellingen beantwoordt. Zo beschouwd is wetenschap bijzonder precies, maar beperkt. Zij is een basiswetenschap, die eigenschappen van materie en energie onderzoekt. Zij experimenteert en vormt theorieën over deze experimenten. Vanuit deze theorieën worden weer nieuwe experimenten bedacht en uitgevoerd, die op hun beurt de theorieën verfijnen.

Zo kunnen bij heel wat experimenten op een bepaald gebied, steekproeven tot eensgezinde conclusies leiden. Dan kan het resultaat van die steekproeven samengevat en veralgemeend worden, bijvoorbeeld in een wiskundige formule. Dat deed o.m. Newton met de wetten van de zwaartekracht. Hij wordt beschouwd als de grondlegger van de klassieke mechanica. Zijn gravitatiewetten beschrijven o.m. de banen der planeten. Zijn wetten leken te voldoen voor alle gevallen, tot A. Einstein (1879 / 1955) zijn relativiteitstheorie formuleerde. Deze theorie toonde aan dat Newtons’ formules onnauwkeurig zijn wanneer het gaat over zeer hoge snelheden. Men ziet dat steekproeven tot theorieën leiden, en dit tot wanneer andere steekproeven deze weerleggen en de theorieën verfijnen.

Iets gelijkaardigs vinden we ook in de kwantummechanica die stelt dat o.m. het licht zich niet alleen als een stroom van elementaire deeltjes gedraagt, maar ook als een golf. Vergelijken we dit enigszins met de beweging van het water wanneer men een steen in een grote plas werpt. Onmiddellijk tonen er zich een reeks concentrische cirkels die verder uitdijen. Men kan stellen dat het water zich beweegt in golven, maar men kan net zo goed benadrukken dat het watermoleculen zijn, deeltjes dus, die zich bewegen. Iets dergelijks toont zich bij de voortplanting van het licht. De Nederlandse natuurkundige C. Huygens (1629 / 1695) beweerde dat licht een golfbeweging is. Newton stelde dat het licht uit deeltjes bestond. Vandaag neemt men aan dat het licht zich zowel als een deeltje, maar ook als een golf kan gedragen.

Het feit dat wetenschappelijke theorieën andere theorieën kunnen weerleggen, deed bij de Oostenrijkse wetenschapsfilosoof K. Popper (1902 /1994) de gedachte ontstaan dat theorieën slechts een voorlopige waarde hebben, tot iemand aantoont dat ze fouten bevatten. Vooruitgang bestaat er volgens hem juist in aan te tonen dat theorieën onjuist zijn. Men wil ze op fouten 'betrappen'. Men weet dan zeker welke theorie het niet doet. Hij stelde daarom het zogenaamde 'falsifiëren' van een theorie als criterium om wetenschappelijke vorderingen te maken. De Hongaarse denker I. Lakatos (1922 /1974) beaamt dat theorieën elkaar inderdaad kunnen tegenspreken, maar dat dit slechts voor een deel geldt. In de meeste theorieën blijft een harde kern bijna steeds overeind. Slechts onderdelen ervan worden in vraag gesteld.

Met o.m. Bridgman[13] definieert men de natuurkunde als de wetenschap van de 'natuur', waaronder vooral de materiële natuur verstaan wordt, die op 'operationele' methoden is gesteund. Zoals gezegd moet een fenomeen - om als wetenschappelijk feit te gelden - materiële evidentie vertonen en liefst bij herhaling door de onderzoeksgemeenschap vastgesteld worden. Dit gebeurt dan met de klassieke zintuigen, of in het verlengde hiervan, via allerlei gespecialiseerde toestellen. Sinds eeuwen heeft de wetenschap een gedeelte van de gehele natuur op die wijze getoetst. Dat is haar veralgemening en haar 'veralgeheling', haar summa-tieve inductie. De rest die nog niet getoetst is, ligt nog braak. Men ziet hiermee het belang van de inductie opnieuw bevestigd. Ze blijft een fundamentele rol hebben in alle wetenschappelijk onderzoek. En dat wilden we beklemtonen.

4.02.2. Denkinhouden

Het begrip, het oordeel en de redenering zijn de belangrijkste denkinhouden in de logica. In wat voorafging werd o.m. getracht het begrip via zijn inhoud en omvang nauwkeuriger te definiëren. Ook de summatieve en amplificatieve inductie gaven reeds een belangrijke aanzet hiertoe. Gaan we in wat volgt dieper in op de werkelijkheidswaarde van onze begrippen of denkinhouden. Zijn ze slechts een subjectief product van ons denken? Of zijn ze heel wat meer en kennen ze een objectief bestaan zoals dat b.v. van de denkwetten (3.01) en van de wetten in de natuurkunde wordt verondersteld ? Ook hier zal blijken dat de meningen verdeeld zijn.

Het objectieve begrip of de forma

Nemen we een gegeven, b.v. een cirkel, en maken we ons die denkinhoud eigen. We beschikken dan in onze geest over het begrip ‘cirkel’. Iets van de materiële cirkel, die we zagen afgebeeld, is op een manier nu ook in onze geest, maar onstoffelijk.

Omgekeerd zou men kunnen stellen, dat het begrip ‘cirkel’ dat we in ons geest hebben, zich verwerkelijkt ziet in de materiële cirkel die we waarnemen, maar ook in elke andere cirkel die we zien.

Het begrip ‘cirkel’ is nu in onze geest; het is er onstoffelijk en toch werkelijk. Hoe werkelijk zijn onze begrippen? Illustreren we dit met een voorbeeld uit de natuurkunde.

Het verhaal gaat dat Galilei tijdens een religieuze dienst in de kathedraal van Pisa gefascineerd werd door de heen- en weer gaande beweging van een grote kaarsenhouder die met een lang touw aan de zolder hing. Hij trachtte hiervan de tijd van één periode, één heen en weer gaande slingering, te bepalen. Geen eenvoudige opdracht in een tijd toen er nog geen klokken bestonden. Dus gebruikte hij zijn hartslag als klok. Hij telde dus een aantal slingeringen en ging na hoe dikwijls zijn hart ondertussen had geklopt. Zo kwam hij bij benadering te weten hoe lang één slingerbeweging duurde. Het viel hem op dat het geen verschil maakte of de lamp nu hard of minder hard slingerde, een periode was steeds even lang. Met zijn wiskundig en proefondervindelijk ingestelde geest bestudeerde hij nadien alle facetten van de slinger. Hij ontdekte dat het gewicht van de slinger hierbij helemaal geen rol speelt - een zware slinger slingert even snel als een lichte -, maar wel de valversnelling en de lengte van het touw waarmee de slinger opgehangen is. De slingerwet die hij uiteindelijk opstelde, voldeed aan alle experimenten die hij ter controle uitvoerde. Dit betekent dat zijn subjectieve denkbeelden en intuïties geleidelijk meer en meer uitgezuiverd werden, en uiteindelijk in overeenstemming kwamen met de objectieve werkelijkheid. Anders gezegd: zijn subjectief begrip ervan, werd tot objectief begrip. Galilei legde zijn bevindingen mathematisch vast in de bekende slingerformule. Maar hij vond de formule niet uit, hij ontdekte ze. Slingers hebben al altijd volgens deze wet heen en weer geslingerd. Zo ook bewogen de planeten zich al een eeuwigheid volgens de wetten die J. Kepler (1571 /1630) in 1609 beschreef. Zo ook vallen o.m. appels sinds mensenheugenis van de bomen volgens gravitatiewetten die Newton formuleerde en die A. Einstein in 1915 met zijn algemene relativiteitstheorie verbeterde.

Het merkwaardige aan wetten is inderdaad dat ze, eens eensluidend vastgelegd, verbanden formuleren van wetmatigheden die objectief, geheel buiten de subjectieve geest van de mensen, bestaan. Anders gezegd: ook zonder Galilei, Kepler, Newton of Einstein, ja zonder dat er ook maar mensen zouden bestaan, zal de aantrekking tussen voorwerpen zich tonen in overeenstemming met de formules die zij ontdekten. Wetten gelden, en dit onafhankelijk van het feit of mensen er weet van hebben of niet.

Verwijzen we eveneens naar de denkwetten der logica. We stelden dat zulke wetten bestaan, dat ze er objectief zijn, geheel onafhankelijk van ons. Het blijft een merkwaardig feit dat zulke ideële gegevens op een objectieve wijze bestaan.

Keren we nu terug naar het voorbeeld van de cirkel. Zo ook kan ons subjectief begrip 'cirkel' dat we eerst in onze geest hadden, uiteindelijk leiden tot een zuiver en objectieve begrip ervan. Deze laatste denkbeweging lijkt inderdaad heel wat eenvoudiger dan het komen tot een objectief begrip van b.v. de meer ingewikkelde slingerformule.

G. Bolland, *Hegel's kleine Logik,*[14] drukt het als volgt uit: "Het (objectief) begrip is dat wat in de dingen zelf inwoont, waardoor zij zijn wat zij zijn. Een gegeven begrijpen is meteen zich van zijn (objectief) begrip bewust worden. De dingen zijn juist wat zij zijn door het (objectief) begrip dat zich in hen openbaart."

J.Royce, *Principles of Logic*[15], zegt het zo: indien de logicus een algemene en geldige ordetheorie kan formuleren, dan beroept hij zich op een objectieve structuur die niet het resultaat is van zijn persoonlijk denken, maar aansluiting vindt bij iets objectiefs dat onafhankelijk van hem bestaat. Dat objectieve verwerkelijkt zich niet alleen in zijn denken, maar ook in datgene waaraan hij denkt.

Dat objectieve begrip kent men in de loop der geschiedenis onder de naam *'forma'* (meervoud: 'formae'). Al wat werkelijk is, al wat 'iets' is, is het juist dankzij de eigen forma of wezensvorm. De forma is objectief, d.i. in de objecten zelf, en in de mate dat wij ons een gegeven eigen maken, komt hij door in onze geest als een denkinhoud, als een begrip.

De traditionele metafysica nam daarom aan dat ons denken minstens ten dele het wezen der dingen vat. Ja, de dingen zijn slechts wat zij waarlijk zijn, in de mate dat zij een verwerkelijking zijn van hun forma. Logica die daar aandacht voor heeft, heet dan ook logica van de forma of formele logica.

Men ziet onmiddellijk de enorme afstand die er bestaat tussen ons huidig besef van 'werkelijkheid' en die traditionele duiding. Onze tijdsgeest neigt ertoe te stellen dat in hoofdzaak de materiële dingen werkelijk zijn. De oudere metafysica heeft ook aandacht voor de omgekeerde zienswijze: de immateriële dingen zijn werkelijker dan de materiele. Voor onze tijdsgeest is dat toch een bevreemdende gedachte.

Kasyas

Dat het begrip 'cirkel' zowel gespreid is in onze geest, als in de materiële cirkel zelf, is voor onze Westerse cultuur een moeilijk te begrijpen veronderstelling. In een aantal andere culturen is deze gedachtegang echter helemaal niet ongewoon. In zijn boek *A l'ombre des monastères Thibétains*[16], verduidelijkt de Franse schrijver Jean Marques-Rivière (1903 /2000), die als monnik o.m. in Tibet verbleef, wat men ginds onder een zogenaamde 'kasyas' verstaat. Een 'kasyas' is het resultaat van een geconcentreerde gedachte. Zo moet een leerling monnik bijvoorbeeld geometrische figuren als vierkanten en cirkels aandachtig bekijken, en ze blijven bekijken, en er langere tijd over mediteren, ja er "één mee worden". Dat moet zo lang worden volgehouden totdat, zo zegt men, het mentale beeld dat zich in de geest van de leerling-monnik vormt, zo sterk wordt dat er helemaal geen verschil meer is tussen het zien van die figuren voor zich, met de ogen open dus, of het 'zien' van die figuren met 'de geest', dus met de ogen dicht. Het lijkt uiteindelijk wel of onze geest in de onzichtbare wereld, 'ziet', wat de ogen in de zichtbare wereld waarnemen. Omdat in hun overtuiging de materiële figuren vergankelijk zijn, en de gedachtevormen niet, zeggen onder meer de Tibetanen dat de stoffelijke wereld slechts schijn is, en dat de echte werkelijkheid te vinden is in de wereld der gedachte-vormen.

De mythe van de grot

Wie vertrouwd is met het platonische gedachtegoed, denkt hier onmiddellijk aan Plato en aan zijn boek *De staat,* met hierin de beroemde mythe van de grot. Deze mythe heeft het over de tegenstelling die er bestaat tussen de vergankelijke wereld waarin de mens zich bevindt en de onvergankelijke wereld der (platonische) 'ideeën'. Men merkt dat een idee hier niet hetzelfde is als wat wij er gewoonlijk onder verstaan. Voor ons is "een idee" een subjectieve gedachte in onze geest, een denkinhoud. De platonische term 'idee' slaat op een objectieve werkelijkheid, dus een werkelijkheid die buiten de mens is gesitueerd.

Vatten we deze mythe kort samen. In een grot bevinden zich gevangenen, die zo vastgeketend zijn, dat zij slechts de achterwand van de grot kunnen zien. Een intens licht buiten de grot verlicht deze wand. Net voor de ingang van de grot gaan mensen voorbij met allerlei voorwerpen. De gevangenen zien van dit schouwspel op de achterwand van de grot enkel de projecties en menen dat deze schaduwbeelden de ware werkelijkheid zijn. Als nu een gevangene zijn ketenen verbreekt en zich omdraait, kan hij ook in het licht kijken. Dit zal hem aanvankelijk verblinden. Geleidelijk zullen zijn ogen aan de nieuwe situatie wennen en zal hij steeds beter het verschil merken tussen de schaduwbeelden die hij tot dan toe voor de enige werkelijkheid hield, en de veel rijkere werkelijkheid buiten de grot. Tot zover deze mythe. De werkelijkheid buiten de grot is de wereld der objectieve (platonische) ideeën. De schaduwbeelden staan voor onze subjectieve begripsinhouden. Men merkt de grote afstand tussen beide.

De platonische ideeën

Om deze wereld als een rijk van schaduwen te bestempelen moet Plato op één of andere wijze weet gehad hebben van een werkelijkheid die de dagdagelijkse in ruime mate overtreft. Voor hem was deze aardse werkelijkheid slechts een sombere weerkaatsing van een hogere lichtwereld. In die wereld situeren zich zoals gezegd de (platonische) ideeën. Alles wat op aarde bestaat, heeft ergens in een bovenzinnelijke wereld, zijn of haar objectief bestaande idee.

Bekijken we b.v. een aantal sneeuwklokjes. Geen enkel van deze bloempjes is helemaal hetzelfde. En toch 'zien' we dat het telkens om een sneeuwklokje gaat. Doorheen vele verschillende sneeuwklokjes, doorheen de afwijkingen die de stoffelijke natuur altijd vertoont - daarom is zij “maar stoffelijk” - is er 'iets' dat hetzelfde blijft; de eeuwige grondvorm. Dat 'iets', blijft identisch in alle exemplaren. Ons oog ziet wel het concrete exemplaar, maar ons denken 'ziet' het abstracte bloempje, en dit juist omdat ons denken deel heeft aan de hogere (platonische) idee 'sneeuwklokje'. Die hoge idee is de mogelijkheidsvoorwaarde voor het materiële sneeuwklokje. De idee maakt het mogelijk dat het sneeuwklokje kan bestaan en geeft aan elk van deze plantjes de vereiste fijnstoffelijke energie aan om als sneeuwklokje uit te groeien.

Of bekijken we een paard. In Plato's visie wordt ieder paard samengevat in de idee 'paard'. Deze éne, enige, unieke, maar alle mogelijke exemplaren ervan omvattende idee beheerst het hele natuurproces. Waar bijvoorbeeld een merrie bevrucht wordt, daar werkt de idee 'paard' actief structurerend. De idee zelf geraakt er nooit door uitgeput, want ze omvat een oneindig aantal exemplaren.

Een ‘idee’ in de platonische zin is dan geen menselijk begrip, wel een hogere en lichtende werkelijkheid. “Indien je ooit die idee schouwt, dan zullen goud en praalkledij je niets meer zeggen” aldus Plato. Blijkbaar heeft hij zelf iets van die hoge ideeën aangevoeld, ‘geschouwd’ waardoor hij dan te kennen geeft over een zekere mantische begaafdheid te beschikken. Voor hem zijn ideeën ergens goddelijk. Een idee is niet alleen een bovenaards en eeuwig model of toonbeeld van alles wat bestaat, maar bezielt de dingen eveneens met een soort van energie, van fijnstoffelijke levenskracht, zodat ze juist daardoor kunnen uitgroeien tot een afspiegeling van dit buitenaards toonbeeld. Zonder deze bovenaardse modellen en de energie erin aanwezig, zou de materiële wereld gewoon niet kunnen bestaan. In deze visie is alles - ook de mens - opgebouwd naar deze ideeën. Ideeën zijn eeuwig: zij zijn er, om het met een gekende christelijke formule te zeggen “van in den beginne, nu en altijd en in de eeuwen der eeuwen”. Het is dan ook niet verwonderlijk dat zij, in Plato’ s duiding, niet ‘sterfelijk’ zijn maar ‘goddelijk’.

Maar er is meer. De platonische idee ‘sneeuwklokje’ behoort tot de hogere idee ‘bloemen’. De idee ‘paard’ is een deel van de overkoepelende idee ‘dieren’. Beiden, bloemen en dieren, dragen in zich de nog hogere idee ‘leven’. Hiermee is impliciet gezegd dat alle hogere ideeën met elkaar samenhangen. Ze maken een systeem uit. J.Royce, *Principles of Logic*[17], zegt dat de hele werkelijkheid ook hier, ja vooral hier op dit bovenaardse gebied, op een bijzondere en alles overtreffende wijze geordend is. Voor Royce is deze orde bovendien een objectief vaststaand feit en minstens even werkelijk als de materiële gegevens van deze wereld. Hiermee laat hij zich als een platonieker kennen, iets wat overigens voor de meeste logici geldt.

Later zal de denker Albinos van Smurna (+/- 100 /170) stellen dat deze platonische ideeën de gedachten zijn van de Bijbelse God. De patristiek (33 /800), de filosofie van de ‘patres’, de kerkvaders, zal deze basisgedachte van Plato en Albinos overnemen. Onder meer stelt de kerkvader Augustinus dat denkinhouden niet stoffelijk zijn en dat ze toch objectief bestaan, buiten het denken van de mens. Zo zegt hij dat “de waarheid” helemaal niet lichamelijk of stoffelijk is en dat zij toch ‘reëel’, ‘werkelijk’ is. Zij is evenmin een subjectieve voorstelling van ons en toch is zij een denkinhoud en dus ‘ideëel’. Augustinus besluit dan ook dat er ‘iets’ is dat tegelijk werkelijk en denkinhoudelijk is en dat de stof en onze subjectieve denkinhouden in ruime mate overstijgt. Zo kwam hij op zijn manier op de Platonische ‘idee’ en voerde hij een christelijk platonisme in.

Ook voor de middeleeuwse scholastiek (800 /1450), de filosofie der kerkelijke theologen die in de ‘schola’, de kloosterscholen werd onderwezen, zijn de ideeën de gedachten van God. Ze zijn dus ook door Hem geschapen.

Het mag na dit alles duidelijk zijn dat datgene wat wij in onze geest hebben, niet de platonische ideeën zijn. Wel beschikken wij over begrippen, denkinhouden, en deze zijn als een verre schaduw van deze ideeën. Onze begrippen bereiken nooit de volheid die ideeën wel bezitten. Ons ordenend vermogen, ons definiëren en indelen geschiedt natuurlijk in het licht der alomtegenwoordige ideeën. Toch is het definiëren en indelen niet een schikken van platonische ideeën, wel van begrippen, die ‘modellen’ of verre afbeeldingen zijn van die ideeën.

Naar de volmaakte idee ‘cirkel’

We trekken op het strand een ronde figuur in het zand en we geven er de naam ‘cirkel’ aan. Zo beschikken we al over een afbeelding en een naam. Vervolgens definiëren we de cirkel als de meetkundige plaats van de punten die in een vlak even ver van het middelpunt liggen. Aan de afbeelding en de naam voegen we hiermee ook de definitie toe… maar waar-van? Niet van de afbeelding in het zand, want die is onvolmaakt en ze verdwijnt bovendien met de opkomende vloed of ze wordt uitgewist door de wind. Ook niet van de naam want dat zijn slechts klank- of schrifttekens die naar ‘iets’ verwijzen. Ze verwijzen naar datgene wat hieraan beantwoordt in ons denken, naar het algemene begrip, naar dat wat het wezenlijke weergeeft van alle mogelijke cirkels. Men zou hier van een inductie kunnen spreken. Afbeelding, naam en definitie verwijzen naar de denkinhoud in onze geest, een denkinhoud die zich afbeeldt in alle mogelijke, maar vergankelijke cirkels. Reeds de pythagoreeërs leerden dat de zintuiglijke dingen een afbeelding zijn van abstracte denkbeelden. Plato ging nog verder en leerde dat de zintuiglijke dingen niet alleen een nabootsing zijn, maar bovendien ook aandeel hebben aan de objectieve en volmaakte idee ‘cirkel’ die zich in een hogere immateriële wereld situeert.

Samengevat: een cirkel heeft zijn afbeelding, zijn naam, zijn definitie, zijn algemeen begrip en tenslotte zijn volmaakte (platonische) idee.

4.02.3. Kant en Hegel over het wezen der dingen.

Al dit hele vierde deel trachten we in enkele hoofdstukken na te gaan wat de werkelijkheidswaarde van onze begrippen is. Voor de extreme sceptici hebben ze slechts subjectieve waarde. Anderen menen goede argumenten te hebben om te stellen dat ze objectief bestaan. Hierbij wordt o.m. verwezen naar het van mensen onafhankelijke karakter van de denkwetten of de wetten van de natuurkunde.

Plato ging met de waarde van onze begrippen nog een hele stap verder. Hij stelde met zijn ideeënleer dat onze denkinhouden slechts schaduwbeelden zijn van een alles overtreffende werkelijkheid die hij in een bovenzinnelijke wereld situeert.

Ook de verlichtingsfilosoof Immanuel Kant heeft zich de vraag gesteld of en hoe wij de werkelijkheid kunnen kennen. Hij viseerde hierbij in de eerste plaats niet de werkelijkheid op zich, maar wel het menselijke kennen zelf. Hij vond dat er geen menselijke kennis kan zijn zonder een menselijk kenvermogen. Kant meende dan ook dat men eerst ons vermogen tot het kennen van de werkelijkheid moest onderzoeken, dan pas de werkelijkheid zelf.

Kant: "Wat zijn de grenzen van ons kenvermogen?"

Zoals gezegd was bij het onderzoeken van de werkelijkheid, de eerste vraag voor Kant niet een vraag naar onze kennis, maar wel hoe "het kennen op zich" in elkaar zit en wat er de grenzen van zijn. Want stel dat de wijze waarop wij werkelijkheid leren kennen, fouten zou vertonen, wat dan met de werkelijkheidswaarde van het gekende? Kortom, bereiken we met een gebrekkig kenvermogen dan wel 'waarheid'. Voor Kant was het duidelijk: er is geen menselijke kennis zonder dat we beschikken over een degelijk kenvermogen. Niet de gegevens zelf bepalen onze inzichten, wel de wijze waarop ons kenvermogen werkt.

Kijken we b.v. naar de wiskunde. Deze heeft zich volgens hem niet zozeer ontwikkeld door het ordenen van wat zich in de buitenwereld toont, maar ze is in hoofdzaak het product van ons theoretisch denkvermogen.

Toch kan men deze visie nuanceren. Wiskunde mag dan al een theoretische activiteit zijn, haar ontwikkeling is in grote mate het gevolg van een confrontatie met praktische problemen. Zo kende in het oude Egypte de vlakke meetkunde haar groei omdat stukken land van velerlei meetkundige vormen moesten verdeeld worden. Daarvoor moesten de landmeters vertrouwd zijn met begrippen als lengte, breedte, omtrek en oppervlakte van vlakke figuren. Verwijzen we b.v. ook naar het paralogisme van Zenon (3.04), waarbij deze stelde dat de schildpad het in een loopwedstrijd zou winnen van de snelvoetige Achilleüs. Zenons redenering was duidelijk in strijd met de onloochenbare feiten. Op dit paralogisme hebben menige denkers zich het hoofd gebroken. Slechts in de 17de eeuw was de wiskunde zover gevorderd dat met het gebruik van de differentiaalrekening, Zenons' probleem kon worden opgelost. Wiskunde mag dan al een theoretische activiteit zijn, ze sluit in deze voorbeelden sterk aan bij praktische problemen.

Ook Kant beaamde, zij het dan onrechtstreeks, dat wiskunde, ofschoon theoretisch van opbouw, toch een praktische aanzet heeft. Hij zei dat we slechts tot kennis komen door het waarnemen van zintuiglijke verschijnselen. We merken de dingen en de gebeurtenissen rondom ons op en wel naast elkaar en na elkaar. Wat maakt dat volgens Kant 'ruimte' en 'tijd' de twee aanschouwingsvormen zijn van onze geest. Deze twee 'criteria' - Kant noemde ze 'categorieën' - zijn op zich echter lege hulzen. Wij vullen ze op, juist door onze ervaringen. In zijn *Kritik der reinen Vernunft* vraagt hij zich af of wij wel tijd en ruimte zouden gewaar worden als er zich helemaal niets zou tonen. Wat niet zintuiglijk waarneembaar is, wat geen tijd en ruimte heeft, daarvan zegt Kant dat het onkenbaar is. Wat boven de zintuiglijke ervaring uitstijgt - Kant spreekt van het 'noumenale' - is voor hem dan ook ontoegankelijk. Van de gegevens kennen wij enkel wat onze zintuigen ons hierover meedelen. Het wezen van een gegeven echter, het "Ding-an-sich", het ding op zich, zoals hij het in het Duits noemde, is volgens hem ontoegankelijk.

Kant vond dat de klassieke metafysica in haar bewijzen ten gunste van het bestaan van b.v. God en ziel, tekort schoot. Een geloof 'bewijzen' enkel op zintuiglijke gronden is inderdaad een bijzonder gewaagde opgave. Als we alleen maar met het zintuiglijk waarneembare kunnen rekening houden, wat dan met religieuze werkelijkheden zoals God en ziel, of vrijheid en onsterfelijkheid? Kant blijft wel overtuigd van het geestelijke en onstoffelijke karakter van de ziel. Voor hem is dit geloof echter een uitsluitend rationeel gegeven, ontdaan van iedere sacraliteit en energie. Het is een geloof in zoverre het wetenschappelijk kan bewezen worden. Als krachtwerking stelt het dan nauwelijks nog iets voor.

Wat ons van de zintuiglijke gegevens dan wel bekend is, zo stelt hij, is eigenlijk in onze eigen voorstellingswereld gelegen. Onze denkinhouden zijn enkel cerebraal en theoretisch. Kant geloofde niet in een objectieve ideeënwereld buiten en boven de mens, zoals b.v. Plato en Augustinus dit voorhielden. Met zijn visie gaat Kant dan ook duidelijk in tegen de religieuze traditie.

Ook Johan Wolfgang von Goethe (1749 /1832), Duits filosoof en dichter, en met hem de hele Romantiek als filosofische stroming, zullen fel reageren tegen de opvatting dat onze voorstellingen slechts cerebraal en theoretisch zijn. De romantiek wil “het leven in al zijn vitaliteit” benadrukken. Goethe verwoordde het op zijn gevleugelde wijze: “Grau, mein Freund, sind alle Theoriën, grün des lebens goldner Baum”, “Zonder kleur, mijn vriend, zijn alle theorieën, groen is de gouden levensboom”. Of anders gezegd: Kleurloos is de inhoud van elk abstract begrip. Kleurig echter is iedere concrete steekproef. De theorie wordt hier tegenover het leven gesteld, wat typisch romantisch is. Alle romantische filosofieën staan of vallen inderdaad met het begrip ‘leven’. Romantici vatten al wat bestaat holistisch op, als een samenhangend geheel. Zij reageren tegen de visie die abstracte begrippen te centraal stelt. Ze loochenen geen abstracte begrippen maar vinden dat het leven heel wat meer is dan dat. In onze tijd wordt deze visie eveneens gedeeld door New Age (1.01). Ook deze strekking benadert de wereld holistisch, als een samenhang van allen en alles.

Een al te doorgedreven romantische visie kan echter op zijn beurt in eenzijdigheid vervallen. Om werkelijkheid te doorgronden hebben we niet alleen concrete dingen nodig, maar, zoals Kant benadrukte, ook begrippen. Met onze zintuigen ontdekken we de zichtbare wereld, maar ons denken reikt tot in het onzichtbare. Dat wordt eigenlijk in elk syllogisme geïllustreerd. De twee voorzinnen brengen gegevens ter sprake, de nazin overschrijdt juist wat gegeven is.

Kant stelde dat niet alleen begrippen zoals ‘God‘ en ‘ziel’ maar ook alle dingen in wezen onkenbaar zijn. Hiermee verwoordde hij indirect zijn profane visie. Dan is het meteen ook duidelijk dat hij nooit een paranormale of religieuze ervaring heeft gekend. Kant stond zeer sceptisch tegenover dergelijke dingen. Hij liet het bijvoorbeeld niet na zijn tijdgenoot, de Zweedse ziener E. Swedenborg (1688 /1722), belachelijk te maken bij het aanhoren van diens paranormale visioenen.

Kant: regels zijn leeg, toepassingen zijn blind

Voor Kant hebben onze denkinhouden niet het objectieve karakter zoals ze dat b.v. voor Plato hebben. Ze ontstaan door een bijdrage, zowel van ons bewustzijn, als van onze zintuigen. Bij een aantal denkers, voorafgaand aan Kant, werd bij het kennen de klemtoon ofwel eenzijdig op het bewustzijn gelegd, ofwel eenzijdig op de zintuigen. Beide aspecten van ons kennen vormden echter geen eenheid maar toonden zich enigszins gescheiden. De aanzet hiervan vinden we bij Descartes (het bewustzijn) en Hume (de zintuigen).

Descartes vertrok vanuit de innerlijkheid van zijn denken. Uit het feit dat hij twijfelde, leidde hij zijn bestaan af (1.04). Maar dat er een buitenwereld was, daarvan was hij heel wat minder zeker. Bij Hume is het net andersom. De werkelijkheid van de buitenwereld zoals die door onze zintuigen gekend is, staat voor Hume boven alle twijfel (4.03). Heel wat minder zeker is hij van de werkelijkheidswaarde van onze begrippen, van wat ons denken hiervan construeert. Is de werkelijkheid dan exclusief gekend door ons denken, zoals Descartes het stelde, of steunen we uitsluitend op onze zintuigen, zoals Hume beweerde? Dat was het probleem van de toenmalige filosofie: het Angelsaksische model stond tegenover het continentale.

Kant zag het als zijn opdracht om die twee tegengestelde standpunten met elkaar te verzoenen. Hij zei dat de beide visies als het ware de twee zijden van eenzelfde medaille zijn en dat ze elkaar aanvullen. Voor hem ligt het toppunt van kennis inderdaad daar waar zintuiglijke waarneming en verstandelijke kennis gecombineerd worden. Begrippen en gedachten worden enerzijds gevoed door zintuiglijke ervaringen. Maar anderzijds wordt ook onze zintuiglijke ervaring juist verfijnd door onze begrippen en ons denken. Deze sturen onze zintuiglijke ervaring nauwkeurig en vertellen ons waarop we juist gaan letten. Niet dus de eenzijdig zintuiglijke waarneming als enige bron van geldige kennis, en evenmin het exclusieve en reine redeneren, wel de beide samen. Kant meende dat theorie en praktijk elkaar moeten aanvullen. Hij zei dit met zijn beroemd geworden woorden: “Gedanken ohne Inhalt sind leer. Anschauungen ohne Begriffe sind blind”. “Denkbeelden zonder (ervarings)inhoud zijn leeg; (empirische) aanschouwingen zonder begrippen zijn blind”. Of zeggen we het enigszins anders: een regel zonder toepassingen is leeg, en toepassingen zonder regel zijn blind. Er moeten enerzijds gegevens zijn waarop de regel van toepassing is, anders is hij zonder betekenis. Er moet anderzijds een regel zijn die op de gegevens kan toegepast worden, zo niet is het helemaal niet duidelijk hoe we met de toepassingen moeten omgaan en zijn we er blind voor. Nog anders gezegd: een theorie zonder praktijk is leeg, een praktijk zonder theorie is blind.

Verduidelijken we dit met een voorbeeld. Bij de methodiek van het leren lezen, zoals we die al hebben toegelicht (2.02), hadden we enerzijds woorden nodig, en anderzijds criteria om die woorden te ordenen. We rubriceerden volgens eindrijm, beginrijm en gelijke eerste en laatste woorddeeltje. Met Hume zouden we kunnen zeggen dat de vele gedrukte en uitgesproken woorden, samen met hun afbeeldingen, de zintuiglijke gegevens zijn. Met Descartes kunnen we dan weer stellen dat de criteria volgens dewelke we de woorden zullen ordenen, de producten van onze geest zijn. Met alleen maar woorden, weten we niet hoe te ordenen. Maar met alleen maar criteria is er gewoonweg niets om te ordenen. Ook dan zitten we vast. Kant parafraserend zouden we kunnen zeggen dat we zowel 'Gedanken' als 'Anschauungen' nodig hebben: zowel een regel als toepassingen. Pas dan lukt het de werkelijkheid te ordenen. Pas dan kunnen in dit voorbeeld onze beginnende lezertjes de taalcode kraken.

Hegel: denken en zijn gaan samen.

Hegel was de filosoof van het Duitse idealisme bij uitstek. Hij zag in de werkelijkheid zoals zij evolueert, 'Vernunft', 'rede' aan het werk en wel zo dat deze rede de werkelijkheid stuurt. Het verloop van de geschiedenis is voor hem "een levend en samenhangend geheel" dat vorm krijgt doorheen vele gebeurtenissen. Vele beweeglijke 'momenten', vormen de geschiedenis tot wat zij is. In de hele evolutie is een bewustwordingsproces, een soort objectieve 'geest' aan het werk. M.a.w. het leven en de geschiedenis worden beheerst en gedreven door een dynamisch 'iets' dat ons mensen, te boven gaat en dat met de loop der geschiedenis tot een voller bewustzijn komt.

We zouden dit enigszins kunnen vergelijken met de visie van christelijk-orthodoxe filosoof Soloviev, betreffende de biologische evolutie (3.01). Hij stelde dat uit datgene wat lager is, nooit iets hogers kan ontstaan. Hoe is dan het niet te loochenen feit der evolutie te verklaren? Soloviev ziet in de schepping 'bewustzijn' als een soort van platonische idee aan het werk. Dit bewustzijn was er al in een bovenzinnelijke wereld nog voor de materiële schepping tot stand kwam. In een zeer lange tijdspanne bezielt en verwerkelijkt dit bewustzijn zich meer en meer. In deze evolutie toont er zich mettertijd een stijgende lijn van bewustzijn. Zo is er de steen als anorganisch wezen. Hij 'bestaat' alleen maar. De steen en de hele anorganische natuur vormen de materiële basis voor het evolutionair verschijnen van leven in de vorm van de plant. De plant bestaat niet alleen maar 'leeft' bovendien en vormt op zijn beurt de materiële basis voor het verschijnen van het dier. Het dier bestaat, leeft en is zich ook nog van dit leven bewust. Op de onderbouw van plant en dier ontstaat vervolgens de mens. Deze bestaat, leeft en is er zich van bewust maar begrijpt bovendien ook de zin van het leven. Tenslotte evolueert ook diens bewustzijn tot een goddelijk peil. Men ziet de geleidelijke groei in bewustzijn: steen, plant, dier, mens en godmens.

Wordt voor Soloviev de hele evolutie op een indringende wijze gestuurd door bewustzijn, voor Hegel is de motor van al wat bestaat het 'Vernunft', de rede. Het is de rede die op een objectieve en onafhankelijk wijze de hele evolutie tot een groter bewustzijn brengt. Men zou kunnen zeggen dat zowel Soloviev als

Hegel hetzelfde voor ogen houden. Hegel ziet in die evolutie echter een profane rede aan het werk, daar waar Soloviev ze in een sacraal en Bijbels kader plaatst.

Toch meende Hegel dat ontologische denkbeelden, denkbeelden over alles wat hoe dan ook bestaat, niet kunnen staande gehouden worden zonder een mystiek element. Hiermee laat hij zich kennen als een metafysisch denker die tot het wezen en de totaliteit van alle zijn tracht door te dringen. Hegel meent dat men een gegeven maar echt kent, als men doordringt tot het wezen ervan. In dat opzicht overstijgt hij zijn voorganger Kant. Hegel ziet goed in dat logica steunt op metafysica en ontologie. Herinneren we eraan dat o.m. de denkwetten objectief gelden, dat ze onafhankelijk van de mens bestaan. Zo verbeterde hij Kant die alles herleidde tot het subject en beweerde dat het "Ding-an-sich", het wezen van iets, eigenlijk onkenbaar is.

Van den Bergh van Eysingha zegt in haar boek met als titel *Hegel*[18], dat streng logisch gezien hier de vraag rijst hoe je met Kant van iets kunt zeggen dat het totaal onkenbaar is? Als je dat doet, dan geef je toch toe dat je er al iets van weet, namelijk dat het onkenbaar is. Hoe zou je anders komen tot een indeling van kenbare en niet kenbare dingen? Als je b.v. voorwerpen in je kast schikt, voorzie je toch ook geen plaats voor dingen die je niet kent. Maar dan is het "Ding-an-sich" van Kant geen objectief bestaand iets, maar het resultaat van zijn eigen denken. Anders gezegd, als hij het gekende onderscheidt van het "Ding-an-sich" dan is dat eveneens een daad van zijn denken. Als wij het "Ding-an-sich" niet kunnen bereiken, dan kunnen we er ook niets van beweren, en dus ook niet dat het onkenbaar is. Kant had consequent moeten zeggen dat zijn indeling die het "Ding-an-sich" onderscheidt van de rest der werkelijkheid, geen objectieve indeling is doch slechts het resultaat van zijn eigen denken.

In tegenstelling tot Kant zegt Hegel dat ons bewustzijn wel tot algemeen geldige kennis leidt, kennis die buiten de grenzen van ons subjectief denken reikt. Hij verwoordde het zo: "Het denken is niet zonder zijn en het zijn niet zonder denken. De rede kan niets zonder de werkelijkheid, en de werkelijkheid niets zonder de rede. Wij denken in de werkelijkheid gelijk de werkelijkheid in ons denkt. Het begrip bepaalt zichzelf. Wij denken het begrip, maar het begrip bepaalt zich onafhankelijk van ons. Het begrip brengt zichzelf voort in ons."

Met Plato zouden we ook hier kunnen speken van een edel juk (1.10). Plato stelde reeds dat het 'zijn(de)' logisch is, en dat wij er daardoor met onze logische geest kunnen in doordringen. In beiden, in het zijn en in het denken, is "het logische" gespreid.

Tot zover een aantal aspecten van het wezen van ons kennen, zoals Kant en Hegel ze zagen.

4.02.4. De universaliën

Over de werkelijkheidswaarde van onze denkinhouden heeft men vanaf de middeleeuwen fel gediscussieerd. Men sprak van de universaliënstrijd. Universaliën zijn algemene begrippen. De vraag naar hun werkelijkheidswaarde wordt op verschillende wijzen beantwoord. Toch kan men hierbij drie grote strekkingen onderscheiden.

Het ideële ontstaat voor het reële

Een eerste visie stelt dat de immateriële werkelijkheden (het 'ideële') bestaan vooraleer de concrete werkelijkheid (het 'reële') er is: de algemene begrippen zijn er alvorens de concrete werkelijkheden bestaan. Men spreekt van "Universalia ante res", waar bij het Latijnse woord 'ante', 'voor' betekent, en 'res' staat voor 'zaak'.

De belangrijkste vertegenwoordiger hiervan is uiteraard Plato met zijn ideeënleer. Zoals gezegd bestaan platonische ideeën volgens hem sinds alle eeuwigheid op een objectieve wijze en zijn ze ergens in een onstoffelijke wereld gesitueerd. Een idee in deze betekenis is niet alleen het model, het toonbeeld voor het concrete gegeven in deze wereld, maar bovendien de mogelijkheidsvoorwaarde voor dat concrete gegeven om te kunnen bestaan. Het is in dit kader dat ook de eerder genoemde 'getalvormen' van Pythagoras kunnen gesitueerd worden. Ook zij zijn onstoffelijk en ze zijn als wezen van al wat bestaat, tegelijk objectief werkelijk.

Zoals gezegd zijn voor de Oudgriekse filosoof Albinos (4.04) de platonische ideeën een soort van tussentermen tussen God en de materiële dingen. De patristiek, de vroeg christelijke filosofie (van het begin der kerk tot 800), zal dit platonische gedachtegoed overnemen en in een Bijbels kader situeren. Ook Sint-Augustinus (354 /430) zegt dat er een onstoffelijke objectieve denkinhoud bestaat. In de scholastiek, de middeleeuwse filosofie (800 / 1450), zal dit inzicht nawerken. Zij benadrukt eveneens dat de denkinhouden het objectieve wezen der (zintuiglijke) dingen uitmaken. Denkinhouden zijn in deze zienswijze dus veel meer dan louter een product van menselijk denken.

Het ideële ontstaat gelijktijdig met het reële

Volgens de tweede visie ontstaat het ideële gelijktijdig met het reële. De Latijnse term luidt: "Universalia in re", waar bij het Latijnse woord 'in', 'samen met' betekent. Deze algemene begrippen verkrijgt men door in vele afzonderlijke gevallen het gemeenschappelijke te zien. O.m. Aristoteles en sommige middeleeuwse denkers deelden deze visie. Ook volgens Kant schept en definieert de mens eigenmachtig de inhoud van wat moet gedefinieerd worden. Ofschoon een product van de geest, geven de begrippen toch een objectieve werkelijkheid weer al is het dan ook een abstracte werkelijkheid. Door het wezenlijke van vele jonge meisjes te vatten, komt men tot de objectieve en algemene denkinhoud “een jong meisje”. In deze visie is die denkinhoud wel werkelijk, maar is hij het resultaat van ons denken.

Bolland, *Hegel’s kleine Logik,*[19] zegt dat het (objectieve) begrip in de dingen inwoont, waardoor zij zijn wat zij zijn. De dingen zijn juist wat zij zijn door het (objectieve) begrip dat zich in hen openbaart.” Bolland specifieert niet of deze forma voorafgaat aan de reële dingen. Ontstaat hij er gelijktijdig mee, dan hoort hij in deze onderverdeling thuis.

Het ideële ontstaat na het reële

De derde visie ten slotte stelt dat enkel de concrete dingen werkelijk zijn. Alleen de wereld zoals die door onze zintuigen ervaren wordt, bestaat. Algemene begrippen ontstaan na de concrete werkelijkheid en zijn slechts abstracties van onze geest. In het Latijn heeft men het over “universalia post res”. De Latijnse term ‘post’ betekent ‘na’. Het ideële ontstaat na het reële. Bij het vormen van een begripsinhoud gaat het enkel om een subjectief proces van onze geest. We bouwen wel denkinhouden op, maar ze vertegenwoordigen geen objectieve, buiten ons denken bestaande werkelijkheid. Onder meer de consequente nominalist ziet onze begrippen louter als een constructie van onze geest. Het van het denken onafhankelijke karakters van het kennen, loochent hij en dus ook het bestaan van een forma, een objectieve wezens-vorm. Hij loochent uiteraard eveneens het bestaan van de platonische ideeën.

O.m. Hume vertegenwoordigde deze laatste visie. Voor hem zijn er wel individuele jonge meisjes, maar bestaat er geen begrip “het jonge meisje op zich”.

De universaliën samengevat

O. Willmann[20] vat de universaliën samen en zegt dat het nominalisme eenzijdig let op de forma ‘*na’* de dingen. Nominalisme is de opvatting dat alle abstracte werkelijkheid geen objectief bestaan buiten de mens heeft, maar slechts woorden en namen bevat, die men naar eigen goeddunken een betekenis geeft. Enkel de individuele dingen zijn werkelijk. Veralgemeningen en abstracties zijn verdacht. Het realisme zoals we dat o.m. bij Aristoteles terugvinden, let op de forma ‘in’ en ‘na’ de dingen. Het Platonisch realisme tenslotte let op de forma ‘voor’ de dingen.

Voor de echte scholastieker bestaan ze alle drie tegelijk en vormen een synthese van de drie éénzijdige posities. Dat die discussie ontologisch is, mag blijken uit het feit dat de vraag gesteld wordt of en in hoever onze algemene begrippen een weergave zijn van werkelijkheid. Zijn ze slechts een product van ons denken? Zijn ze een abstractie in de dingen aanwezig? Of zijn ze als een schaduw van een veel hogere werkelijkheid? Afhankelijk van de keuze die men maakt, zal men wat zich als werkelijkheid toont, op een verschillende wijze waarderen. Het belang van die keuze is dan ook niet te onderschatten. Zoals al gezegd is sinds 1500 een 'idee' niet langer de inhoud die Plato er aan geeft, wel een louter subjectief denkbeeld, een bewust-zijnsinhoud van onze geest.

Grote verhalen

'Ontologie' of werkelijkheidsleer, houdt zich bezig met de vraag wat werkelijk is. Zij vraagt zich o.m. af welke hypothesen men moet vooropstellen om de werkelijkheid zoals ze is, te begrijpen. Tot één van die vooropstellingen behoort het bestaan van zogenoemde meta-verhalen.

L. De Cauter, *Postmodernisme*[21] zegt dat voor heel wat traditionele culturen een meta-verhaal een verhaal is dat de hele geschiedenis of een groot tijdperk ervan vertelt. Het doel hierbij is om de traditionele gewoonten te verantwoorden en een zin te geven aan vele dagdagelijkse gebruiken. O.m. de mythe behoort tot deze grote verhalen. Voor heel wat primitieven, antieke en klassieke beschavingen zijn hun mythen de elementen, de vooropstellingen van hun cultuur. We verwezen al naar Plato en de mythe van de grot als 'verklaring' van de platonische ideeënwereld (4.02.2).

Het christendom kent ook zijn groot verhaal. Voor de gelovige vormen "de Vader, de Zoon en de H. Geest" de grote, alomvattende 'oorsprong'. Zij waren "in den beginne", zij "zijn ook nu" en "zullen altijd zijn", en wel als de oorsprong en grondslag van alle bestaan. Bij herhaling verwoordt men dit bij religieuze plechtigheden met de woorden "eer aan de Vader en de Zoon en de H. Geest, zoals het was in het begin en nu en altijd, in de eeuwen der eeuwen. Amen". Alle kleine verhalen, alle dagdagelijkse daden zijn, voor wie in deze sacrale wereld nog thuis is, een imitatie van en een deelname aan de schepping. Dit geeft het leven van elke dag zijn hogere betekenis en fundeert eveneens een gelovig leven.

Men ziet dat het geloof in dergelijke grote verhalen, getuigt van een visie die aansluit bij de "Universalia ante res",

Een Pygmeeënmythe

Zowat alle religies over de hele aardbol hebben hun scheppingsverhalen als 'verklaring' van het ontstaan van al wat 'is', eventueel als motivering voor een aantal religieuze gebruiken. P. Schebesta, *Oorsprong van de godsdienst*[22], schrijft: "Wijd verspreid zijn de oertijd-mythen die ons schilderen hoe het hoogste wezen de mensen onsterfelijkheid gaf of aanbood. Zij vertellen ons ook hoe de eerste mensen met de schepper op vertrouwelijke voet stonden en in een paradijselijke toestand leefden. Dit duurde slechts tot zij een gebod van het hoogste wezen overtraden. Er had een misstap, een fout, plaats, die tot gevolg had dat de schepper zich terugtrok en er ziekte, lijden en dood over de mensen kwamen."

Schebesta geeft een Pygmeeënmythe als concreet voorbeeld: God schiep, met behulp van de maan, de eerste mens, Baatsi, en zette hem op aarde. Zijn lichaam kneedde hij uit leem, legde er een huid omheen en goot er bloed (opm.: als symbool van levenskracht) in. Toen Baatsi begon te ademen, fluisterde God hem in het oor: "Je zult kinderen voortbrengen, die het woud bevolken. Maar leer uw kinderen mijn gebod en zorg ervoor dat zij het ook aan hun kinderen leren: van alle bomen mag je eten, maar van de tahoeboom niet". Baatsi bracht vele kinderen voort, leerde hun het gebod van God en trok zich toen bij God in de hemel terug. De mensen hielden zich aan de traditie van Baatsi. Op zekere dag echter verlangde een zwangere vrouw, door een onweerstaanbare eetlust aangegrepen, naar de mooie vrucht van de tahoe-boom. Haar man trachtte haar tot andere gevoelens te brengen, maar zij bleef zo hartstochtelijk smeken dat haar man ten slotte het woud in sloop en heimelijk een vrucht plukte. Vlug schilde hij ze en stopte onderweg de schillen zorgvuldig weg om niet verraden te worden. Maar de maan (opm.: het alziende oog van God) had het gezien. Zij gaf het door aan God: "De mens die Gij geschapen hebt, heeft uw gebod overtreden. Hij heeft van de tahoeboom gegeten". God was zo verbolgen dat hij deze ongehoorzaamheid strafte met de dood.

De Bijbelse schepping

Ook de Bijbel heeft zijn groot verhaal. In *Genesis,* - 'genese' betekent 'ontstaan' - het eerste boek van de Bijbel, lezen we een scheppingsverhaal, dat we hier verkort weergeven. Het vangt aan met de woorden "In het begin schiep God de hemel en de aarde". De schepping wordt er verhaald in zeven dagen. Zo schiep God de eerste dag het licht, de tweede dag scheidde Hij de hemel van de aarde. De derde dag scheidde Hij het water van het land, en op het land liet Hij allerlei gewassen groeien. De vierde dag schiep Hij de sterrenhemel, de vijfde dag bevolkte Hij de zeeën met vissen en het land en de lucht met allerlei vogels. De zesde dag was het de beurt aan de overige dieren, en aan de mens. Hij schiep de mens "naar Zijn beeld". Toen was de schepping voltooid. En de zevende dag rustte God. Nadien verhaalt de Bijbel over de zondeval van Adam en Eva, waar Eva, verleid door de slang, eveneens van de verboden vrucht at. Dit leidde ertoe dat ze uit het paradijs werden verdreven.

Als men nagaat dat God de eerste dag het licht schiep, en slechts de vierde dag de sterrenhemel, en dus ook de zon, mag het al onmiddellijk duidelijk zijn dat de schrijver geen wetenschappelijke bedoelingen kan gehad hebben. Het hele verhaal is een ‘mythe’, geen ‘gefantaseerd’ verhaal, maar een verhaal dat handelt over energieën en krachten vanuit “de andere wereld” en dit ter verklaring van werkelijkheden, gebruiken en overtuigingen “in deze wereld”. De scheppingsmythe ‘verklaart’ sacraal het ontstaan van de wereld.

Het blijft merkwaardig dat mythen van verschillende culturen, zoals de pygmeeënmythe en het verhaal van de zondeval in de Bijbel, toch zoveel gelijkenis kunnen vertonen.

Een mythe

Een mythe is een sacraal verhaal dat de oorsprong van een cultuurdaad “in den beginne”, buiten de tijd situeert en deel uitmaakt van de archaïsche of aloude wijsheid van heel wat culturen. Ze wordt telkens weer voortverteld en zo opnieuw tegenwoordig gesteld als ‘eeuwige’ bron waaruit heelal, wereld en mensheid voortkomen.

In een welbepaalde mythe toont een goddelijk wezen b.v. hoe men moet jagen, waar men zaden vindt, hoe men een veld bewerkt of het vee hoedt. De mens die deze daden imiteert, zal delen in de fijnstoffelijke energie die in de vele toonbeelden vervat zit en zal daarom, zo gelooft men, lukken in deze wereld. De vele gebruiken, de vele tradities, de vele “kleine verhalen” vormen samen het grote verhaal en geven in de traditionele culturen een diepe zin aan het dagdagelijkse leven. Dergelijke mythen worden in een wereld- en levensbeschouwelijke context gesitueerd, sacramenteel tegenwoordig gesteld en uitgebeeld in het verhaal zelf. Zonder inzicht in het wezen van ‘heiligheid’, begrepen als effectief vaststelbare krachtwerking vanuit “de andere wereld”, is de mythe zinloos. Zij staat dan ook in de archaïsche religie en in het occultisme centraal. Zij is er ook het grote probleem van, want sinds de oude Griekse wijsbegeerte, is ‘rationaliteit’ begrepen als het doorzetten van de rede, de ratio of logos, op grond van zintuiglijke ervaring, de dominante van ons denken en leven. Wie dus de mythische gegevens herleidt tot het louter menselijke, of ze slechts ziet als verpersoonlijkingen van natuurkrachten, doet volgens de aloude wijsheid, tekort aan haar werkelijkheidswaarde. Men gaat dan uit van menselijke projecties en symboliseringen. De mythe wordt dan herleid tot iets wat ze niet is. Men komt zo niet verder dan de eigen vooropstellingen, waarbij het echte gegeven: het "eigenlijke onherleidbaar mythische" niet eens gevat wordt. Om het met de woorden van St.- Augustinus te zeggen: "Bene currunt sed extra viam"; "zij lopen goed, maar naast de renbaan".

De mythe van de oorsprong van een plant of van een mens vertelt ons hoe de plant of de mens tot bestaan is gekomen. Zo ook met de mythe van de dood, van het vuur, van een instelling of één of andere landbouwtechniek. Er doet zich in de mythische tijd een gebeurtenis voor, die in de profane tijd iets nieuws doet ontstaan. Wie de mythe los van haar magisch kader ziet, duidt ze foutief. De Amerikaanse godsdiensthistoricus van Roemeense afkomst Mircea Eliade (1907 /1986), *La poursuite de l'absolu*[23], verduidelijkt. "Alles wat men vroeger deed, of het nu landbouw of nijverheid betrof, of als men iemand wilde genezen, had als model de schepping van de wereld. Men stelde zich hierbij steeds de vraag hoe de wereld met alles waaruit hij bestaat, tot ontstaan is gekomen. En dit niet alleen in theorie, maar ook in zijn praktische toepassingen. Zo begon in Tibet een lama-geneesheer een zieke te genezen door eerst de scheppingsmythe te reciteren, vervolgens de mythe van de oorsprong van de ziekte en tenslotte nog de mythe van de eerste sjamaan die de betreffende ziekte als allereerste ooit genas. Zo wordt de patiënt in de aanvang van de tijd gesitueerd, nog voor de eigenlijke materiële schepping. De traditionele genezer voert zo niet echt een 'herstelling' door, want daar heeft hij geen model, geen mythe voor. Hij verzekert zich van een goed resultaat door bij elk probleem als het ware de wereld opnieuw en vanuit de oorsprong te scheppen". Tot zover Eliade.

Paul Ricoeur, *Finitide et culpabilité*[24], verwoordt het zo: "Vandaag verstaat de godsdienstgeschiedenis de mythe niet als een fictieve verklaring van een gebeuren via beelden en een gefantaseerde vertelling, maar als een verhaal met een traditionele waarde. De mythe heeft het over gebeurtenissen die zich aan het begin der tijden afspeelden en die de bedoeling hebben een ritueel gebruik te stichten, te verantwoorden en in rituelen te actualiseren. De mythe verklaart en geeft de mens zijn plaats in deze wereld. Omdat de moderne en postmoderne mens zich niet langer aangesproken voelt door de begrippen "mythische tijd" en "mythische plaats" vindt hij in de mythe niet langer een verklaring van gebeurtenissen of een verantwoording van rituelen. Wie vanuit een nominalistische visie de sacrale wereld ontkent, vindt de mythen uiteraard reine onzin.

Solovievs visie op de evolutie

We verwezen al naar Vladimir Soloviev *La justification du bien*[25] en zijn visie op de evolutie. Hij zei dat uit het lagere, nooit het hogere kan ontstaan. Gooit men losse letters omhoog, dan ontstaat hieruit nooit een zinvolle tekst over één of ander onderwerp.

Of om het met een voorbeeld uit de computerwereld te verduidelijken: sommige computerprogramma's zijn zo geprogrammeerd dat ze zinnen min of meer foutloos kunnen genereren. De nodige 'data' om dat te bereiken, zijn vooraf in het programma verwerkt. Sommige hedendaagse denkers menen dat men de computer een zeker bewustzijn kan toeschrijven (2.10). Anderen stellen dat een computer onmogelijk een zinvolle tekst kan genereren over b.v. één of ander onderwerp of een totaal nieuwe uitvinding zou bedenken en die ook beschrijven. Zo een tekst kan enkel ontstaan, niet in het 'brein' van een computer dat slechts data combineert, wel in de geest van een mens die hiervoor het nodige bewustzijn en de vereiste kennis, inzichten en inspiratie heeft. Die tekst ontstaat dan niet toevallig, wel als resultaat van een intelligente en bewuste arbeid.

We zegden al dat men uit a + b wel a of b, of a + b kan halen, maar niets anders (3.01). Met andere woorden: als het lagere geen enkel spoor van het hogere in zich bevat, dan kan daaruit alleen niet het hogere ontstaan. Beweren dat het lagere het hogere schept, wat tenslotte iets uit het niets scheppen is, is een bewering zonder reden en is dus gebaseerd op toeval. Maar dat brengt ons opnieuw bij het sprookje. Men negeert het ruimere, holistische kader en bekijkt de gebeurtenissen vanuit een eenzijdig verloop.

Zien we met betrekking tot de biologische evolutie b.v. toch na het lagere, het hogere verschijnen, dan betreft het geen "post hoc; ergo propter hoc", geen "erna, dus erdoor". Het is volgens Soloviev niet omdat in de tijd iets na iets anders tevoorschijn komt, dat het vooraf nog niet in een soort van geestelijke, platonische wereld bestond. De hoogste, rijkste en de meest werkelijke types van bestaan, de (platonische) ideeën, zijn er al voordat de lagere vormen zich in de materiële wereld realiseren. Wat de evolutie wel doet is de materiële voorwaarden of een gunstig milieu voortbrengen opdat het hogere zich in deze wereld kan openbaren. We illustreerden dit reeds met te wijzen op de peilen van bewustzijn bij de steen, de plant, het dier, de mens en de godmens (4.05).

Trachten we de gedachte te verduidelijken dat het lagere in zich het hogere al kan bevatten met volgend voorbeeld. In een glas warm water is een suikerklontje helemaal opgelost. Koelt dit water af, dan kan het steeds minder suiker in opgeloste toestand opnemen en vormen er zich geleidelijk, en schijnbaar uit het niets, suikerkristallen. Wie niet beter weet, kan menen dat die kristallen spontaan ontstaan, dat uit iets lagers - het vloeibare water - iets hogers - de materiële suiker - tevoorschijn komt. Het kan dan lijken alsof er plots en spontaan, vanuit de vloeibare wereld, vaste stoffen ontstaan. Die veronderstelling gaat echter voorbij aan het feit dat de suiker al initieel aanwezig was, maar in opgeloste toestand. Zo kan ook in onze evolutie het lagere al "van in den beginne" het hogere als een kiem in zich dragen en zich mettertijd ook manifesteren.

Volgens Plato, Soloviev, het christendom en heel wat religieuze strekkingen en filosofen, is het wezen van de mens onstoffelijk, en dit van "in den beginne". De *Bijbel*[26] zegt dat de mens geschapen werd naar het beeld en gelijkenis van God. Deze goddelijke gedachte tracht zich in deze wereld te verwerkelijken doorheen een zeer lange evolutie die niet alleen een biologisch aspect heeft, maar evenzeer en vooral van geestelijke aard is. De mens 'is' een ziel en 'heeft' een lichaam. Dat is wat de eeuwenlange filosofische traditie ons op velerlei manieren heeft willen duidelijk maken. Heden kent de zogenoemde 'geestfilosofie' (6.11) op een indrukwekkende wijze haar opgang. In haar exclusief materiële kijk ontstaat het hogere wél spontaan uit het lagere. We wezen reeds op de spookjesnatuur van deze zienswijze. De mens heeft in deze visie helemaal geen 'ziel' en 'is' slechts zijn of haar lichaam. Bewustzijn heeft hierbij een exclusief biologische, geen geestelijke basis.

Het nominalisme kent geen forma

R. Van Zandt, *The metaphysical foundations of American history*[27], zegt dat onze tijd de neiging heeft vooral nominalistisch te denken. Hij vermeldt dat reeds Willem van Ockham (1290 /1350) de middeleeuwse en christelijk geïnspireerde scholastiek (800 /1450) ondermijnt en afbouwt en het hele moderne nominalistische denken sticht. Van Zandt vervolgt: "Er was een vloedgolf van nominalisme. Descartes was nominalist. J. Locke (1632 /1704), de topfiguur van de Angelsaksische Verlichting, was nominalist. De Ierse filosoof G. Berkeley (1985/ 1753), de Engelse filosoof D. Hartley (1705 /1757), de al vermelde Schotse denker D. Hume, allen waren ze nominalist. G. Leibniz was een extreem nominalist. Kant was nominalist. Hegel was nominalist maar met realistisch heimwee".

John Dewey (1859 /1952), volgens Time de voornaamste pedagoog van de twintigste eeuw, was materialist en atheïst. Hij zei dat de mens geen geest en evenmin een ziel had. In zijn *Human Nature and Conduct*[28] stelt hij dat alle gezag en alle traditie slechts conventies zijn en dat ze, samen met alle verworven kennis, moeten afgelegd worden zodat de mens hier en nu de wereld maakt.

Het rijtje kan verder aangevuld worden. Ook Bertrand Russell, *Geschiedenis van de Westerse filosofie*[29], en de bestseller van Jostein Gaardner, *De wereld van Sofie*[30], zijn nominalistisch geschreven. Zodoende was - om het met de woorden van Van Zandt te zeggen - "all modern philosophy" nominalistisch. Hij zegt verder dat het nominalisme bij uitstek een Angelsaksische filosofie is. Het licht van de nominalistische rede wordt overigens gesymboliseerd door het Amerikaanse Vrijheidsbeeld dat in New York de toorts van de verlichting hoog houdt. Het heeft de ketenen aan haar voeten die haar vastbonden, gebroken en brengt het licht van de nominalistisch geduide rede over de hele wereld. Voor het nominalisme is de mens inderdaad de maat, de norm van al wat bestaat. Van Zandt schreef zijn boek in 1959. Onze tijd is met haar geestesfilosofie zeker niet op haar stappen teruggekeerd, wel integendeel. We komen er verder nog op terug.

4.03. Oordelen

Het oordeel

Sofie is met moeder naar de dokter geweest.

- "En, Sofie, wat heeft de dokter gedaan"? Vraagt vader 's avonds.

- "Eerst heeft hij mijn pols vastgenomen, en daarna heeft hij gekeken hoe laat het was".

Voor Sofie dient een uurwerk om te kijken hoe laat het is. Dat het ook kan gebruikt worden om het ritme van de hartslag te meten, weet ze niet. Dus veronderstelt zij dat de dokter wilde weten hoe laat het was.

Vatten we kort samen wat van het oordeel al werd gezegd. De zin "Alle bloemen van deze plant zijn mooi" is een oordeel. Oordelen is van iets, iets beweren. Een oordeel verbindt een origineel (het onbekende) met een model (het gekende). Het origineel geldt in de zin als het onderwerp, het bekende als het gezegde. Het oordeel drukt tussen twee gegevens een betrekking uit.

Een oordeel is waar, onwaar of onder voorbehoud. "Twee plus drie is vijf" is een waar oordeel. "Twee plus twee is vijf" is een onwaar oordeel. "Iets plus drie is vijf" is een oordeel onder voorbehoud. Het is enkel waar als de term 'iets' staat voor de waarde 'twee'.

Oordelen zijn definiërend, analogisch of contradictorisch. Definiërende oordelen vinden we in verklarende woordenboeken. Analogische oordelen steunen op gelijkenis of op samenhang. Het oordeel: "alle bloemen zijn mooi" is een analogisch oordeel dat op gelijkenis steunt. Alle bloemen lijken onderling op elkaar uit oogpunt van hun geel zijn. “Deze bloemen behoren tot deze plant” is eveneens een analogisch oordeel maar steunt op samenhang. De bloemen lijken niet op de plant maar hangen ermee samen. “Een vierkant is een cirkel” is een contradictorische of inconsistent oordeel en behelst een innerlijke tegenspraak. Het definiendum is hier totaal niet identisch aan het definiëns. Tot zover wat al over het oordeel werd gezegd, kort samengevat.

Kwantiteiten en kwaliteit van een oordeel

We kunnen de algemene structuur van een oordeel als volgt samenvatten: “Alle elementen (of delen) zijn wel (of niet) aanwezig”. Naast ‘alle’ elementen of delen kan het ook om ‘sommige’, om ‘één’ element of deel of om ‘geen’ element of deel gaan.

- De termen ‘alle’, ‘sommige’, ‘één’ en ‘geen’ slaan op de hoeveelheid of kwantiteit. Om deze kwantiteit met een symbool aan te geven, gebruikten de middeleeuwse logici als geheugensteuntje het Latijnse woord ‘affirmo’ (“ik bevestig”). Met de letter ‘a’ van ‘affirmo’ gaf men aan dat een oordeel universeel (alle) bevestigend is. De letter ‘i’ van ‘affirmo’ gebruikte men om een particulier (sommige, enkele) of singulier (één) oordeel aan te duiden.

Het oordeel: “Alle bloemen zijn mooi” is universeel bevestigend en krijgt daarom als kenmerk de letter ‘a’.

Het oordeel: “Sommige bloemen zijn mooi” is particulier bevestigend en krijgt daarom als kenmerk de letter ‘i’.

Het oordeel: “Deze bloem is mooi” is singulier bevestigend, en krijgt eveneens de letter ‘i’.

- De termen ‘wel’ of ‘niet’ betreffen de kwaliteit van het oordeel. De middeleeuwse logici gebruikten hiervoor als geheugensteuntje het Latijnse woord ‘nego’ (“ik ontken”). Hiervan nam men de letters ‘e’ en ‘o’. De letter ‘e’ geeft aan dat een oordeel universeel ontkennend (“alle niet” of ‘geen’) is. De letter ‘o’ betekent dat een oordeel particulier (“sommige niet”), of singulier ontkennend (“één niet”) is.

Zo heeft het oordeel: “Alle bloemen zijn niet mooi” de kwantiteit ‘alle’ en de kwaliteit ‘niet’. Het kan herschreven worden als “geen (enkele) bloem is mooi”. Beide oordelen zijn universeel ontkennend en krijgen daarom als kenmerk de letter ‘e’.

Het oordeel: “Sommige bloemen zijn niet mooi” heeft de kwantiteit ‘sommige’ en de kwaliteit ‘niet’. Het oordeel is particulier ontkennend en krijgt de letter ‘o’.

Het oordeel: “Deze bloem is niet mooi” heeft als kwantiteit ‘deze’ (slechts één exemplaar) en als kwaliteit ‘niet’. Het is singulier ontkennend en wordt eveneens gekenmerkt door de letter ‘o’.

Samengevat:

Alle bloemen zijn mooi.
(universeel bevestigend of a)

geen bloemen zijn mooi.
(universeel ontkennend of e)

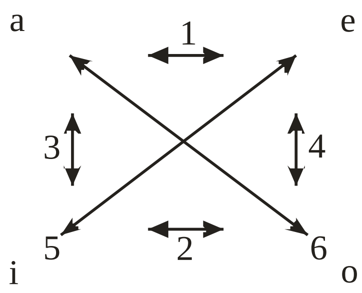
Sommige bloemen zijn mooi.
(particulier bevestigend of i)

Sommige bloemen zijn niet mooi.
(particulier ontkennend of o)

Geven we dit alles weer in wat men een “logisch vierkant” noemt. Hierbij toont er zich een aantal tegenstellingen tussen de respectievelijke oordelen a, e, i en o. Ze worden hieronder weergegeven met de pijlen 1 tot 6. We krijgen:

Alle elementen (of delen) zijn aanwezig.
(a)

Geen elementen (of delen) zijn aanwezig.
(e)



Sommige elementen (of delen) zijn aanwezig. (i)

Sommige elementen (of delen) zijn niet aanwezig. (o)

Men ziet de tegenstellingen in kwantiteit en kwaliteit. Deze verschillende soorten worden ook verschillend benoemd.

- (1) Het oordeel a is contrair met het oordeel e. Het oordeel e is contrair met het oordeel a. Contraire oordelen zijn universele oordelen die tegengesteld zijn in hun kwaliteit. Ze kunnen nooit beiden tegelijk waar zijn. Wel kunnen ze beiden onwaar zijn.

- (2) Het oordeel i is subcontrair met het oordeel o. Het oordeel o is subcontrair met het oordeel i. Subcontraire oordelen zijn particuliere oordelen die tegengesteld zijn in hun kwaliteit. Ze zijn nooit beiden onwaar, wat betekent dat minstens één ervan waar is.

- (3) Het oordeel a is subaltern met het oordeel i. Het oordeel i is subaltern met het oordeel o. Hetzelfde geldt voor de oordelen e en o (4). Subalterne oordelen zijn oordelen die tegengesteld zijn in hun kwantiteit. In dat opzicht is de verticale pijl met dubbele spits ($\longleftrightarrow$) bij (3) en (4) verantwoord.

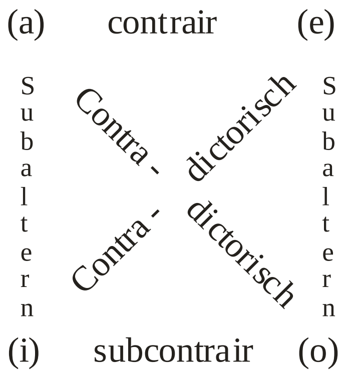
In een ander opzicht is die dubbele pijl in (3) en (4) echter niet verantwoord. Verduidelijken we dit. Het oordeel a impliceert het oordeel i. Als alle elementen of alle delen aanwezig zijn, dan zijn ook sommige elementen of delen aanwezig. Zo ook impliceert het oordeel e, ook het oordeel o. Als alle elementen of delen niet aanwezig zijn - als er dus geen enkel element of geen enkel deel aanwezig is - dan zijn ook sommige elementen of delen niet aanwezig. Het omgekeerde is evenwel niet waar. Als sommige aanwezig zijn, zijn niet noodzakelijk alle aanwezig. Als sommige afwezig zijn, zijn niet noodzakelijk alle afwezig. Omdat dus de omgekeerde relatie niet geldt, mag er vanuit dat standpunt in (3) en (4) geen pijl met dubbele spits getrokken worden, maar enkel een pijl die van boven naar beneden wijst. Men zegt tenslotte nog dat a de implicans is van i. Zo is ook e de implicans van o. Omgekeerd is i de subalterne van a, en is o de subalterne van e.

- Het oordeel a is contradictorisch of tegenstrijdig met het oordeel o (6). Hetzelfde geldt voor de oordelen i met e (5). Contradictorische oordelen zijn oordelen die tegengesteld zijn in hun kwaliteit en kwantiteit. Wanneer het ene waar is, is het andere onwaar, en omgekeerd, wanneer het ene onwaar is, is het andere waar.

Geven we ze opnieuw schematisch weer:

Allen zijn aanwezig. (universeel bevestigend) (alle wel)	geen zijn aanwezig. (universeel ontkennend) (alle niet)
	Sommigen zijn niet

Sommigen zijn aanwezig (particulier bevestigend) (sommige wel)



aanwezig (particulier ontkennend) (sommige niet)

Alle, sommige of geen zijn wel / niet aanwezig.

Een aantal logici[31] wijst erop dat onbepaalde telwoorden niet altijd even duidelijk worden weergegeven. De tabel hieronder toont de differentiaal die gaat van alle over sommige en één tot geen.

Alle wel	Sommige wel, sommige niet		alle niet
universeel	Particulier	Singulier, één	geen

alle			
meer dan 1			
minstens 1, sommige			
	niet alle		
		hoogstens 1	
			geen

We zien dat het aantal “alle”, enkel universeel is.

Het aantal “meer dan één” kan universeel of particulier zijn, maar niet singulier.

Het aantal “minstens één” kan universeel, particulier of singulier zijn.

E. Lemmon, *Moderne Logica*, [32]merkt op dat in de logica de term ‘sommige’ steeds “ten minste één” betekent. Hij vervolgt: Derhalve geldt “sommige fantasten zijn Grieken”, als waar, ook al is er slechts één Griekse een fantast, en het is eveneens waar, indien alle fantasten Grieken zijn.”

“Niet alle” kan niet universeel zijn, wel particulier of singulier, of zelf geen.

“Hoogstens één” kan enkel singulier of ‘geen’ zijn.

De term “geen” ten slotte, is niet universeel, niet particulier of niet singulier.

Een oordeel weergegeven in een venndiagram.

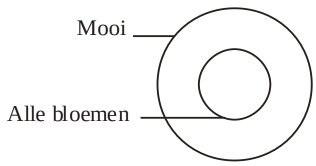
In een oordeel wordt een onderwerp (of subject (S) als origineel) door het werkwoord ‘zijn’ verbonden met een gezegde (of predicaat (P) als model). Een oordeel kan in een schema samengevat worden als: “subject ‘is’ predicaat” of korter: “S is P”.

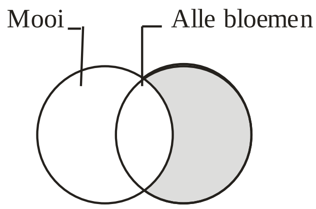
Houden we ook rekening met de kwantiteit van het oordeel, dan kan het oordeel “S is P”, nauwkeuriger omschreven worden, ofwel als ‘Sap’ als het om een universeel oordeel gaat, ofwel als ‘Sip’, als het een particulier of singulier oordeel betreft.

Houden we eveneens rekening met de kwaliteit van het oordeel, dan kan het oordeel “S is P”, op zijn beurt omschreven worden, ofwel als ‘Sep’ als het om een universeel ontkennend oordeel gaat, ofwel als ‘Sop’, als het een particulier of singulier ontkennend oordeel betreft.

O. Willmann, *Abriss*[33], vermeldt dat men sedert de Engelse wiskundige en filosoof John Venn (1834 /1923), oordelen kan afbeelden in zogenoemde venndiagrammen.

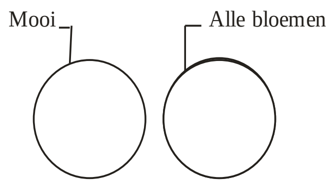
Sap: Alle bloemen zijn mooi.

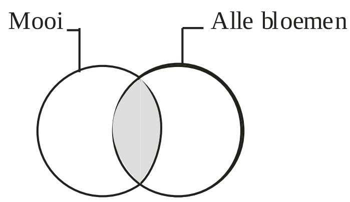




In de eerste afbeelding is de verzameling van alle bloemen een deelverzameling van al wat mooi is. Het grijze deel in de tweede afbeelding bevat geen enkele bloem.

Sep: Alle bloemen zijn niet mooi.

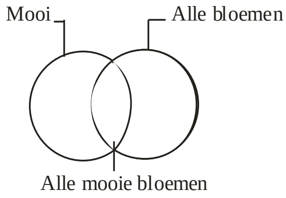




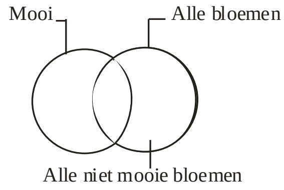
In de eerste afbeelding zijn beide verzamelingen gescheiden. Er zijn geen mooie bloemen. Het grijze deel in de tweede afbeelding bevat geen enkele bloem.

Sip: Sommige bloemen zijn mooi.

Sop: Sommige bloemen zijn niet mooi.



Alle mooie bloemen bevinden zich in de doorsnede van de beide verzamelingen.



Alle niet mooie bloemen bevinden zich in de verzameling der bloemen, maar buiten de verzameling van al wat mooi is.

Het oordeel in een context

We illustreerden al dat er eenduidige en veelduidige tekens zijn. Zo vertelde de zielenherder ons m.b.t. zijn parochianen en zijn klein kerkje (2.07) dat “als zij er allemaal zijn, zij er niet allemaal in kunnen, maar aangezien zij er nooit allemaal zijn, zij er altijd allemaal in kunnen”. De termen ‘zij’ en ‘allemaal’ duiden hier twee verschillende verzamelingen aan, en toch wordt deze onnauwkeurige mededeling, gezien haar context, goed begrepen. Juridische teksten en notariële akten vereisen echter een verregaande nauwkeurigheid. Daar is de inzet te ernstig.

Niet alleen termen kunnen één- of veelduidig zijn, ook oordelen kunnen dat zijn. Ook zij kunnen gesitueerd worden in een context. Zo kan de zin “Hilde loopt” een antwoord zijn op de vraag “Welk beroep oefent Hilde uit?” Dan betekent het dat zij een loopster is. Was de vraag echter wat Hilde op dit ogenblik doet, dan weten we dat zij nu aan het lopen is.

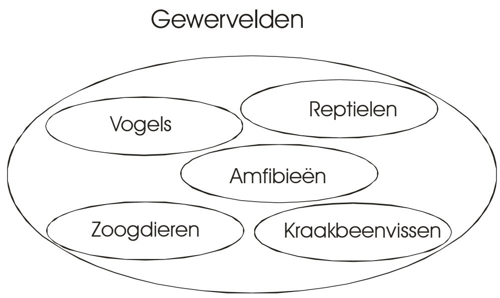
In een context kan ook wat verzwegen wordt, van betekenis zijn. Schijnbaar afwezig, is wat verzwegen wordt, dan toch aanwezig. Illustreren we dit met een tekst uit een catalogus voor bruidsjurken van enkele decennia geleden. Deze tekst was als volgt: “Als symbool van de maagdelijkheid huwt een meisje nog steeds graag in het wit, hoewel zich vandaag toch al heel andere tinten beginnen te vertonen.” Ofschoon het niet echt gezegd is, toch suggereert de tekst subtiel en humorvol dat heel wat meisjes op hun huwelijksdag geen maagd meer zijn.

Ook een voorwaarde is een oordeel.

We zegden al (4.01) dat de voorwaarde “Als het regent, worden de straten nat”, een propositie is. Deze uitdrukking kan inderdaad waar of onwaar zijn.

Volgens *Van Dale*[34] is een voorwaarde een vooraf gestelde beperkende bepaling, die maakt dat iets mogelijk is of plaats kan hebben. In logische taal luidt het: “indien A, dan B”. A is de voorwaarde of oorzaak, B het gevolg. Voorwaarden kunnen noodzakelijk of voldoende zijn. Bij een voldoende voorwaarde zijn geen andere voorwaarden vereist om het beoogde gevolg te bereiken. Een noodzakelijke voorwaarde is een absolute vereiste. Zonder haar treedt het bedoelde gevolg niet op. Hiermee is niet gezegd dat die voorwaarde de enige is. Mogelijk zijn ook nog andere voorwaarden noodzakelijk.

I.M. Bochenski[35] illustreert het verschil tussen beide als volgt. Kijken we in de taxonomie van het dierenrijk naar de onderstam der gewervelde dieren. Hierin vinden we de klassen van de vogels, de reptielen, de amfibieën, de zoogdieren en de kraakbeenvissen. Geven we dit weer in een venndiagram.



Voldoende voorwaarde.

Indien het om een vogel, een reptiel, een amfibie, een zoogdier of kraakbeenvis gaat, dan is het meteen een gewerveld dier. Het is voldoende om tot een der opgesomde klassen (A) te behoren, om gewerveld (B) te zijn. Algemener gezegd: A is de voldoende voorwaarde van B slechts dan wanneer de uitspraak ‘indien A, dan ook B’ geldig is.

Noodzakelijke voorwaarde.

Omgekeerd is het gewerveld zijn (A) noodzakelijk om tot één der opgesomde klassen te behoren (B). Betreft het een niet gewerveld dier, dan kan het zeker niet om een vogel, een reptiel, een amfibie, een zoogdier of kraakbeenvis gaan. Algemener gezegd: Wij zeggen dat A een noodzakelijke voorwaarde is van B slechts dan wanneer de (omgekeerde) uitspraak geldt: “Indien B, dan ook A”.

Voldoende en noodzakelijke voorwaarde.

Zo is het liefdespel of de kunstmatige bevruchting een noodzakelijke voorwaarde voor bevruchting. Maar het is op zich niet voldoende. Een zaadcel moet bovendien de eicel bevruchtend binnendringen. Een noodzakelijke en voldoende voorwaarde maakt gebruik van beide eigenschappen. Als aan beide voldaan is, toont zich het effect.

Ch. Lahr[36], illustreert de voldoende en noodzakelijke voorwaarden nog met het volgende voorbeeld. De aswenteling van de aarde is een noodzakelijke voorwaarde om de afwisseling van dag en nacht te verklaren. Dat is echter onvoldoende. Er moet ook nog zonlicht zijn, anders blijft de aarde in duisternis. Alleen maar de aswenteling, of alleen maar het zonlicht, zijn onvoldoende ter verklaring van de afwisseling van dag en nacht. Slechts beide samen vormen volgens Lahr de noodzakelijke en voldoende reden voor de afwisseling van dag en nacht.

Verwijzend naar de paradox van Olbers (3.02; Waarom is het 's nachts donker?), zou men Lahr hier kunnen aanvullen en zeggen dat aswenteling en zonlicht samen ook niet voldoende zijn om de afwisseling van dag en nacht te verklaren. Een derde noodzakelijke voorwaarde is dat het heelal met een enorme snelheid uitdijt. Zou dit niet het geval zijn, dan zou de aarde vanuit alle richtingen een overvloed van sterrenlicht en warmte ontvangen. Dan zou het hele aardoppervlak voortdurend overbelicht en te heet zijn en was er geen dag of nacht meer te onderscheiden. Omdat de sterren zich met een enorme snelheid van ons verwijderen, bereiken minder lichtdeeltjes onze planeet, waardoor de aarde door de vele verre sterren slechts zeer zwak verlicht wordt. Aswenteling, zonlicht en een uitdijend heelal zijn drie noodzakelijke, maar afzonderlijk onvoldoende voorwaarden om de afwisseling van dag en nacht te verklaren. Slechts samen genomen vormen ze de noodzakelijke en voldoende reden voor de verklaring van het daglicht.

Voorwaarden en oorzaken

Een gegeven verklaren is er de reden van aangeven. In de natuurwetenschappen beperkt men die reden zeer vaak tot een voorwaarde. Maar een voorwaarde is geen oorzaak. Men blijft bij een minimale verklaring. Wie verklaart o.g.v. oorzaken, geeft meer over werkelijkheid weer dan wie zich beperkt tot voorwaarden. Volgens Bochenski komt men in de biologie en de menswetenschappen gemakkelijker tot een oorzakelijke verklaring.

Hoe dan ook, voorwaarden en oorzaken zijn 'redenen'. Zij illustreren het redenaxioma dat zegt: "Niets is zonder reden". Het gaat er om een fenomeen met inbegrip van zijn reden te denken. Eén der basisbegrippen der logica - samenhang - laat zich ook hier duidelijk gelden.

Hoe een oordeel toetsen?

Bochenski[37] zegt dat een oordeel betekenis heeft als men het op zijn juistheid kan toetsten. Dit kan op meer dan één wijze.

- Logisch: Indien een oordeel geen tegenspraak bevat, is het logisch verifieerbaar. Zo: 2 + 3 = 5.

- Technisch: Indien er technische middelen bestaan om een oordeel te toetsen, dan is het technisch verifieerbaar. Zo is koorts toetsbaar met een thermometer.

- Fysisch: Indien een oordeel niet strijdig is met de wetten der natuurkunde, dan is het fysisch verifieerbaar. Zo is de bewering dat een bal uit zichzelf een helling zal oprollen, strijdig met de wetten der fysica en dus weerlegbaar. Bij logische, technische en fysische toetsingen gaat men empirisch te werk.

- Transempirisch: Sommige toetsingen situeren zich echter buiten deze empirische methoden. Men heet ze transempirisch. In de Oudegyptische cultuur werd de kat vereerd en gold ze als goddelijk wezen. Maar hoe is zo een bewering te toetsen? Voor velen is zulk een uitspraak nonsens en technisch, fysisch of logisch niet te toetsen.

Toch zijn er ook nog andere criteria mogelijk. Zo zullen sommige fenomenologen het reine bloottrekken van een gegeven, ook al zou het paranormaal zijn, als verificatie aanvaarden. Psychologen die de introspectieve (op zelfwaarneming gesteunde) methode wetenschappelijk toepassen, aanvaarden een oordeel dat langs die weg ontstaat, in vele gevallen als geverifieerd. Verwijzen we b.v. naar de droom die Braatoy aanhaalde over het zinkende huwelijksbootje (1.03.), naar de verlamde vrouw die niet naar het altaar kon gaan of naar de man die allergisch was aan pluimen. Het feit dat de gebruikte methoden tot een oplossing van de problemen hebben geleid, is voor vele een toetsing en verificatie van de vooropgestelde theorieën.

Men kan zich ook voorstellen dat meerdere mensen tot een gelijkluidend oordeel komen betreffende een gegeven dat niet wetenschappelijk, maar b.v. enkel mantisch of introspectief kan worden waargenomen. Religieuze oordelen hebben zo hun eigen wijze van toetsing. Bochenski heet ze 'transnatuurlijk'. Dergelijke methoden overschrijden de empirische waarneming. Maar dit geldt ook voor het oordeel van b.v. de enige getuige van een ongeval. Het is niet omdat hij of zij slechts de enige is, dat zijn of haar getuigenis daarom niet geloofwaardig zou zijn.

Ieder oordeel steunt op vergelijken

Oordelen houdt in dat men iets met inbegrip van iets anders denkt. Een oordeel uitzeggen, betekent dat men vergelijkt. Dat deed ook Sofie toen ze de dokter naar zijn uurwerk zag kijken terwijl hij haar pols vasthield. Ze vergeleek zijn daad met het enige gebruik dat ze kende als iemand naar een uurwerk kijkt: zien hoe laat het is. We hebben het vergelijken eveneens ontmoet waar o.m. het ontcijferen van de hiëroglyfen (2.04) en het leren lezen via het vergelijken van woorden ter sprake kwam. Ook in de comparatieve wetenschappen vergelijkt men bekomen resultaten van het ene deelgebied met het andere.

Ch. Lahr[38] zegt dat alle logici het erover eens zijn dat een deel van onze oordelen berust op een doordachte, bewuste vergelijking. Sommigen menen dat ook een onbewust oordeel op vergelijken steunt.

Zo kon een moeder een spontane en 'intuïtieve' sympathie koesteren voor een blonde jongen, die op haar overleden zoon lijkt (2.07), en een verliefde man zal wat met zijn geliefde samenhangt, bijzonder koesteren. Ziet een kind dagelijks zijn vader schelden terwijl hij zijn soep eet, dan kan het dat het kind later geen soep meer lust. En dit zonder er de oorzaak van te kennen. Ook hier zit een onbewuste vergelijking: soep eten hangt samen met schelden. Of denken we aan de ongeletterde Xhosa (1.05) die mantisch zag dat een bepaald dier van zijn kudde verdwenen was. Hij 'vergelijkt' het vee dat al in de kraal is, met de volledige kudde die hij in zijn verbeelding heeft bewaard. Ook de prof die het examen van een student niet wilde afnemen, omdat hij hem geen enkele keer in zijn aula 'zag', vergelijkt het gezicht van de student met de beelden die zijn eidetisch geheugen hem tonen.

Ons denken, zij het bewust of on - en onderbewust, werkt wezenlijk vergelijkend. Wat is natuurlijke logica zonder "de gegevens met inbegrip van elkaar te denken" en "ze meteen in termen van elkaar uitspreken"? Dat doet het gemeenschappelijke verstand zonder ooit uitdrukkelijk logica te hebben gestudeerd.

Lahr[39] zegt dat een oordeel logisch waar is als dat wat beweerd wordt, overeenstemt met de bedoelde werkelijkheid. Deze waarheid wordt beheerst door het identiteitsaxioma dat stelt dat "al wat (zo) is, (zo) is". Zoals al gezegd doet het oordeel een beroep op onze eerlijkheid en dwingt ons de evidentie te bevestigen van wat zich objectief toont. Ofwel is iets waar ofwel is het niet waar. 'Waarheid' en 'zijn' gehoorzamen blijkbaar aan dezelfde axioma's.

4.03.1. Logische connectieven en waarheidstabellen.

In het voorgaande hebben we in hoofdzaak enkelvoudige oordelen behandeld zoals "alle bloemen zijn mooi" en "alle bloemen zijn van deze plant". We kunnen nu zulke oordelen met elkaar verbinden tot een samengesteld en dus nieuw oordeel. Zo: "alle bloemen zijn mooi en ze zijn van deze plant". Het voegwoord ‘en’ maakt de verbinding of connectie tussen beide oordelen. Men zegt dat ‘en’ een logisch connectief is. In de zin “het regent of het sneeuwt” is het woord ‘of’ het logische connectief. Met dergelijke verbindingswoorden kan men enkelvoudige oordelen op een aantal manieren combineren. Dit aantal vergroot nog als men bovendien gebruik maakt van het woordje ‘niet’. Zo b.v. “Alle bloemen zijn niet mooi en ze zijn niet van deze plant”. Over dergelijke samengestelde varianten van proposities gaat het hier. We willen ze uiteindelijk allen netjes gerangschikt zien in een overzichtelijke tabel.

Een propositie en haar ontkenning

“Alle bloemen zijn niet mooi en ze zijn niet van deze plant” zo lazen we hierboven. Het woordje ‘niet’ ontkent een gegeven propositie. We zullen het bij herhaling nog ontmoeten. Geven we in wat volgt enkele voorbeelden aan de hand van de werkwoorden ‘zingen’. De ontkenning geven we weer met het symbool ‘$\neg$’. Is een propositie waar, dan gebruiken we het cijfer 1. Is ze onwaar, dan krijgt ze het cijfer 0. We werken dus binair, in een tweetallig systeem, digitaal, net zoals een computer. Soms gebruikt men i.p.v. de cijfers 1 en 0 ook de letter T (Engels: True) voor ‘waar’ en de letter F (Engels: false) voor ‘onwaar’.

Vertrekken we van de propositie “zingen” en stellen we deze voor met de letter ‘z’. Als we zingen, dan is het uiteraard niet waar dat we tegelijk niet zingen.

Gebruiken we zoals gezegd voor ‘waar’ het cijfer 1, en voor ‘onwaar’ het cijfer 0, dan drukt de tabel hieronder in symbolen uit dat als we zingen (z), het zingen waar is (1), en het niet-zingen ($\neg$ z) is dan onwaar (0).

z	$\neg$z
1	0

Als we echter niet zingen, dan krijgt het ‘zingen’ de waarde 0. Het niet-zingen krijgt dan de waarde 1.

z	$\neg$z
0	1

Voegen we beide tabellen samen, dan krijgen we een overzicht van de mogelijke combinaties van ‘z’ en ‘$\neg$ z’. Hier zijn het er slechts twee, maar we zullen zien dat bij een toename van het aantal gegevens, dergelijke tabellen vlug heel wat uitgebreider worden.

z	¬ z
1	0
0	1

Algemeen gesteld: als om het even welke bewering waar is, dan is haar negatie niet waar. Omgekeerd: als om het even welke bewering onwaar is, dan is haar negatie waar.

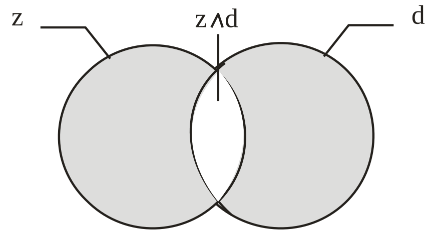
Zulk een tabel verschaft waarheid betreffende een gegeven propositie en wordt “een waarheidstabel” genoemd. Waarheidstabellen ordenen situaties. Verbindingswoorden als ‘en’, ‘of’, “als.., dan…,” hebben hun specifieke waarheidstabel. Zulke tabellen vinden hun toepassingen o.m. in de elektronica, in digitale schakelingen en in de informatica.

Baseren we ons in wat volgt op het werk van de Amerikaanse filosoof en historicus Josiah Royce (1855 /1916), *Principles of Logic*[40]. Met de werkwoorden ‘zingen’ en ‘dansen’ illustreert hij aantal logische verbindingen. De gewone taal is met de betekenis van haar voegwoorden niet altijd even nauwkeurig. Zo kan de uitdrukking “zingen of dansen” betekenen dat men slechts één van beide doet, of dat men ze beide tegelijk doet. In de logica zal men zulke dubbelzinnigheden nauwgezet vermijden en voor elke mogelijkheid een specifiek symbool voorzien. Gaan we hieronder na hoe logische connectieven twee (of meer) oordelen met elkaar verbinden. Tonen we hierbij eveneens aan hoe men geleidelijk van het betekenisvol logisch redeneren tot een ‘formaliseren’ komt. Hiermee wordt bedoeld dat men van een semantisch betekenisvol oordeel, tot een louter syntactisch schikken van symbolen komt.

Behandelen we achtereenvolgens de conjunctie, de disjunctie, de exclusie, de contravalentie, de equivalentie en tenslotte de implicatie. Laten we ons vooral niet afschrikken door de opsomming van deze niet alledaagse woorden. Zoals verder in de tekst mag blijken, kunnen we het rijtje even goed verwoorden als: beiden samen, minstens 1, hoogstens 1, slechts één, wederzijds, en tenslotte: indien dit, dan dat.

Conjunctie: beiden samen

De conjunctie staat voor de term ‘en’, en betekent het ene en tegelijk het andere. We zingen (z) en dansen (d) tegelijk. In de verzamelingenleer spreekt men van een doorsnede of een logisch product. Het symbool ervan is ‘∧‘. Met enige moeite kunnen we in dit teken de twee beentjes van letter ‘n’ herkennen, en als geheugensteuntje zo naar het voegwoordje ‘en’ verwijzen. Tegelijk “zingen en dansen” we. In logische taal: “z $\wedge$ d”. Kijken we naar het venndiagram hieronder.



z $\wedge$ d

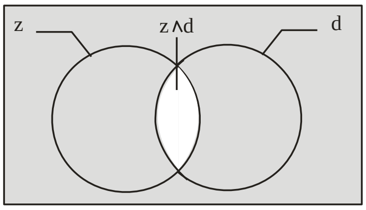
De cirkel links bevat alle zangers. De cirkel rechts bevat alle dansers. Het gemeenschappelijke en witte deel van de beide cirkels bevat alle zangers die dansen of, wat op hetzelfde neerkomt, alle dansers die zingen. Wat niet tot zingen of dansen behoort, valt buiten deze cirkels. De conjunctie wordt hier dus gevormd door de gemeenschappelijke elementen der beide verzamelingen. Anders gezegd, de conjunctie bevat hier geen zangers die niet dansen en ook geen dansers die niet zingen.

Stellen we de waarheidstabel op van deze conjunctie “zingen en dansen”. Zingen we, dan krijgt ‘zingen’ de waarde 1. Zingen we niet, dan heeft ‘zingen’ de waarde 0. Hetzelfde geldt voor het dansen. Omdat zowel ‘zingen’ als ‘dansen’ de waarden 1 en 0 kunnen aannemen, betekent het dat zulk een bewerking, een verbinden van zingen met dansen, 4 verschillende combinaties geeft. We kunnen zingen en dansen (z = 1, d = 1), zingen en niet dansen (z = 1, d = 0), niet zingen en dansen (z = 0, d = 1), en tenslotte niet zingen en niet dansen (z = 0, d = 0).

z	d	z $\wedge$ d
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

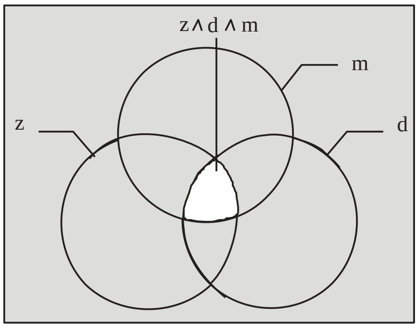
In de tabel hierboven staan in de eerste kolom de waarden voor zingen ‘z’ (1, 1, 0, 0) onder elkaar, dan in de tweede kolom die van dansen ‘d’ (1, 0, 1, 0). Zo hebben we de vier mogelijke combinaties opgesomd. Tenslotte worden in de derde kolom ook de waarden van de formule “z $\wedge$ d” ingevuld. We lezen af dat als ‘z’ en ‘d’ elk afzonderlijk waar zijn, ze dan samen ook waar zijn. Als slechts één van beide waar is, of geen enkele, zijn ze samen niet waar.

Zoals al gezegd, gaat het in het venndiagram om het gemeenschappelijke deel der beide cirkels. Volledigheidshalve, en naar analogie met de overige connectieven, kunnen we de beide cirkels insluiten in een rechthoek. Alle elementen die niet tot de verzameling 'zingen' of 'dansen' behoren, vallen in de rechthoek, maar buiten de beide cirkels. Anders gezegd, wat in deze rechthoek grijs is ingekleurd en buiten de cirkels valt, bevat zangers noch dansers.



z ∧ d

Als we aan deze conjunctie van zingen en dansen, eveneens het kenmerk 'm' van 'musiceren' toevoegen, dan krijgen we nog een derde cirkel die al wie een instrument bespeelt, verzamelt. De conjunctie van zingen, dansen en musiceren wordt dan gevormd door het kleine, gemeenschappelijke en witte deel van de drie cirkels. Alle elementen die niet tot de verzameling 'zingen', 'dansen' of 'musiceren' behoren, vallen in de rechthoek, maar buiten de drie cirkels. Anders gezegd: in het grijze deel van de rechthoek dat buiten de cirkels valt, is er niets dat tot zingen, dansen of musiceren behoort.



z ∧ d ∧ m

Negatie

We hebben de negatie hierboven reeds vermeld. Gaan we er dieper op in. Nemen we b.v. de conjunctie van niet zingen en niet dansen (¬z ∧¬d). Ook hiervan kunnen we de waarheidstabel opstellen. Het niet-zingen kan waar zijn, of het kan niet waar zijn. Maar ook het niet-dansen kan waar zijn of het kan niet waar zijn.

In de eerste kolom hieronder zien we de waarden van zingen (z), de tweede kolom geeft de waarden van dansen (d), de derde kolom geeft de waarden van niet zingen (¬z), wat de omgekeerden zijn van de waarden van zingen (z). De vierde kolom geeft de waarden van niet dansen (¬d), wat eveneens de omgekeerden zijn van dansen (d). De laatste kolom geeft de waarden van tegelijk niet zingen en niet dansen.

z	d	¬ z	¬d	¬ z∧¬d
1	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
0	0	1	1	0

We zien dat het oordeel (¬z ∧¬d) enkel waar is en dus de waarde 1 heeft, als we tegelijk niet zingen en niet dansen. Het lijkt ons wel de evidentie zelf. Moesten we daarom deze tabel opstellen? Neen, niet voor zulke eenvoudige gevallen. Maar als het een aaneenschakeling van verschillende proposities betreft, dan kan het aantal combinaties flink oplopen en wordt het heel wat moeilijker om het resultaat nog te overzien. Dan kan de computer veel efficiënter en sneller werken.

We kunnen met de gegevens zingen (z) en niet zingen (¬z), nog twee merkwaardige varianten bedenken. Zo kunnen b.v. nagaan wat de waarde is van de conjunctie van zingen (z) met haar ontkenning, niet zingen (¬ z.). In symbolen weergegeven, krijgen we dan de formule z ∧¬ z.

Maar ook van deze laatste uitdrukking kunnen we opnieuw de negatie nagaan. We krijgen dan de ontkenning van “zingen en niet zingen”, ¬ (z ∧¬ z). De waarheidstabel geeft ons wat volgt:

z	¬ z	z ∧¬z	¬(z ∧¬ z)
1	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	1	0	1

De eerste kolom geeft de waarden van ‘z’, de tweede kolom de waarden van ‘¬z’. In de derde kolom vinden we de conjunctie van deze beide waarden: ‘z ∧ ¬z. We zien dat ze steeds gelijk is aan 0. De bewering dat we tegelijk “zingen en niet zingen” is dus altijd onwaar. Men kan inderdaad niet beiden tegelijk doen. Een formule die voor iedere waarde onwaar is, noemt men een contradictie.

Nemen we tenslotte de negatie van de derde kolom. We krijgen: '$\neg$ (z $\wedge \neg$ z)'. We zien we dat alle waarden steeds gelijk zijn aan 1. In woorden uitgedrukt, maar dat wordt al even doordenken: de bewering "het onwaar is dat men tegelijk kan zingen en niet kan zingen" is waar. M.a.w. deze laatste formule kan nooit onwaar zijn. Ze is inderdaad altijd waar. Men spreekt dan van een (logische) tautologie. Met het tussen haakjes zetten van het woord 'logische' willen we benadrukken dat het om een tautologie gaat zoals men dat in logica definieert. Het gewone taalgebruik kent eveneens de term 'tautologie', maar dan wordt meestal een stijlfout bedoelt waarbij tweemaal hetzelfde wordt gezegd, echter met een synoniem. Zeg ik b.v. "hij heeft dat reeds al begrepen", dan is ofwel het woord 'reeds' overtollig, ofwel het woord 'al'. De woorden 'al' en 'reeds' hebben hier een gelijkaardige betekenis en één van beiden moet dus weggelaten worden.

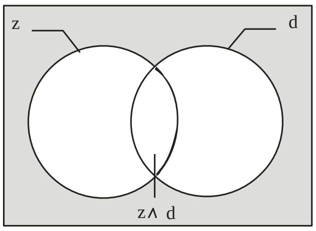
Met merkt eveneens dat het voluit verwoorden van dergelijke formules niet altijd even eenvoudig is en dat de weergave ervan in symbolen ons soms een beter overzicht geeft. Worden dergelijke opgaven te ingewikkeld, dan ziet men nog wel de algebraïsche formule en kan men er de waarheidstabel van opstellen. Toch wordt dan de praktische betekenis van wat men juist doet, steeds minder duidelijk. Ja, men kan dan uiteindelijk deze bewerkingen uitvoeren zonder nog aan enige concrete betekenis te denken. Men redeneert dan wel logisch met symbolen, maar men weet niet steeds waar ze voor staan. Daarin bestaat juist het 'formaliseren'. Overwegend dat we binair werken, met de waarden 0 en 1, kunnen we zo behoorlijk ingewikkelde formules op een minimum van tijd door een computer laten oplossen.

We hebben in het voorgaande vastgesteld dat als een samengestelde bewering waar is, en dus een tautologie vormt, haar ontkenning altijd onwaar is en leidt tot een contradictie. Omgekeerd: is een samengestelde bewering onwaar, en dus een contradictie, dan is haar ontkenning altijd waar en komt men tot een tautologie. Beoefenaars van de wiskundige logica, de zogenaamde 'logistiek', zeggen ons dat men van contradicties en tautologieën bij herhaling gebruik maakt en dat ze heel wat praktische toepassingen kennen.

Heeft men zoals hier de keuze uit slechts twee mogelijkheden, dan spreekt men van een "tertium non datur". Deze Latijnse term verduidelijkt dat een derde mogelijkheid niet gegeven en dus uitgesloten is. Men spreekt ook over "het principe van de uitgesloten derde".

Disjunctie: minstens 1

Richten we onze aandacht nu op het volgende logische connectief: de disjunctie. Men onderscheidt twee soorten: de inclusieve en de exclusieve. Deze laatste wordt ook kortweg de exclusie genoemd. Beginnen we met de inclusieve disjunctie, heten we ze kortweg 'disjunctie'. Deze staat voor de term 'of'. Blijven we bij het zingen en dansen, dan zingt men, ofwel danst men, ofwel doet men beide tegelijk. Maar men doet minstens één van beide. Men spreekt ook van de logische som. Het symbool ervan is 'v' (van het Latijnse 'vel'). Als geheugensteuntje kunnen we hier aan het woordje 'of' denken, en het in gedachten foutief schrijven als 'ov'. In symboolvorm: "z v d". Geven we hieronder het venndiagram.



z v d

We zien dat het gaat om zowel het gemeenschappelijke deel waarbij men tegelijk zingt en danst (de conjunctie dus: z ∧ d) alsook om het niet gemeenschappelijke deel in de beide cirkels waarbij men ofwel zingt ofwel danst. Omdat men verplicht is iets van beiden te doen, is de rechthoek grijs ingekleurd. Het grijze deel bevat geen enkel element met betrekking tot zingen of dansen. Daar bevindt zich dan ook niemand die iets met zingen of dansen te maken heeft. Wie minstens één van de twee doen, bevindt zich in het witte deel. Je kunt ofwel zingen, ofwel dansen, ofwel zingen en dansen tegelijk. De waarheidstabel geeft ons wat volgt:

z	d	z v d
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Wie zowel zingt als danst (1, 1), zingt en niet danst (1, 0), of niet zingt en wel danst (0,1) doet telkens iets, waardoor de waarde voor "z v d", 1 is. Alleen als men zich ver van alle zingen en dansen houdt, is de waarde van de disjunctie "z v d" gelijk aan 0.

Een voorbeeld: je kunt een snede ham op je broodje leggen, samen met een snede kaas, of alleen maar ham, of alleen maar kaas. In die drie gevallen heb je beleg en is de waarde ervan gelijk aan 1. Leg je helemaal niets op je broodje, dan is de waarde van het beleg gelijk aan 0.

Geven we nog een merkwaardig voorbeeld van een disjunctie, en dit met een bewering en de ontkenning ervan, b.v. “zingen of niet zingen” (z v ¬z) en stellen we weer de waarheids-tabel op.

z	¬ z	z ∨ ¬ z
1	0	1
0	1	1

We zien dat de waarde van de uitdrukking “z v ¬z” steeds 1 en dus waar is, wat ook de waarde van z (1 of 0) of ¬z (0 of 1) is. De bewering “ofwel zingen we, ofwel zingen we niet” is altijd waar. Ook hier hebben we een tautologie.

Ook hier kunnen we nog een stap verder gaan en de tabel opstellen van de negatie van deze laatste formule. We krijgen dan: ¬ (z v ¬z). In mensentaal uitgedrukt gaat het om de bewering: “het is onwaar dat we ofwel zingen ofwel niet zingen”. Men merkt onmiddellijk dat deze bewering fout is. De tabel geeft ons volgende aanvulling:

z	¬ z	z ∨ ¬ z	¬ (z ∨ ¬ z)
1	0	1	0
0	1	1	0

We zien dat de waarden in de laatste kolom steeds gelijk zijn aan 0. Die bewering is altijd onwaar, ook hier krijgen we een (logische) contradictie.

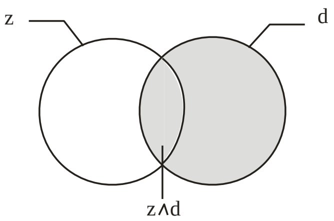
Exclusie: hoogstens 1

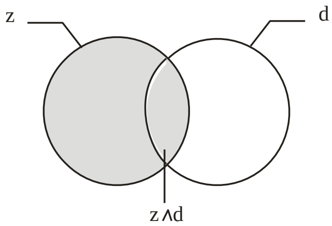
Bij de exclusie - zoals gezegd spreekt men ook van een exclusieve disjunctie - gaat het om zingen of dansen, maar hoogstens één van beide (in het Latijn: aut). Nooit beiden tegelijk. We illustreren: je baas geeft je ofwel opslag, ofwel een wagen van de firma, maar niet beiden. En je mag hem ook zeggen dat je noch de opslag, noch de wagen wilt. Hij zal er wellicht blij om zijn. Je mag in het restaurant als hoofdgerecht een visschotel nemen, of een vleesschotel, maar niet beiden. Je mag ook helemaal geen hoofdgerecht nemen.

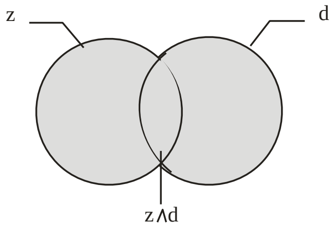
We kunnen bij de exclusie eveneens gebruik maken van het teken voor ‘of’, het symbool ‘v’, samen met het symbool niet (¬). Zo krijgen we:

opslag (o) of geen wagen (w) $(o \vee \neg w)$,
geen opslag of een wagen $(\neg o \vee w)$.
geen opslag of geen wagen $(\neg o \vee \neg w)$.
vis (vi) of geen vlees (vl) $(vi \vee \neg vl)$,
geen vis of vlees $(\neg vi \vee vl)$,
geen vis of geen vlees $(\neg vi \vee \neg vl)$,
zingen (z) of niet dansen (d) $(z \vee \neg d)$,
dansen of niet zingen $(d \vee \neg z)$,
niet zingen of niet dansen $(\neg z \vee \neg d)$.

Vatten we de exclusie samen in enkele venndiagrammen. We krijgen:







$(z \wedge \neg d)$ v $(\neg z \wedge d)$ v $(\neg z \wedge \neg d)$.

Wel zingen en niet dansen of niet zingen en wel dansen of niet zingen en niet dansen.

fig. 1 *fig. 2* *fig. 3*

Het grijze deel bevat telkens geen enkel element met betrekking tot het zingen of het dansen. Men zingt alleen maar (fig. 1), of men danst alleen maar (fig. 2), of men zingt noch danst (fig. 3). Wat men zeker niet doet is zingen en dansen tegelijk. We zien dat het disjunctieteken 'v' de figuren 1, 2 en 3 met elkaar verbindt.

Maakt men gebruik van de omsloten rechthoek, dan kan men de drie figuren ook in één enkele samenvatten.

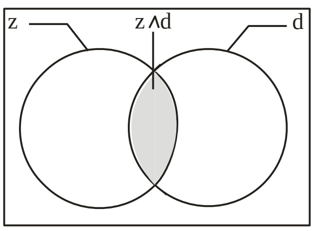


fig. 4

$(z \wedge \neg d)$ v $(d \wedge \neg z)$ v $(\neg z \wedge \neg d)$.

Wat buiten de cirkels, maar binnen de rechthoek valt, geeft “niet zingen en tegelijk niet dansen” aan. Ook dat is toegelaten, men mag inderdaad ook niets doen met betrekking tot zingen of dansen. Daarom is die ruimte wit. Het enige wat niet mag, en dus lichtgrijs is, is zingen en dansen tegelijk. Geven we hieronder de waarheidstabel.

z	d	z ed. d
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Indien men tegelijk zingt en danst, is de waarde van de exclusie gelijk aan 0. Alle andere waarden zijn gelijk aan 1. Ofwel alleen maar zingen, ofwel alleen maar dansen, ofwel niets dat hierop slaat. Het is ofwel één, ofwel geen, dus hoogstens één van beiden.

Het onderscheid tussen de inclusieve disjunctie en de exclusieve disjunctie kan zo worden samengevat: bij de inclusieve disjunctie gaat het om minstens één van beide. Bij de exclusieve disjunctie, of kortweg de exclusie, gaat het om hoogstens één van beide.

Contravalentie: slechts één

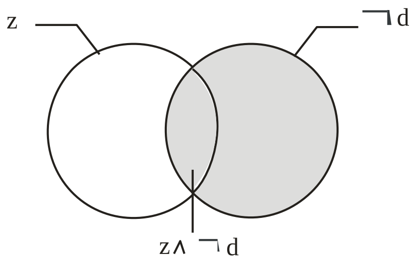
Blijven we bij het voorbeeld van het zingen en dansen, dan gaat het bij de contravalentie enkel om één van beiden. Ook hier maken we gebruik van het teken ‘v’ samen met het negatieteken ($\neg$). We krijgen:

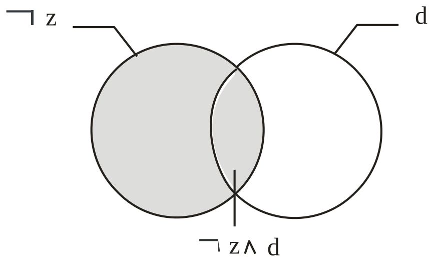
Wel zingen en niet dansen $(z \wedge \neg d)$ ofwel

niet zingen en wel dansen $(\neg z \wedge d)$.

De optie niet zingen en niet dansen $(\neg z \wedge \neg d)$, behoort niet tot de contravalentie maar tot de exclusie. Men mag alleen maar zingen, ofwel alleen maar dansen, niet beiden tegelijk, maar men moet wel iets van beiden doen. Het is ofwel het ene, ofwel het andere, dus minstens, maar ook hoogstens één van beiden. Samengevat: slechts één.

Voorgesteld in een venndiagram gaat het om de witte delen in de beide figuren.

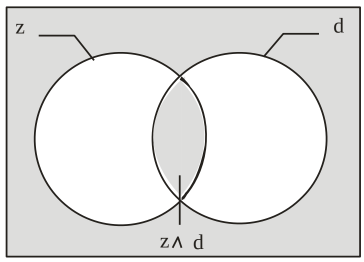




(z ∧ ¬ d) v (¬ z ∧ d)

Wel zingen en niet dansen of niet zingen en wel dansen

Vatten we ze beiden samen:



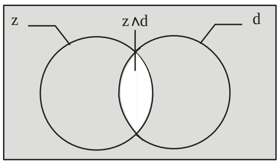
(z ∧ ¬ d) v (d ∧¬ z)

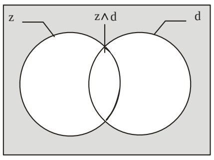
In tegenstelling tot de exclusie waar men ook niets mag kiezen, moet hier zoals gezegd wel één mogelijkheid gekozen worden. Ofwel zingen, ofwel dansen, maar niet helemaal niets doen. Daarom is het deel buiten de cirkels, en ingesloten in de rechthoek, grijs gekleurd. Dit deel bevat geen enkel element met betrekking tot zingen of dansen. De waarheidstabel geeft ons het volgende overzicht:

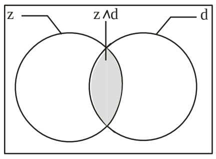
z	d	$z \dot{\vee} d$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

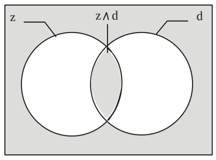
Hebben de beide ingangen dezelfde waarde (0 of 1) dan is de uitgang 0. In alle andere gevallen is de uitgang 1.

Illustreren we de gelijkenissen en verschillen tussen de vier connectieven die reeds ter sprake kwamen.









conjunctie disjunctie exclusie
contravalentie
beiden samen minstens 1 hoogstens 1
slechts één

Gaan we vervolgens nog in op de equivalentie en de implicatie.

Equivalentie

Een equivalente uitspraak is als volgt: Indien het ene, dan ook het andere, maar eveneens: indien het andere, dan ook het ene. Een equivalente uitspraak hebben we eveneens in de ontkenning: Indien het ene niet, dan ook het andere niet, maar eveneens: indien het andere niet, dan ook het ene niet. Er is wederzijdse gelijkwaardigheid. Illustreren we dit met een voorbeeld. Stel dat we alleen maar zingen als we dansen en dat we alleen maar dansen als we zingen. De zin: “als ik zing, dan dans ik” is dan equivalent met de zin “als ik dans, dan zing ik”. Ook de zin: “als ik niet zing, dan dans ik niet” is equivalent met de zin “als ik niet dans, dan zing ik niet”. We hebben hier niet alleen een “als…, dan”, maar bovendien ook een “als…, dan…, en dan alleen”. In wiskundige bewijzen kent men iets gelijkaardigs met de term ‘desda’, die staat voor de uitdrukking “dan, en slechts dan”. Toegepast op ons voorbeeld krijgen we: “Als ik zing, dan dans ik, en slechts dan” en “als ik dans, dan zing ik, en slechts dan”. We stellen de equivalentie voor met een dubbele pijl ($\Leftrightarrow$).

De uitdrukking “$z\Leftrightarrow d$” kan hier staan voor: “indien zingen, dan dansen”, maar tegelijk ook het omgekeerde: “indien dansen, dan zingen”. De beide uitdrukkingen “$z \Leftrightarrow d$” en “$d \Leftrightarrow z$” zijn dus evenwaardig. De waarheidstabel geeft ons volgende waarden:

z	d	$z \Leftrightarrow d$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

We zien dat de equivalentie de waarde 1 heeft als we dansen en zingen, of als we niet dansen en niet zingen.

Implicatie

Bij de implicatie heeft de waarheid van het eerste oordeel, de waarheid van het tweede tot gevolg. Ze vormt de basis van het overgrote deel van onze redeneringen. Zo: indien ik in de regen loop, dan word ik nat. Deze implicatie houdt, in tegenstelling tot de equivalentie, niet de omgekeerde bewering in. Uit de enkele bewering: "indien in ik de regen loop, dan word ik nat" mogen we niet besluiten: "indien ik nat word, regent het". Ik zou b.v. ook nat kunnen worden omdat ik een stortbad neem, of omdat ik in een zwembad duik.

Uit de enkele bewering: "indien ik zing, dan dans ik", volgt ook niet automatisch dat als ik dans, ik dan ook zing. Ik kan best op muziek dansen zonder hierbij te zingen. Beide uitdrukkingen zijn niet aan elkaar gelijk zijn. De implicatie is geen equivalentie. Zo zijn alle roodborstjes ook zangvogels, maar niet alle zangvogels zijn roodborstjes. Zo ook adem je als je slaapt, maar het is gelukkig niet steeds zo dat je slaapt als je ademt. De implicatie stellen we voor met een enkele pijl ($\Rightarrow$).

Nemen we als voorbeeld van een implicatie het gezegde: "waar rook is, is vuur", anders gezegd: "indien vuur, dan rook". De propositie "er is vuur", stellen we voor met de letter 'v'. Indien ze waar is krijgt ze de waarde 1. De propositie "er is rook" krijgt de letter 'r'. Ook deze krijgt de waarde 1 als ze waar is. De implicatie "v $\Rightarrow$ r" voluit gezegd, luidt dan; "indien er vuur is, dan is er rook". Is ze waar dan krijgt ze eveneens de waarde 1.

v	r	v$\Rightarrow$r
1	1	1

Stel nu dat er wel vuur is (1), maar geen rook (0), dan is de uitspraak: "indien er vuur is, dan is er rook" in dit geval niet waar. De implicatie v $\Rightarrow$ r krijgt nu waarde 0.

v	r	v$\Rightarrow$r
1	0	0

Nemen we de volgende combinatie en stellen we ons de vraag: als er geen vuur is, (0), kan er dan nog rook zijn? Vuur en rook lijken bijna onafscheidelijk met elkaar verbonden. En toch: ik kan b.v. een elektrische waterkoker of een microgolfoven - een magnetron zeggen onze noorderburen - gebruiken om water te verwarmen. Even later zie ik het water inderdaad roken en strikt genomen heb ik geen vuur gezien. Dus kan hier de implicatie “indien er geen vuur is, dan is er rook” toch waar zijn. De uitdrukking v $\Rightarrow$ r krijgt daarom de waarde 1.

v	r	v⇒r
0	1	1

Besluiten we met de laatste mogelijkheid. Is er geen vuur (0) dan is er ook geen rook (0). Ook deze propositie is waar en krijgt de waarde 1.

v	r	v⇒r
0	0	1

Vatten we tenslotte alle hierboven besproken mogelijkheden der implicatie samen:

v	r	v⇒r
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

We zien dat een implicatie waar is als ofwel v en r waar zijn (de eerste combinatie), ofwel als v vals is (de derde en vierde combinatie). De implicatie is enkel onwaar als v waar is, en r onwaar (de tweede combinatie). Het lijkt wel alsof het de eenvoud zelf is. En dat is het inderdaad zolang we bij de natuurlijke logica blijven. In de wiskundige logica, de zogenaamde ‘logistiek’, wordt het echter een heel ander verhaal. Herinneren we ons het zogenoemde ‘formaliseren’, waarbij men van een semantisch betekenisvol oordeel tot een louter syntactisch schikken van symbolen komt. Lichten we dit verder toe.

We vertrokken van de betekenisvolle propositie: “indien vuur, dan rook”. We kunnen ze syntactisch, zonder inhoudelijke betekenis dus, herschrijven als: indien A, dan B. Louter combinatorisch gezien, kunnen we nu zowel voor A als voor B proposities invullen naar eigen willekeur. Dat is inderdaad wat een inhoudsloze computer doet. Maar dat is eveneens wat de logistiek doet. Herschrijven we de tabel der implicatie in die zin.

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

In de logistiek zegt men nu dat als de propositie A waar is, en de propositie B ook, dat dan hun implicatie eveneens waar is. Geen probleem? Toch wel, tenminste voor wie redeneert volgens de natuurlijk logica. Die werkt inderdaad met betekenisvolle inhouden, daar waar de logistiek enkel syntactisch, dus betekenisloze combinaties voorziet. Herhalen we en benadrukken we het opnieuw: logistiek werkt met proposities *onafgezien van hun betekenis.* De logistiek neemt een term, ontneemt hem zijn logische inhoud, maakt er een lege huls van en vult die in met een eigen product. Illustreren we dit met een voorbeeld. Nemen we de eerste combinatie uit de tabel hierboven:

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1

"Indien 2 + 2 = 4 (1), dan is New York een grote stad (1)”.

Beide proposities, afzonderlijk genomen, zijn waar, dus zegt men in de logistiek dat ook hun implicatie $A \Rightarrow B$ is waar (1). “Dat is toch niet logisch” zal men vol onbegrip zeggen. En daarop luidt het antwoord dat een implicatie in de wiskundige logica verschilt van een implicatie in het dagdagelijkse leven. Zijn beide deelproposities waar, dan stelt de logistiek gewoonweg dat de hele implicatie waar is. In de gewone taal gebruiken we de uitspraak “indien ..., dan...”, om een oorzaak en een gevolg aan te geven. Wiskundige logica neemt hier echter afstand van en wil zich richten op computers en op digitale programmering en werkt bij voorkeur met lege hulzen. Zoals gezegd stemt de implicatie dan niet steeds overeen met ons intuïtief aanvoelen van de betekenis van de uitdrukking “indien ..., dan...”. Dat ze onnatuurlijk overkomt, doet volgens de wiskundige logica niets af van haar waarde. O.m. Bertrand Russell gebruikte deze logistische denkwijze om de grondslagen van de wiskunde te definiëren. Illustreren we hieronder de overige combinaties der implicatie.

De tweede combinatie geeft ons:

A	B	$A \Rightarrow B$
1	0	0

"Indien 2 + 2 = 4 (1), dan is New York een kleine stad (0) ".

Omdat de eerste propositie waar is (1), en de tweede niet (0), besluit men logistisch dat de implicatie A ⇒B onwaar is (0).

De derde combinatie geeft:

A	B	A ⇒ B
0	1	1

"Indien 2 + 2 = 5 (0), dan is New York een grote stad (1) ".

De eerste propositie is onwaar (0), de tweede is waar (1), dus zegt de wiskundige logica dat A ⇒B waar is (1).

De laatste combinatie geeft ons tenslotte:

A	B	A ⇒ B
0	0	1

"Indien 2 + 2 = 5 (0), dan is New York een kleine stad (0) ".

De eerste propositie is onwaar (0), de tweede is onwaar (0), dus is A ⇒B waar (1).

Men ziet dat het bij dit alles niet meer over natuurlijke logica gaat, wel over syntactische wiskundige combinaties. Het verschil tussen de traditionele logica en de geformaliseerde logistiek is inderdaad hemelsbreed. Wie logistiek volgens de natuurlijke logica wil doordenken, ziet zich voor niet te overkomen moeilijkheden geplaatst. Het is goed dat men zich dat ten volle realiseert, vooraleer op logistiek in te gaan.

Een vergelijkende tabel

Zetten we tenslotte de resultaten der diverse connectieven en hun waarheidstabellen netjes naast elkaar:

conjunctie beiden	disjunctie minstens 1	exclusie hoogstens 1	contravalentie slechts 1	equivalentie wederzijds	implicatie indien.., dan
1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1

En hiermee is deze inleiding op logische connectieven en waarheidstabellen afgerond.

4.03.2. Proposities en symbolen

Tot hiertoe lag de klemtoon bij de logische connectieven op tweevoudige proposities. Twee oordelen werden samengevoegd, waarna de waarheidstabel werd opgesteld. Niets belet ons evenwel om meer dan twee enkelvoudige proposities samen te nemen en ook hiervan waarheidstabellen te maken.

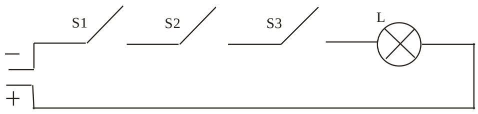
Conjunctie

Nemen we volgende drie oordelen: Jan danst, An zingt en Lien musiceert. Het dansen, zingen en musiceren kan telkens waar of onwaar zijn. Dat geeft ons drie keer twee mogelijkheden. Nemen we ze samen en maken we dus b.v. hun conjunctie, dan krijgen we 2 x 2 x 2 of 2^3, samen 8 mogelijkheden. Stellen we ook hiervan de tabel op.

d	z	m	$d \wedge z \wedge m$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

We zien dat de conjunctie slechts in één geval waar is, en wel als tegelijk Jan zingt, An danst en Lien ook nog musiceert. Hebben we echt deze tabel nodig om dit antwoord te vinden? Neen, eigenlijk niet omdat de opgave nog behoorlijk eenvoudig is. We suggereerden echter al eerder dat samengestelde proposities wel eens heel wat moeilijker kunnen uitvallen.

Illustreren we deze drievoudige conjunctie met een voorbeeld uit de praktijk: een elektrische serieschakeling. Zoals bekend staan in een serieschakeling de componenten achter elkaar. In de eerste figuur hieronder wordt de stroom door de drie schakelaars S1, S2 en S3 onderbroken. Slechts als alle schakelaars verbinding maken, kan de lamp L (voorgesteld met een cirkel met hierin een x) branden. De tweede figuur geeft ons de waarheidstabel.

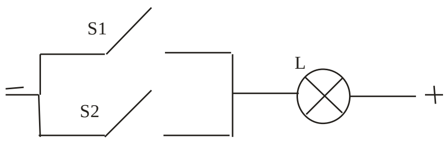


S1	S2	S3	$S1 \wedge S2 \wedge S3$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

Slechts als de drie schakelaar gesloten zijn, krijgt hun conjunctie de waarde 1. In de elektronica noemt men dergelijke schakelingen 'poorten'. In dit geval, de conjunctie van alle schakelaars, spreekt men van een AND-poort.

Disjunctie

Blijven we in de wereld van de elektrische schakelingen. Geven we een voorbeeld van een (inclusieve) disjunctie: een parallelschakeling.



S1	S2	$S1 \vee S2$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

We zien dat de lamp L brandt als ofwel schakelaar S1 gesloten is, ofwel schakelaar S2, ofwel beiden. In deze drie gevallen heeft de disjunctie de waarde 1. Enkel wanneer de beide schakelaars open staan, brand de lamp niet. In de elektronica spreekt men van een OR-poort.

Equivalentie

Illustreren we ook dit logisch connectief. Denken we hierbij b.v. aan een lichtpunt dat op twee plaatsen kan worden aan- of uitgedaan. Schakelaar S1 bevindt zich b.v. aan de ene zijde van de kamer naast de deur, schakelaar S2 aan de andere zijde, naast een tweede deur. Staan de beide schakelaars omhoog (stand 1) dan krijgt de lamp stroom en brandt ze. Hetzelfde geldt als de beide schakelaars omlaag staan (stand 0). We zien beide situaties in figuur 1.

figuur 1

Wordt de eerste of de tweede schakelaar in de andere stand gezet, dan is de verbinding verbroken en dooft de lamp.

Staat de eerste schakelaar omhoog (1) en de tweede omlaag (0) , of omgekeerd de eerste omlaag (0) en de tweede omhoog (1), dan is de stroom onderbroken en brandt de lamp niet. Figuur 2 illustreert dit.

figuur 2

Wordt de eerste of de tweede schakelaar terug in de andere stand gezet, dan is de verbinding hersteld en brandt de lamp weer. Dan zitten we weer bij figuur 1. Geven we de waarheidstabel.

S1	S2	S1 $\Leftrightarrow$ S2
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

We zien dat de lamp brandt als beide schakelaars eenzelfde waarde hebben, ofwel 1, ofwel 0. In de elektronica spreekt men van een XOR-poort, een exclusieve ‘of’-poort (‘xor’: de ‘x’ komt van het Engelse woord ‘exclusif’; de ‘or’ van het Engelse ‘of’).

Met betrekking tot deze ‘poorten’ spreekt men van de boleaanse algebra, en dit naar de uitvinder ervan, de Britse wiskundige George Boole (1815 /1864). Met zijn digitale logica geldt Boole als één der stichters van de computerwetenschap, ofschoon hijzelf nooit een computer gekend heeft. We komen er verder nog op terug (4.04.8).

Proposities in symbolen weergegeven

Na al het voorgaande kunnen we nu een aantal proposities in symbolen weergeven. We krijgen b.v.:

Indien zingen, dan niet dansen. $z \Rightarrow \neg d$
Indien dansen, dan niet zingen. $d \Rightarrow \neg z$
Indien niet zingen, dan dansen. $\neg z \Rightarrow d$
Indien niet zingen, dan niet dansen. $\neg z \Rightarrow \neg d$
Indien zingen, dan niet dansen en tegelijk indien niet dansen, dan zingen.
$z \Leftrightarrow \neg d$

Indien niet zingen, dan dansen en tegelijk indien dansen, dan niet zingen. $\neg z \Leftrightarrow d$

Voegen we er nog het symbool 'm' voor musiceren aan toe, dan krijgen we b.v.:

Indien zingen en dansen, dan musiceren. $z \wedge d \Rightarrow m$

Indien niet zingen en niet dansen, dan niet musiceren. $\neg z \wedge \neg d \Rightarrow \neg m$

Indien zingen of dansen, dan musiceren. $z \vee d \Rightarrow m$

Naast de specifieke tekens voor de verschillende connectieven en naast gewone letters, worden in de propositielogica ook haakjes gebruikt om te vermijden dat uitdrukkingen op meer dan één manier zouden begrepen worden.

De uitdrukking of formule "m v (d $\wedge$ z)" staat hier voor: musiceren, of dansen en zingen. Ofwel musiceert men, ofwel gaat men zowel dansen als zingen.

De uitdrukking of formule "(m v d) $\wedge$ z" staat hier voor: musiceren of dansen, en zingen. Ofwel musiceert men ofwel danst men, maar men zingt erbij.

Men ziet het verschil in betekenis tussen de beide proposities.

Letters, connectieven en haakjes, ziedaar het basismateriaal om tot formules te komen in dit type van logica dat met proposities werkt. Zoals al gezegd spreekt men daarom van propo-sitielogica.

We zegden hoger dat de formule $\neg (d \wedge \neg d)$ voor jan modaal wel erg abstract lijkt. Toch kan het weergeven van een formule met het gebruik van symbolen soms eenvoudiger zijn dan de verwoording ervan in gewone spreektaal. Nemen we b.v. volgende algebraïsche uitdrukking: $x^2 - y^2 = (x + y) . (x - y)$. Wie dat in gewone taal tracht te verduidelijken, zal toch wel even moeten nadenken hoe hij of zij de passende woorden zal kiezen. Wellicht wordt het iets als: het verschil van de kwadraten van twee getallen is gelijk aan het product van hun beider som met hun beider verschil. Wie niet eerst de algebraïsche uitdrukking voor zich ziet, heeft het wel even moeilijk om na te gaan wat met deze formulering juist wordt bedoeld.

We hebben met de symbolen 'z' en 'd' bij herhaling 'zingen' en 'dansen' weergegeven. We zouden echter een nieuwe afspraak kunnen maken en zeggen dat ze vanaf nu staan voor 'zwemmen' (z) en 'duiken' (d). Hun exclusie

- het weergeven van hoogstens één van beiden - zou dan net zo goed in symbolen kunnen weergegeven worden met de vorige uitdrukking:

$$(z \wedge \neg d) \vee (d \wedge \neg z) \vee (\neg z \wedge \neg d)$$

Herhalen we wat eerder over het 'formaliseren' werd gezegd. Onze symbolen 'z' en 'd' zouden om het even wat kunnen weergeven. We kunnen er logische bewerkingen mee uitvoeren zonder dat we weten wat ze betekenen. Het lijkt dan wel een vorm van algebraïsche logica. Wie hierin enigszins thuis is, merkt nog steeds dat het om een exclusie gaat. Dan zijn deze symbolen slechts "lege hulzen", ontdaan van iedere betekenis, maar klaar om er bewerkingen mee uit te voeren. Men zegt dat ze dan niet langer semantisch zinvol zijn, maar uitsluitend syntactisch operationeel. Daarin juist bestaat het zogenoemde 'formaliseren'. Ook bij de volgende connectieven zullen we verder op dit formaliseren ingaan.

Niet zo eenvoudige formules.

Men kan heel wat ingewikkelder formules bedenken en ze naar hun waarheid onderzoeken. Zoals al gezegd lenen binaire systemen zich gemakkelijk tot dergelijke berekeningen via de computer. Deze zal veel sneller ingewikkelde formules oplossen dan een mens dat kan. Een mens kan zich afvragen wat een dergelijke formule betekent. Het wordt moeilijk om zich bij zulke formules een concrete situatie voor te stellen. Zo geven boeken van logistiek heel wat meer of minder ingewikkelde formules, waarbij de student of studente verzocht wordt om deze formules te vereenvoudigen, net zoals dat met algebraïsche bewerkingen ook het geval is. Zo zullen we verder in de tekst (4.04.8) zien dat de formule:

$$x\,y\,z + \underline{x}\,y\,\underline{z} + x\,\underline{y}\,z + \underline{x}\,\underline{y}\,z = 0$$

kan vereenvoudigd worden tot de formule :

$$\underline{x}\,z = 0$$

Zoals men ziet, blijven er na de vereenvoudiging, die volgens welbepaalde voorschriften wordt uitgevoerd, een beperkt aantal symbolen als resultaat over. Dan is men klaar met de oefening. Maar wat die symbolen in feite betekenen en wat men er nu praktisch mee kan doen, daarover gaat het niet. Men werkt louter syntactisch, niet semantisch. Men interesseert zich niet voor de betekenis van de oordelen, maar men gaat alleen hun waarheid of onwaarheid na. Dat is juist één van de grote voordelen van geformaliseerde logica: men onderzoekt allerlei systemen, los van elke interpretatie. Maar daardoor ook verwijdert dit voortgezet formaliseren ons van de natuurlijke logica en leidt het ons naar de eerder kunstmatige logistiek. We komen op dit onderscheid tussen beide nog uitgebreid terug (4.04.8).

Vermelden we terloops dat de term 'logistiek' nog een tweede betekenis heeft. Deze houdt verband met de wijze waarop materialen en goederen kunnen verplaatst worden. Over deze laatste betekenis gaat het hier helemaal niet.

Van de 'formele' logica, die let op de semantiek, gaat men geleidelijk naar een vorm van 'geformaliseerde' logistiek, die nog enkel let op de syntaxis van "lege hulzen". Van een betekenisvol redeneren komt men geleidelijk naar een betekenisloos schikken van symbolen. Dat hebben we hierboven trachten te verduidelijken. Uiteraard hebben deze logistische bewerkingen uiteindelijk wel een doel. Ze ordenen heel wat logische digitale systemen. Ook kan men zo computers problemen syntactisch laten oplossen. Eens die oplossing gevonden, kan er een semantische inhoud aan gegeven worden.

Laten we tenslotte niet onvermeld dat deze waarheidstabellen enkel kunnen aangewend worden bij de propositielogica, en niet bij de predicatenlogica die verder nog ter sprake zal komen. Bij deze laatste bestaan er geen mechanische middelen om uit te maken of een bewering geldig of ongeldig is.

Een algoritme

Een algoritme is een configuratie die uit verschillende elkaar opvolgende stappen bestaat. Een eenvoudig algoritme is b.v.: neem een getal, verdubbel het. Verdubbel het nieuwe getal. Verdubbel het opnieuw, en opnieuw en opnieuw… En doe dit een gegeven aantal keer.

Geven we enkele voorbeelden.

- Het schaakbord

Zo vertelt de geschiedenis dat Sissa ben Dahir, de bedenker van het schaakspel, dit spel aan de Indiase koning Shirham voorstelde. De koning was over het spel zo opgetogen dat Sissa een wens mocht doen. Hij wenste één rijstkorrel voor het eerste vakje van het schaakbord. Twee rijstkorrels (het dubbele) voor tweede vakje, vier (het dubbele) voor het derde vakje, en zo voort. Bij elk volgend vakje wilde hij het aantal rijstkorrels verdubbelen. De koning, verbaasd over een schijnbaar zo bescheiden wens, vond het een leuk voorstel en beloofde eraan te voldoen. Het schaakbord bevat 8 x 8 of 64 vakjes, in het eerste vakje komt 1 korrel, en dat wordt nog 63 keer met 2 vermenigvuldigd. Maar uiteindelijk bleek dat de hele rijstoogst van het land te klein was om daaraan te voldoen.

In wiskundige taal uitgedrukt ging het om een aantal rijstkorrels gelijk aan 2 tot de 63ste macht, en dat zijn er 18.446.744.073.709.551.615. Nemen we voor de breedte van een rijstkorreltje 1 mm, en leggen we ze netjes naast elkaar op een rij, dan hebben we een afstand van meer dan vijftig keer van de aarde naar de maan en terug. Men ziet dat bij het machtsverheffen, het aantal astronomisch oploopt.

Algoritmen worden o.m. in computerprogramma's gebruikt, maar ook ieder recept om een gerecht te bereiden is in feite een algoritme.

- Programmeren

Programmeren is de opgave omzetten in een logisch correcte volgorde van deelhandelingen. M.a.w. programmeren is toegepaste logica. Geven we een eenvoudig voorbeeld van een computerprogramma: de faculteit van een getal berekenen. Zoals al gezegd (4.01) is de faculteit van een natuurlijk getal N het product van de getallen 1 tot en met dat getal N. Zo is 4 faculteit (afgekort met een uitroepteken tot 4!) het product van de getallen 1 tot en met 4: 1 x 2 x 3 x 4 of 24. Men noteert: 4! = 24.

Illustreren we hieronder een klein computerprogramma dat faculteiten berekent. Het programma zal moeten starten met het inbrengen van het getal waarvan wij de faculteit willen laten berekenen. Nemen we b.v. het getal 10.

Ons programma zal hier negen (geen tien) keer een product moeten berekenen.

Het eerste product krijgen we door het eerste getal met het tweede te vermenigvuldigen: 1 x 2, wat 2 geeft.

Het tweede product krijgen we door het gevonden resultaat (2), te vermenigvuldigen met het derde getal: 2 x 3, wat 6 geeft.

Het derde product krijgen we door het gevonden resultaat (6), te vermenigvuldigen met het vierde getal: 6 x 4, wat 24 geeft.

Het vierde product krijgen we door het gevonden resultaat (24), te vermenigvuldigen met het vijfde getal: 24 x 5, wat 120 geeft.

Geven we de volgende producten op een rijtje. Vijfde product: 120 x 6 = 720. Zesde product: 720 x 7 = 5 040. Zevende product: 5040 x 8 = 40 320. Achtste product: 40320 x 9 = 362 880. Negende product: 362 880 x 10 = 3 628 800.

Men ziet dat negen keer een gelijkaardige werkwijze wordt uitgevoerd, met telkens de volgende vermenigvuldiger. Heeft onze computer dit alles berekend, dan vragen we hem nog uitdrukkelijk om het laatste getal ook nog op het scherm weer te geven. Uit zichzelf doet hij dat niet.

Het programma krijgt b.v. volgende vorm:

1. Input N

Of: Geef een natuurlijk getal in en noem dit N. We kiezen voor N b.v. de waarde 10.

2. A = 1

Of: Het eerste getal is 1.

3. T = 2 tot N

Of: We voeren de teller T in. De eerste waarde ervan is 2, Elke volgende keer dat het programma deze opdracht ontmoet, stijgt de waarde van T met 1. En dit tot T gelijk is aan N. Zo zal T als achtereenvolgende waarden hebben: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 en 10.

4. A = A x T

Of: Deze opdracht berekent telkens het volgende product. Het volgende getal A is gelijk aan het vorige getal A, vermenigvuldigd met de teller T. In de formule A = A x T verschilt dus de waarde van de eerste A telkens met die van de tweede A.

5. Next T

Of: Neem de volgende waarde van T. Ga van hier terug naar regel 3, en dit tot T gelijk is aan N. Hier dus tot T gelijk is aan 10.

6. Print A

Of: Druk het gevraagde resultaat af.

Kijken we opnieuw naar opdracht 3: T = 2 tot N. Doorloopt het programma deze regel voor de eerste keer, dan wordt de waarde van T gelijkgesteld aan 2. Vervolgens wordt programmaregel 4 uitgevoerd: A = A x T. A was 1, T is hier 2, dus de nieuwe waarde die aan A gegeven wordt, is de eerste waarde, vermenigvuldigd met T of A = 1 x 2 . Vanaf nu zal A gelijk zijn aan 2. Regel 5 zegt dat het programma nu terug moet keren naar regel 3. Daar krijgt T zijn volgende waarde. Niet langer 2, maar nu de eerstvolgende waarde, dus 3. Dan gaat het weer naar regel 4, waar de nieuwe waarde van A zal berekend worden aan de hand van de nieuwe waarde van T en de al gevonden waarde van A. We krijgen A = 2 x 3. De nieuwe waarde van A wordt hiermee gelijk aan 6. Het programma komt in regel 5 en wordt teruggestuurd naar 3, waar T nu 3 wordt. In regel 4 wordt een nieuwe waarde van A berekend: A = 6 x 3 of 18. Dan gaat het weer naar regel 5, en vervolgens weer naar regel 3, enzovoorts. De opdrachten 3, 4 en 5 worden herhaald tot T uiteindelijk de waarde van N heeft bereikt.

Hier worden dus de regels 3, 4 en 5 negen keer achter elkaar doorlopen. Herhaalt de computer een aantal stappen, dan spreekt men van een 'iteratie', een herhaling of met een Engelse term: een 'loop'. Is de teller T uiteindelijk gelijk aan N, hier dus 10, dan keert het programma niet meer naar regel 3 terug maar 'beslist' het om naar regel 6 te gaan. Daar wordt het resultaat afgedrukt en is het programma ten einde.

Tot zover deze toelichting, uitgewerkt voor het getal 10. Men ziet dat de computer ons 'dwingt' tot een zeer nauwkeurig redeneren. Bij de minste fout 'rekent' hij verkeerd of geeft hij de boodschap: 'error' en onderbreekt hij het programma. Het werd even dus nadenken, maar wie nu hieronder de zes regels van het programma, zonder de uitgeschreven toelichting, opnieuw bekijkt, zal er de achtereenvolgende stappen gemakkelijk in onderscheiden.

1. Input N
2. A=1
3. T = 2 tot N
4. A = A x T
5. Next T
6. Print A

Het zijn slechts zes eenvoudige zinnetjes, die met enig moeizaam denkwerk nauwkeurig geformuleerd werden. Maar vergeten we niet dat met deze enkele regeltjes alle mogelijke natuurlijke getallen kunnen ingebracht worden en dat hiervan bijna ogenblikkelijk de faculteit berekend wordt. En er zijn oneindig veel natuurlijke getallen. Wie b.v. in de plaats van 10 faculteit wil weten hoeveel 20 faculteit is (het product van de getallen 1 x 2 x 3 x 4 x 5 … tot 20) geeft in regel 1 van het programma gewoon het getal 20 in en ziet een ogenblik later het getal 2 432 902 000 000 000 000 op het scherm verschijnen. Men ziet zo de gigantische veralgemening die met dergelijke programma's mogelijk wordt.

Verwijzen we hier ook naar het schaakbord en de rijstkorrels. Zoals gezegd bevat het schaakbord 64 vakjes Het computerprogramma om het aantal rijstkorrels te berekenen ziet er b.v. uit als volgt:

1. N = 64
2. A = 1

3. T = 2 tot N
4. A = A x 2
5. Next T
6. Print A

De opdrachten 3, 4 en 5 worden van 2 tot N, van 2 tot 64, dus 63 keer doorlopen. Dit betekent dat de waarde voor A, in opdracht 4, 63 keer wordt verdubbeld. Letten we erop: geen 64 keer, want in het allereerste vak wordt er niet verdubbeld. Is de teller T ten slotte gelijk aan 64, dan doorloopt het programma nog wel de opdrachten 4 en 5, maar keert nadien niet terug naar regel 3. Wel gaat het door naar regel 6, en wordt het getal, dat ondertussen 19 cijfers telt, op het scherm afgedrukt.

Toch is de computer niet enkel geestloos, hij is bovendien levenloos. Als dode machine mist hij het grenzeloze aanpassings- en evolutievermogen dat de evolutie, met haar mutaties van alle levensvormen, vanaf een bacterie, ons toont.

4.04. Redeneringen

Nadat we zijn ingegaan op het begrip en het oordeel, bekijken we nu de derde grote basis-inhoud der logica: de redenering. We schreven al (4.01) dat bij elkaar passende oordelen samen een redenering vormen.

Een syllogisme

Een syllogisme of sluitrede vereist drie basistermen, die verwerkt worden in drie oordelen of proposities. Zoals gezegd spreekt men daarom ook van propositielogica.

Bouwen we met de basistermen: 'zangvogels', 'roodborstjes' en 'vogels', de volgende redenering op.

VZ1 (voorzin 1):	Alle zangvogels zijn vogels.
VZ2 (voorzin 2):	Welnu, alle roodborstjes zijn zangvogels,
NZ (nazin):	Dus, alle roodborstjes zijn vogels.

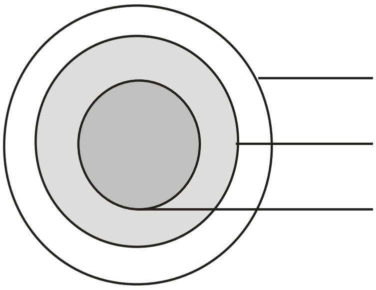
Vanuit de twee gegeven voorzinnen dringt zich de vraag op: "Wat kan ik uit daar uit afleiden?". De nazin wordt op een logisch geldige en 'sluitende' wijze afgeleid. Vandaar de naam 'sluitrede'

De drie basistermen verschillen in omvang. Men spreekt van een grote term (G), een middenterm (m) en een kleine term (k).

'G': De grote term is hier: 'vogels'.

‘m’: De middenterm is hier: ‘zangvogels’
‘k’: De kleine term is hier: ‘roodborstjes’.

Stellen we dit grafisch voor in een Venndiagram:



(Alle) vogels (grote term ‘G’)

(Alle) zangvogels (middenterm of ‘m’)

(Alle) roodborstjes (kleine term ‘k’)

Herschrijven we dit syllogisme voluit. De verwoording wordt hierdoor wel omvangrijker, maar haar structuur des te klaarder:

VZ1: “De verzameling van alle zangvogels” behoort tot “de verzameling van alle vogels”.
VZ2: Welnu, “de verzameling van alle roodborstjes” behoort tot “de verzameling van alle zangvogels”,
NZ: Dus “de verzameling van alle roodborstjes” behoort tot “de verzameling van alle vogels”.

Kijken we opnieuw naar de drie onderscheiden termen:

- Er is vooreerst de ‘grote term’, of ‘G’. In het voorbeeld is G “de verzameling van alle vogels”. ‘Groot’ heet hij omdat hij hier de grootste omvang heeft. Wie zien dat hij in de eerste voorzin en in de nazin optreedt als gezegde.
- Vervolgens is er de vergelijkingsterm, de ‘middenterm’ of ‘m’. In het voorbeeld is de middenterm “de verzameling van alle zangvogels”. De middenterm is onderwerp in de eerste voorzin, en gezegde in de tweede voorzin. Hij is als een katalysator die de grote en de kleine term verbindt en die wel verdwenen lijkt in de conclusie.
- Tenslotte is er nog de “kleine term” of ‘k’. In het voorbeeld staat ‘k’ voor “de verzameling van alle roodborstjes”. ‘Klein’ heet hij omdat hij de kleinste omvang heeft. Hij treedt op als onderwerp in de tweede voorzin en in de nazin. De grote en kleine term samen heten ‘uitersten’, om ze te typeren t.o.v. de middelste of gemeenschappelijke term.

Geven we de basisstructuur van dit (en van elk) syllogisme weer:

VZ1: De middenterm m behoort tot de grote term G. $m < G$

VZ2: Welnu, de kleine term k behoort tot de middenterm m, k < m

NZ : dus de kleine term k behoort tot grote term G. k < G

Men ziet dat de omvang van de grote term ‘G’ groter is dan de omvang van de middenterm ‘m’. En de middenterm heeft op zijn beurt een grotere omvang dan de kleine term ‘k’. Er zijn in het voorbeeld inderdaad nog heel wat andere vogels die ook kunnen zingen (G) dan alleen maar zangvogels (m). En er zijn heel wat meer zangvogels (m) dan er roodborstjes (k) zijn.

De beide voorzinnen hebben met elkaar de middenterm ‘m’ gemeenschappelijk. De grote term ‘G’ en kleine term ‘k’ worden vergeleken met de middenterm ‘m’ om na te gaan of en hoe ze al dan niet met elkaar overeenstemmen. Elk der beide voorzinnen heeft ook een gemeenschappelijke term met de nazin: ofwel k ofwel G. In het volledige syllogisme worden ‘G’, ‘k’ en ‘m’ elk tweemaal verwoord.

Naar omvang samengevat: “De verzameling van alle vogels” bevat “de deelverzameling van alle zangvogels”. En “de deelverzameling van alle zangvogels” bevat op haar beurt “de deelverzameling van alle roodborstjes”. Schematisch: “G > m > k” of andersom: “k < m < G”. In de nazin is de kleine term het onderwerp of subject (S), de grote term vormt het gezegde of predicaat (P).

Stellen we dit syllogisme voor in een eenvoudige wiskundige vorm.

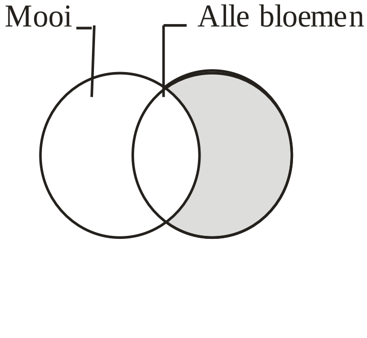
VZ1: 2 < 3. m < G

VZ2: welnu, 1 < 2 k < m

NZ : dus 1 < 3 k < G

Het syllogisme grafisch voorgesteld.

In het hoofdstuk ‘oordelenleer’ (4.03.) werd een aantal oordelen weergegeven met een venndiagram. Zo werd het oordeel “alle bloemen zijn mooi” voorgesteld door twee cirkels. Het grijze deel bevat geen enkele gele bloem.



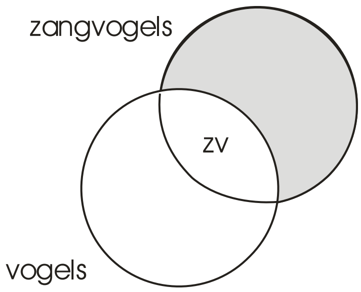
Ook bij een syllogisme kunnen we elk van de drie oordelen telkens voorstellen met twee cirkels die een gemeenschappelijk deel hebben.

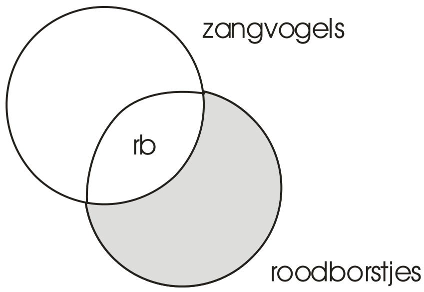
Hernemen we de redenering:

VZ1: Alle zangvogels zijn vogels.
VZ2: Welnu, alle roodborstjes zijn zangvogels,
NZ: Dus, alle roodborstjes zijn vogels.

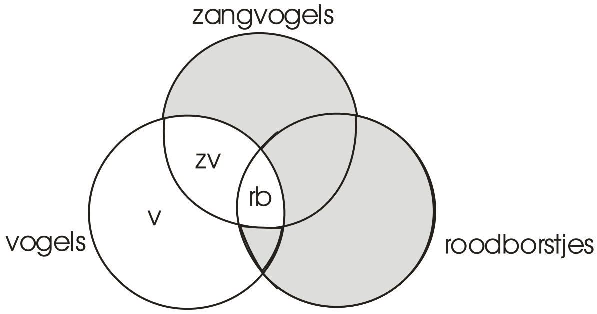
En geven we hieronder de grafische voorstelling van de twee voorzinnen. Herinneren we eraan dat het grijze deel van de cirkel geen enkel desbetreffend element bevat. Het zou eigenlijk kunnen weggelaten worden.

Alle zangvogels zijn vogels. Alle roodborstjes zijn zangvogels.

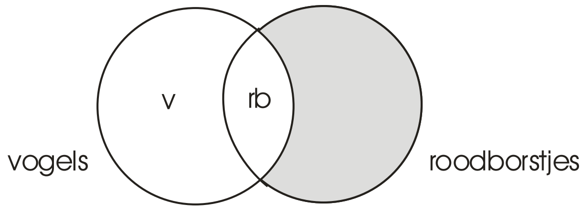




We zien dat de middenterm ‘zangvogels’ in beide voorstellingen in de bovenste cirkel is gesitueerd. De bedoeling is nu de beide figuren in elkaar te laten schuiven zodat die twee cirkels, die elk de middenterm bevatten, samenvallen.



We zien dat alle roodborstjes (rb) zangvogels (zv) zijn, en dat alle zangvogels vogels (v) zijn. Dat was ook conform de nazin van het syllogisme die luidde: “Dus, alle roodborstjes zijn vogels”. Hierin is de middenterm ‘zangvogels’ verdwenen. Laten we die dus ook verdwijnen in het venndiagram. We krijgen:



Het gemeenschappelijke deel stelt alle roodborstjes voor. Het grijze deel bevat geen enkel roodborstje. We zien dat alle roodborstjes vogels zijn.

Dit syllogisme kan uiteraard zowel universeel (U: alle), als particulier (P: enkele), als singulier (S: één) verwoord worden.

Alle zangvogels zijn vogels (U).
Welnu, *alle* roodborstjes zijn zangvogels (U),
Dus, *alle* roodborstjes zijn vogels (U).

Alle zangvogels zijn vogels (U).
Welnu, *deze* roodborstjes zijn zangvogels (P),
Dus, *deze* roodborstjes zijn vogels (P).

Alle zangvogels zijn vogels (U).
Welnu, *dit* roodborstjes is een zangvogel (S),
Dus, *dit* roodborstje is een vogel. (S).

Voorwaarden van een geldig syllogisme.

Om geldig te zijn moet een syllogisme aan een aantal voorwaarden voldoen.

- Zo zijn er steeds een grote term, een middenterm en een kleine term vereist. Met minder termen vormt men geen syllogisme meer. Indien er meer dan drie termen zijn, dan is het syllogisme niet meer geldig of lost het zich op in meerdere syllogismen na elkaar.

- Het volgende syllogisme kent meer dan drie termen. Het is gebaseerd op het bekende volksliedje: “Twee ogen zo blauw”, met hierin de zin: “al mijn geluk zijn die kijkers van jou”.

VZ1: Die ogen van jou zijn al mijn geluk,
VZ2: welnu, de oogarts onderzocht die ogen van jou.
NZ: Dus de oogarts onderzocht al mijn geluk.

Omdat de term “die ogen van jou” eerst poëtisch, nadien letterlijk gebruikt wordt, heeft het syllogisme vier i.p.v. drie termen en is het ongeldig.

- Uit twee ontkennende voorzinnen is geen nazin afleidbaar. We illustreren:

VZ1: Vissen kunnen niet vliegen.
VZ2: Welnu, roodborstjes zijn geen vissen, dus…”.
Het is duidelijk dat hieruit helemaal niets kan worden afgeleid.

- Uit twee bevestigende voorzinnen kan men evenmin een ontkennende nazin afleiden.
VZ1: Alle zangvogels zijn vogels.
VZ2: Welnu roodborstjes zijn zangvogels,
NZ dus roodborstjes kunnen niet…”,
Uit dit syllogisme valt evenmin een besluit te trekken.

Nemen we tenslotte het syllogisme:
VZ1: Alle vissen zijn gewerveld,
VZ2: welnu, alle zoogdieren zijn gewerveld.
NZ: Dus alle zoogdieren zijn vissen.
Men ziet zo in dat “alle zoogdieren” geen deelverzameling is van de verzameling der vissen. En dat de conclusie dan ook onjuist is.

Tot zover dit hele vierde deel dat inging op het begrip, het oordeel en de redenering; de drie basisinhouden van de logica. In wat volgende bekijken we de wijzen waarop syllogismen kunnen onderverdeeld worden.

4.04.1. Combinatoriek van het syllogisme.
Het syllogisme verenigt drie oordelen.

Hernemen we de proposities zoals ze in het hoofdstuk over het oordelen (4.03) ter sprake kwamen. Herinneren we eraan dat het oordeel “S is P” nauwkeuriger kan herschreven worden als ‘Sap’, ‘Sep’, ‘Sip’ of ‘Sop’. De letter ‘a’ geeft aan dat een oordeel universeel bevestigend is (alle), de letter ‘i’ geeft aan dat een oordeel particulier of singulier bevestigend is (sommige, één). De letter ‘e’ wijst op een universeel ontkennend oordeel (“alle niet” of ‘geen’). De letter ‘o’ tenslotte vertelt ons dat een oordeel particulier of singulier ontkennend is (sommige niet, één niet). We illustreerden dit als volgt (4.03):

Alle bloemen zijn mooi.	‘Sap’.
Sommige bloemen zijn mooi.	‘Sip’.
Alle bloemen zijn niet mooi.	‘Sep’.
Sommige bloemen zijn niet mooi.	‘Sop’.

Het syllogisme verenigt nu drie van dergelijke oordelen; twee voorzinnen waaruit een besluit volgt dat in een derde zin, de nazin, wordt verwoord. Nemen we de volgende sluitrede:

VZ1:	Alle bloemen zijn mooi.	Sap
VZ2:	Alle rozen zijn bloemen.	Sap
NZ:	Alle rozen zijn mooi.	Sap

We zien dat het in elk oordeel van deze redenering gaat om de kwantiteit 'alle' en de bevestigende kwaliteit 'wel'. De eerste voorzin is van het type 'a', de tweede voorzin is dat ook en de conclusie is dat eveneens. We hebben driemaal universeel bevestigend of "a + a + a"; samen: 'aaa'. De scholastici bedachten een mnemotechnisch hulpmiddel voor dit type van syllogisme. Zij noemden het een 'Barbara'-redenering, de naam 'Barbara' wordt eveneens met driemaal een 'a' geschreven.

Het syllogisme kent 64 modi.

Nu kan men, zuiver syntactisch gezien, zonder dus aan de betekenis te denken, in elk oordeel van de sluitrede hierboven zowel de kwantiteit (alle, sommige, één, geen) als de kwaliteit (wel, niet) wijzigen. Verwoorden we zo de verschillende modaliteiten van de eerste voorzin.

VZ1: 1.1. Alle bloemen zijn (wel) mooi.	Sap
VZ1: 1.2. Sommige bloemen zijn (wel) mooi.	Sip
VZ1: 1.3. Alle bloemen zijn niet mooi.	Sep
VZ1: 1.4. Sommige bloemen zijn niet mooi.	Sop

We geven vervolgens de verschillende modaliteiten van de tweede voorzin.

VZ2: 2.1. Alle rozen zijn (wel) bloemen.	Sap
VZ2: 2.2. Sommige rozen zijn (wel) bloemen.	Sip
VZ2: 2.3. Alle rozen zijn geen bloemen.	Sep
VZ2: 2.4. Sommige rozen zijn geen bloemen.	Sop

Verwoorden we tenslotte nog de modaliteiten van de conclusie.

NZ: 3.1. Alle rozen zijn (wel) mooi.	Sap
NZ: 3.2. Sommige rozen zijn (wel) mooi.	Sip
NZ: 3.3. Alle rozen zijn niet mooi.	Sep
NZ: 3.4. Sommige rozen zijn niet mooi.	Sop

We kunnen nu zuiver wiskundig gezien één der vier mogelijke eerste voorzinnen (1.1. tot 1.4.) combineren met één der vier mogelijke tweede voorzinnen (2.1. tot 2.4.) en met één der vier mogelijke conclusies (3.1. tot 3.4.). De drie bekomen zinnen hebben dan samen telkens de structuur van een syllogisme. Dat levert ons 4 x 4 x 4 of 64 mogelijke combinaties op. Men spreekt van 64 *modi* (enkelvoud: modus).

Zo is de redenering:

Alle bloemen zijn mooi.
Welnu, alle rozen zijn bloemen.
Dus alle rozen zijn mooi.

een combinatie van de oordelen 1.1., 2.1. en 3.1..

Zo is de redenering:

Sommige bloemen zijn mooi.
Welnu, alle rozen zijn bloemen.
Dus sommige rozen zijn mooi.

een combinatie van de oordelen 1.2., 2.1. en 3.2..

Deze diverse redeneringen werden door de Middeleeuwse scholastiek in mnemotechnische verzen vastgelegd. Rekening houdend met o.m. hun kwantiteiten ‘a’ of ‘i’ en hun kwaliteiten ‘e’ of ‘o’, kregen deze redeneringen namen als Barbara, Celarent, Darii, Ferio, Baroco, Bocardo… We zagen al dat een Barbara-redenering driemaal universeel bevestigend is. De opeenvolgende klinkers ‘e’, ‘a’ en ‘e’ in het woord ‘Celarent’ vertellen ons dat bij dit type van redenering de eerste voorzin universeel ontkennend is, de tweede voorzin is universeel bevestigend en de nazin is opnieuw universeel ontkennend. Zo typeert de naam van het syllogisme er telkens de modus van.

Het syllogisme kent 4 figuren.

Naast deze 64 modi kan men de syllogismen nog verder onderverdelen in zogenaamde ‘figuren’. Handboeken over logica en encyclopedieën lichten ze met meer of (meestal) minder woorden toe. Ze zijn voor het praktische denken dat ons hier bezig houdt niet zo erg belangrijk. Volledigheidshalve vermelden we ze hier. Laat ze echter geen struikelblok zijn voor wie er iets moeilijker mee vertrouwd geraakt. Ze krijgen als een los hoofdstukje hier wel hun plaats, maar komen verder in het boek niet meer ter sprake. Lichten we dus hieronder ook deze figuren toe.

Houden we geen rekening met kwantiteiten (alle, sommige, één of geen) en kwaliteiten (wel of niet), maar letten we op de plaats van de middenterm (m) in het syllogisme. Deze middenterm kan in de zin ofwel subject (s) zijn, ofwel predicaat (p).

Is hij subject dan komt de middenterm vooraan in de zin. We stellen dit symbolisch voor als ‘m-’. Het streepje ‘-’ na de letter ‘m’, zegt ons dat het predicaat erop volgt.

Is de middenterm predicaat, dan staat hij achteraan in de zin. We stellen dit voor met het symbool ‘-m’. Het streepje ‘-’ staat nu net voor de letter ‘m’ en zegt ons dat het subject eraan voorafgaat. We krijgen zo een aantal mogelijkheden.

1. De middenterm m kan subject zijn in VZ1 (m-) en predicaat in VZ2 (-m).
2. De middenterm m kan predicaat zijn in VZ1 (-m) en predicaat in VZ2 (-m).
3. De middenterm m kan subject zijn in VZ1(m-) en ook subject in VZ2 (m-).
4. De middenterm m kan predicaat zijn in VZ1(-m) en subject in VZ2 (m-).

Men spreekt van de vier verschillende *figuren* van het syllogisme. Een syllogisme kent naast *64 modi*, dus ook *vier figuren*.

Nemen we b.v. de volgende redenering:

VZ1:	Alle bloemen (m) zijn mooi (p).	m-
VZ2:	Welnu, alle rozen (s) zijn bloemen (m).	-m
NZ:	Alle rozen zijn mooi.	sp

We zien dat de middenterm “alle bloemen” onderwerp is in VZ1 en predicaat in VZ2.

De NZ heeft als structuur ‘sp’. Omdat nu niet op kwantiteit en kwaliteit gelet wordt, schrijven we geen klinker (a, i e, of o) tussen de letters ‘s’ en ‘p’ en is de structuur van de NZ telkens gelijk aan ‘sp’ Een onderwerp of subject (s) wordt met het werkwoord ‘zijn’ verbonden met een gezegde of predicaat (p).

Schematisch kunnen we deze figuur dan weergeven als volgt: VZ1: ‘m-’, VZ2 ‘-m’, Nz ‘sp’. Men zegt dat een syllogisme dat aan dit algemene schema beantwoordt, een eerste figuur vormt. Geven we het schematisch weer in een tabel.

	fig. 1
VZ1	m-
VZ2	-m
NZ	sp

Zonder er verder al te diep op in te gaan, kan men syllogismen ordenen volgens deze vier figuren. De tabel hieronder geeft een overzicht.

	fig. 1	fig. 2	fig.3	fig. 4
VZ1 VZ2 NZ	m- -m sp	-m -m sp	m- m- sp	-m m- sp

Op de plaats van de streepjes '-', in 'm-' en '-m' in fig. 1 kan nu ofwel de letter 's' ofwel de letter 'p' ingevuld worden. De NZ staat hierbij model. Nemen we opnieuw de redenering:

VZ1: Alle bloemen (m) zijn mooi (p). m-
VZ2: Welnu, alle rozen (s) zijn bloemen (m). -m
NZ: Dus alle rozen (s) zijn mooi (p). sp

Omdat in de NZ de uitdrukking "alle rozen" met de letters 's' van 'subject' wordt weergegeven, krijgt diezelfde uitdrukking in VZ2 op de plaats van het streepje ook de letter 's'.

Omdat in de NZ de uitdrukking "zijn mooi" met de letters 'p' van 'predicaat' wordt weergegeven, krijgt diezelfde uitdrukking in VZ1 op de plaats van het streepje ook de letter 'p'.

Vullen we de eerste tabel hierboven verder aan. We krijgen dan:

	fig. 1
VZ1 VZ2 NZ	mp sm sp

Op een analoge manier worden de overige figuren verder aangevuld. Dat geeft volgende tabel:

	fig. 1	fig. 2	fig.3	fig. 4
VZ1 VZ2 NZ	mp sm sp	pm sm sp	mp ms sp	pm ms sp

Het syllogisme kent 256 combinaties.

Combineert men nu de 64 modi van hierboven met deze 4 figuren dan komt men tot 4 x 64 = 256 types (configuraties) van de sluitrede.

Nu blijkt dat heel wat van deze mogelijke combinaties naar hun uiterlijke vorm wel op een syllogisme lijken, maar logisch toch ongeldig zijn. Zo kan men de volgende redenering naar haar uiterlijke vorm wel als een syllogisme van de eerste figuur beschouwen, maar men ziet onmiddellijk in dat ze niet geldig is.

VZ1:	1.1. Alle bloemen zijn mooi.	mp
VZ2:	2.3. Alle rozen zijn geen bloemen.	sm
NZ:	3.3. Alle rozen zijn niet mooi.	sp

Het feit dat heel wat van deze combinaties tot ongeldige redeneringen leiden, vermindert het belang van deze combinatoriek aanzienlijk. Dit is ook de reden waarom we er niet al te diep zijn op ingegaan. Slechts 19 vormen van de 256 zijn geldig. Slechts vijf of zes ervan worden ook echt gebruikt. Iets wat toch tot denken stemt.

En toch beklaagt Bochenski, *Ancient formal logic*[41], er zich over dat de Griekse formele logica, die nog heel wat meer omvat dan alleen maar het combineren van oordelen, nauwelijks nog beheerst wordt door de hedendaagse logici. “Het moderne tijdperk sinds Descartes is er zo weinig mee vertrouwd dat om het even welk ‘modern’ filosoof - Leibniz uitgezonderd - in zijn eerstejaarsexamen logica zou mislukt zijn”, zo zegt Bochenski het letterlijk. Hij ziet in het bestuderen en actualiseren van deze Oudgriekse formele logica nog een opdracht voor de toekomst.

Tot zover een summiere inleiding in deze combinatoriek. Aristoteles was er met zijn *Analutika* de stichter van.

4.04.2. Hypothetische en categorische redeneringen

Een volledig syllogisme is hypothetisch én categorisch.
Nemen we opnieuw het volgende syllogisme:

VZ1: Alle bloemen van deze plant zijn geel.
VZ2: Welnu, deze bloemen behoren tot deze plant.
NZ: Dus zijn deze bloemen geel.

De drie oordelen staan in een mededelende vorm. We zegden al dat ze categorisch geformuleerd zijn (4.01). We kunnen ons nu afvragen vanwaar de bewering in VZ1 komt. Dan blijkt dat ze het resultaat is van ofwel een summatieve ofwel een amplificatieve inductie. Is het een summatieve inductie dan werd van elke bloem afzonderlijk vastgesteld dat ze geel is. Indien elke bloem afzonderlijk geel is, dan zijn ze inderdaad ook allen samen geel. Betreft het een amplificatieve inductie dan zijn alle bloemen die men tot hiertoe onder ogen nam, geel, en veronderstelt men dat dit voor de overige bloemen van deze plant ook zo zal zijn. Men veralgemeent. Dan doet men echter een uitspraak over een niet of nog niet geverifieerd aantal bloemen en biedt de uitspraak in haar algemeenheid geen absolute zekerheid maar blijft de conclusie een hypothese. Uit de voorzin “alle bloemen van deze plant zijn geel”, is niet af te leiden of het een summatieve of een amplificatieve inductie betreft. We moeten dus rekening houden met het hypothetische karakter ervan.

Nu is het niet erg logisch een hypothese op een categorische wijze te verwoorden. Doet men dat toch dan zegt men op een besliste wijze iets waarvan men niet helemaal zeker is. Het lijkt dan meer aangewezen om in VZ1 de hypothetische verwoording “indien alle bloemen van deze plant geel zijn” te gebruiken. Maar in een syllogisme volgt op een “Indien… “ noodzakelijk een tweede “indien…” en tenslotte een “dan…”. Het hele syllogisme wordt daardoor hypothetisch. We krijgen:

VZ1: *Indien* alle bloemen van deze plant geel zijn,
VZ2: en *indien* deze bloemen tot deze plant behoren,
NZ: *dan* zijn deze bloemen geel.

Staan we nu veel verder? Neen, eigenlijk niet, want hoe het nu feitelijk - niet voorwaardelijk - met de bloemen van deze plant gesteld is weten we nog niet. Zijn ze nu geel of niet? Die informatie krijgen we echter wel als ons verzekerd wordt dat alle bloemen van deze plant inderdaad ook geel zijn. Die zekerheid wordt verwoord in de categorische formulering:

VZ1: Welnu, *alle* bloemen van deze plant zijn geel,
VZ2: en *deze* bloemen behoren tot deze plant,
NZ: dus zijn *deze* bloemen geel.”

Maar dan blijkt dat onze categorische verwoording zoals ze bovenaan in dit hoofdstuk werd vermeld, eigenlijk de hypothetische vooronderstelt. M.a.w. in de formele logica verzwijgt iedere categorische verwoording een voorafgaandelijke hypothetische. Een syllogisme is dus niet of hypothetisch of categorisch, maar veronderstelt de beide, zelfs al wordt de redenering uitsluitend categorisch verwoord, wat meestal het geval is.

Indien A, dan B. Welnu A, dus B.

Geven we hieronder opnieuw de volledige formulering van het bovenaan vermelde syllogisme en vermelden we ernaast een soort van algemene regel waaraan dergelijke redeneringen beantwoorden.

Indien alle bloemen van deze plant geel zijn,	*Indien A*,
en *indien* deze bloemen tot deze plant behoren,	
dan zijn deze bloemen geel."	*dan B*.
Welnu, alle bloemen van deze plant zijn geel,	*Welnu*, *A*,
en *deze* bloemen behoren tot deze plant,	
dus zijn deze bloemen geel."	*dus B*.

Men ziet de samenhang tussen het eerste systeem "indien A, dan B" en het tweede systeem "welnu A, dus B".

Bochenski[42] formuleert het in strikt logische taal als volgt: "Heeft men (in het eerste systeem) een voorwaardelijke uitspraak (indien A, dan B) en daarbij tevens in een tweede systeem (welnu A, dus B) een uitspraak die gelijkvormig is met haar (eerste) voorzin, dan mag men (in het tweede systeem) een uitspraak invoeren, gelijkvormig met de (eerste) nazin van die voorwaardelijke uitspraak. Op grond van deze uitspraken en met behulp van genoemde regel concluderen wij van: Indien A, dan B. Welnu, A, dus B." Tot zover wat Bochenski hierover zegt.

In toegepaste logica - en dan bevinden we ons op het terrein van de wetenschap - heeft het uiteraard weinig zin om de redenering hypothetisch te formuleren. Als men vaststelt dat een spin acht poten heeft, zijn formuleringen als "Indien een spin acht poten heeft…" eerder overbodig en zelfs wat levensvreemd. De redenering in haar categorische vorm lijkt hier zo evident dat ze onmiddellijk ook zo kan worden geformuleerd.

Een foute redenering

In sommige handboeken en encyclopedieën wordt het syllogisme geïllustreerd met voorbeelden als:

VZ1.:	*Indien alle mensen sterfelijk zijn, dan is Socrates sterfelijk.*
VZ2.:	*Welnu alle mensen zijn sterfelijk.*
NZ.:	*Dus is Socrates sterfelijk.*

Op het eerste gezicht mag dit een geldige redenering lijken. Toch is dat niet zo. Nodigen we de lezer of lezeres uit om hier eerst even bij stil te staan en na te gaan wat er met deze redenering fout is, vooraleer verder te lezen.

Wat hier als eerste VZ1 wordt voorgesteld, is eigenlijk de redenering in zijn hypothetische verwoording:

VZ1.: Indien alle mensen sterfelijk zijn,
VZ2.: en indien Socrates een mens is,
NZ.: dan is Socrates sterfelijk.

Maar de tweede voorzin is in de gecursiveerde en (foutieve) redenering bovenaan, weggelaten. Nemen we van diezelfde (foutieve) redenering de tweede voorzin "*Welnu alle mensen zijn sterfelijk."* Wat als VZ2 zou moeten gelden, is (met weglating van de term 'welnu') eigenlijk de eerste zin van de categorische formulering. Wat hier als NZ geldt ("*Dus is Socrates sterfelijk*"), is de laatste zin van die categorische redenering. Geven we die redenering volledig:

Welnu, alle mensen zijn sterfelijk,
en Socrates is een mens,
dus is Socrates sterfelijk.

In de (foute) gecursiveerde redenering hierboven werd tweede voorzin "en Socrates is een mens" eveneens verzwegen. Dat de gecursiveerde redenering ongeldig is, ziet men onmiddellijk in als men ze herleest en hierbij aanneemt dat de naam 'Socrates' b.v. op een goudvis slaat. Vult men het passende gegeven wel in, dan bekomt men opnieuw de volledige redenering, eerst hypothetisch, daarna categorisch. We krijgen:

Indien alle mensen sterfelijk zijn, ,	*Indien A,*
en *indien* Socrates een mens is,	
dan is Socrates sterfelijk. .	*dan B.*
Welnu, alle mensen zijn sterfelijk,	*Welnu, A,*
en Socrates is een mens,	
dus is Socrates sterfelijk.	*dus B.*

Een verkort syllogisme of enthymeem.

Indien bij een syllogisme één der zinnen ongezegd blijft, maar wel mee bedoeld is, dan heeft men een enthymeem. De verzwegen zinnen zijn dan meestal overbekend en algemeen aanvaard. Vandaar ook de misleiding in de foute redenering hierboven. Maar zelfs als enthymeem worden de hypothetische en categorische verwoording in de foute redenering hierboven, door elkaar gehaald.

Omdat in een syllogisme de zinnen met elkaar samenhangen, kan men wanneer de context overduidelijk is, één der zinnen verzwijgen zonder dat de redenering hieronder lijdt. Verwijzen we b.v. naar de uitspraak van de zielenherder en zijn parochiekerkje: “indien zij er allemaal zijn, dan kunnen zij er niet allemaal in. Maar, aangezien zij er nooit allemaal zijn, kunnen zij er allemaal in” (2.07.). De hele context draagt hier bij tot het begrijpen van wat bedoeld wordt. Als in het gewone leven iets met minder zinnen gezegd kan worden, hoeft men er niet meer te zeggen. Geven we nog enkele voorbeelden waarbij één der zinnen ongezegd blijft:

“Indien Socrates een mens is, dan is hij sterfelijk”.

In deze hypothetisch verwoording is verzwegen: “en indien alle mensen sterfelijk zijn”.

“Socrates is een mens, dus is hij sterfelijk”.

In deze categorische verwoording is verzwegen: “en alle mensen zijn sterfelijk”

Foulquié[43] illustreert dit ongezegde met het volgende categorische syllogisme dat we eerst volledig geven:

.

VZ 1: Wie gelogen heeft, verdient geen vertrouwen meer.
VZ 2: Jij hebt gelogen,
NZ: Dus jij verdient geen vertrouwen meer.

Hij geeft er de mogelijke ethymemen van.

VZ1 wordt verzwegen:

VZ 1:
VZ 2: “Jij hebt gelogen.
NZ: Dus jij verdient geen vertrouwen meer”.

VZ2 wordt verzwegen:

VZ 1: “Al wie gelogen heeft, verdient geen vertrouwen meer.
VZ 2:
NZ: Dus jij verdient geen vertrouwen meer”.

De NZ wordt verzwegen:

VZ 1: “Al wie gelogen heeft, verdient geen vertrouwen meer.
VZ 2: Welnu, jij hebt gelogen”.
NZ:

Wat verzwegen werd, is telkens gewoon verondersteld. Dit is, zoals al gezegd, mogelijk omwille van de samenhangende context.

Dit verzwijgen van een voorzin geldt evenzeer in redeneringen als : “Indien het vandaag zondag is, dan is het overmorgen dinsdag”. Een aantal critici beweert dat de natuurlijke logica dit binnen haar taalgebruik niet kan verantwoorden. Jacoby[44] wijst ook hier op de context. De volgorde van dagen van de week is door iedereen gekend, dus de tweede voorzin: “en indien na zondag maandag komt, en na maandag dinsdag”, moet niet extra worden vermeld. Ook dat is reine, natuurlijke logica.

4.04.3. Deductie en reductie

Bochenski[45] en de Poolse logicus Lukasiewicz (1878 / 1956) menen dat men alle betogen in twee grote klassen kan indelen, nl. de deductie en de reductie. Gaan we hier op in.

De deductie: Indien A, dan B. Welnu, A, dus B.

Het vorige hoofdstuk (4.04.2.) bevatte reeds een deductie: een syllogisme in zijn hypothetische en in zijn categorische verwoording, met als algemeen schema: Indien A, dan B. Welnu A, dus B. Illustreren we andermaal met een voorbeeld.

Indien alle bloemen van deze plant geel zijn,	*Indien A,*
en *indien* dit handvol bloemen van deze plant is,	*dan B.*
dan is dit handvol bloemen geel.	
	Welnu, A,
Welnu alle bloemen van deze plant zijn geel.	
Welnu, dit handvol bloemen is van deze plant.	*dus B.*
Dus dit handvol bloemen is geel.	

Zoals gezegd heet men dit type van redeneren een deductie. Men ziet dat hierin de conclusie boven alle twijfel staat. Ze gaat van het algemene naar het bijzondere en geeft ons absolute zekerheid. Als alle elementen van een verzameling de eigenschap K hebben, dan spreekt het voor zich dat elk element afzonderlijk de eigenschap K heeft. Geven we het syllogisme, zoals meestal gedaan wordt, enkel in zijn categorische vorm weer:

Alle bloemen van deze plant zijn geel.

Welnu, *dit handvol* bloemen is van deze plant.
Dus *dit handvol* bloemen is geel

Herinneren we eraan dat de categorische verwoording eigenlijk ook de hypothetische formulering veronderstelt. Formele logica, en dat is waarover het in hoofdzaak in al deze bladzijden gaat, vertrekt in wezen van hypothetische zinnen, ook al worden deze verzwegen en wordt de redenering enkel maar categorisch verwoord. De hypothetische zinnen zijn er steeds impliciet in begrepen. *Indien* aan de voorwaarden voldaan is, *dan* volgt daaruit de conclusie.

Toegepaste logica daarentegen gaat uit van feitelijke vaststellingen, om zo tot een besluit te komen. Zoals al gezegd (4.01.) is het syllogisme: “alle walvissen zijn vissen, dit is een walvis s, dus is dit een vis” voor de formele logica een geldige redenering: *indien* alle walvissen vissen zijn, en *indien* dit een walvis is, *dan* is dit een vis.

Voor de toegepaste logica is de hele redenering echter onjuist. Toegepaste logica, en dat brengt ons bij de wetenschap, hoeft zich niet af te vragen of walvissen vissen zijn, zij weet dat walvissen geen vissen maar zoogdieren zijn. Voor haar is dat helemaal geen veronderstelling, wel een feitelijk gegeven. Toegepaste logica blijft bij de vaststelbare gegevens en kan het dus zonder hypothetische formuleringen stellen. Als de feiten voor zich spreken, is het in vraag stellen ervan zoals al gezegd, gewoon misplaatst. Dan is er geen nood aan een hypothetische verwoording en volstaat uiteraard enkel de categorische redenering.

Omdat de deductie van het algemene naar het bijzondere gaat, zouden we haar kunnen typeren als een ‘verbijzondering’. Men gaat in de redenering hierboven van (alle) vissen, naar (alle) walvissen en naar deze (ene) walvis, of nemen we de redenering van de bloemen, daar ‘verbijzondert’ men van al wat geel is, naar alle bloemen van deze plant en naar een handvol bloemen.

De reductie: Indien A, dan B. Welnu B, dus A.

Men ziet dat het schema van de reductie verschilt van dat der deductie: A en B zijn in de laatste zin van plaats verwisseld. Men kan verder twee analoge soorten van reductie onderscheiden: een eerste reductie die leidt tot een veralgemening, en een tweede reductie die leidt tot wat we al een ‘veralgeheling’ hebben genoemd. Illustreren we met een voorbeeld van elke soort.

- De veralgemenende reductie

Geven we eerste de volledige verwoording, zowel hypothetisch als categorisch:

Indien alle bloemen van deze plant geel zijn,
en *indien* dit handvol bloemen van deze plant is,
dan is dit handvol bloemen geel.

Welnu, dit handvol bloemen is van deze plant.
Welnu, dit handvol bloemen is geel.
Dus alle bloemen van deze plant zijn geel.

Indien A,
dan B.
Welnu, B,
dus A.

Geven we vervolgens enkel de categorische vorm:

Dit handvol bloemen is van deze plant.
Welnu, *dit handvol* bloemen is geel.
Dus *alle* bloemen van deze plant zijn geel.

Gaf de deductie ons absolute zekerheid, de reductie doet dat niet. Als sommige bloemen van deze plant geel zijn, is het niet zeker dat alle bloemen ervan geel zijn. Misschien zijn er planten met bloemen van meer dan één kleur. We veralgemenen van één of sommige elementen van een verzameling naar alle elementen. Er is winst in het feit dat we een uitspraak doen over méér dan de getoetste gevallen, er is echter een verlies aan zekerheid: de conclusie is dan ook met enig voorbehoud; ze is niet absoluut geldig. Het besluit blijft dan een mogelijkheid, een hypothese. Men ziet dat de veralgemenende reductie op gelijkenis steunt. Onder het oogpunt van hun gele kleur zijn alle bloemen gelijk. We spreken daarom ook van een gelijkenisreductie.

Omdat de veralgemenende reductie van het bijzondere naar het algemene gaat, zouden we haar ook kort kunnen typeren als een ‘veralgemening’. Men noemt ze ook een inductie. Men besluit in de redenering hierboven van “dit handvol bloemen” naar “alle bloemen van deze plant”. De term ‘inductie’ hebben we ook al ontmoet in verband met de begripsvorming (4.02.1). Via een summatieve of amplificatieve inductie kwamen we daarbij tot het wezen van een begrip. We gebruiken deze term hier opnieuw maar nu met betrekking tot een hele redenering, waarbij veralgemeend wordt.

- De ‘veralgehelende’ reductie

Analogie betreft zowel gelijkenis als samenhang. Geven we nu een reductie die op dit laatste steunt, formuleren we ze zowel hypothetisch als categorisch.

Indien alle bloemen van deze plant geel zijn,	*Indien A,*
en *indien* dit handvol bloemen van deze plant is,	*dan B.*
dan is dit handvol bloemen geel.	
	Welnu, B,
Welnu dit handvol bloemen is geel.	
Welnu alle bloemen van deze plant zijn geel.	*dus A.*
Dus dit handvol bloemen is van deze plant.	

Geven we enkel de categorische vorm dan krijgen we:

Dit handvol bloemen is geel.
Welnu, alle bloemen van deze plant zijn geel.
Dus dit handvol bloemen is van deze plant.

Omdat de bloemen die men in de hand houdt, geel zijn, en omdat er zich in de onmiddellijke buurt een plant met gele bloemen bevindt, besluit men tot samenhang tussen dit handvol bloemen en de bloemen van de plant. Mogelijk zijn ze daar geplukt. Maar zolang de herkomst van de bloemen niet is achterhaald, blijft het een veronderstelling. De bloemen gelijken niet op de plant, maar hangen er mee samen. Men besluit van een deel van het systeem (de bloemen) tot het hele systeem (de plant). Ook hier is er winst in het feit dat we een uitspraak doen over méér dan de getoetste gevallen, maar daardoor is er verlies aan zekerheid: de conclusie is dan ook hier met enig voorbehoud; ze is niet absoluut zeker en is dus een hypothese. Gaf de gelijkenisreductie ons geen absolute zekerheid, de 'veralgehelende' of samenhangsreductie geeft ons die evenmin.

Omdat de 'veralgehelende' reductie van één of sommige delen van een systeem tot het hele systeem besluit, zouden we haar ook kort kunnen typeren als een 'veralgeheling'. Men noemt ze ook een abductie of hypothese.

Peirce en de bonen

Peirce[46] heeft ons met betrekking tot de triade: deductie, inductie en abductie, het volgenden bekende voorbeeld nagelaten.

Deductie (verbijzondering):

Alle bonen in deze zak zijn wit.

Welnu, deze boon (singulier) komt / deze bonen (particulier) komen uit deze zak.

Dus deze boon is / deze bonen zijn wit.

Gelijkenisreductie (veralgemening of inductie):

Deze boon komt / deze bonen komen uit deze zak.

Welnu, deze boon is / deze bonen zijn wit.

Dus alle bonen in deze zak zijn wit.

Samenhangsreductie ('veralgeheling', abductie of hypothese):

Deze boon is / deze bonen zijn wit.

Welnu, alle bonen in deze zak zijn wit.

Dus deze boon komt / deze bonen komen uit deze zak.

Alles op een rijtje.

Trachten we de verwoording van deze drie redeneringen te memoriseren met behulp van een geheugensteuntje. We nemen ze opnieuw maar laten nu telkens de woorden 'welnu' en 'dus' weg. We nummeren elk oordeel in de eerste redenering en geven nadien in de volgende redeneringen dezelfde oordelen ook hetzelfde nummer. We krijgen:

Deductie:

1. Alle bloemen van deze plant zijn geel.
2. (Welnu) Deze bloemen zijn van deze plant.
3. (Dus) Deze bloemen zijn geel.

Gelijkenisreductie:

2. Deze bloemen zijn van deze plant.
3. (Welnu) Deze bloemen zijn geel.
1. (Dus) Alle bloemen van deze plant zijn geel.

Samenhangsreductie:

3. Deze bloemen zijn geel.
1. (Welnu) Alle bloemen van deze plant zijn geel.
2. (Dus) Deze bloemen zijn van deze plant.

We zien dezelfde zinnen steeds terugkeren, maar in een andere volgorde. De deductie heeft de term 'alle' in de eerste voorzin. De gelijkenisreductie heeft de term 'alle' in de nazin, de samenhangsreductie heeft 'alle' in de tweede voorzin. Laten we de termen 'welnu' en 'dus' buiten beschouwing dan beginnen alle andere oordelen met de term 'deze'. Zoals gezegd schuiven alle oordelen telkens een rijtje op. Men heeft als respectievelijke volgorde der zinnen: 1, 2, 3 dan 2, 3, 1 en tenslotte 3, 1, 2.

De- en reductie: een verzameling én een systeem

Wil men tot de drie onderscheiden redeneringen komen, dan zijn in de respectievelijke formuleringen zowel een verzameling als een systeem vereist. De bloemen gelijken op elkaar omdat ze allen elementen zijn van de verzameling van wat geel is. En de bloemen zijn eveneens delen van het hele systeem van de plant.

Zouden we de drie redeneringen hernemen met enkel maar de gegevens 'bloemen' en 'geel', zonder een samenhang (van deze plant) in de redenering te betrekken, dan krijgen we:

Deductie: Alle bloemen zijn geel. Dit zijn bloemen. Dus deze bloemen zijn geel.

Inductie: Dit zijn bloemen. Deze bloemen zijn geel. Dus alle bloemen zijn geel.

Abductie: Deze bloemen zijn geel. Alle bloemen zijn geel. Dus dit zijn bloemen.

Men ziet onmiddellijk dat de abductie, die op samenhang zou moeten steunen, wel erg vreemd overkomt. Men blijft binnen de verzameling en geraakt niet tot een systeem. Iets minder vreemd verwoord zou deze abductie als volgt kunnen uitgezegd worden: "Deze bloemen zijn geel. Alle bloemen zijn geel. Dus deze bloemen behoren tot de verzameling van alle bloemen."

Zouden we de geheel analoog drie types van redenering hernemen met enkel maar de gegevens 'peren' en 'rijp', zonder een samenhang in de redenering te betrekken, dan krijgen we:

Deductie: "Alle peren zijn rijp. Dit is een peer. Dus deze peer is rijp".

Inductie: "Dit is een peer. Deze peer is rijp. Dus alle peren zijn rijp."

Abductie: "Deze peer is rijp. Alle peren zijn rijp. Dus dit is een peer".

De abductie kan ook verwoord worden als: "Deze peer is rijp. Alle peren zijn rijp. Dus deze peer behoort tot de verzameling van alle peren."

Men blijft ook hier binnen de verzameling en geraakt niet tot een systeem. Wil men op een zinnige wijze tot de drie onderscheiden redeneringen komen, dan moet er zowel een verzameling (wegens de gelijkenis) als een systeem (wegens de samenhang) bij betrokken woorden. Laten we in de laatste redenering dus een samenhang invoeren en spreken we b.v. over de peren van deze boom. We beschikken nu over de termen 'peren', 'rijp' en "van deze boom". Alle peren samen vormen een verzameling, maar elke peer behoort ook tot - hangt samen met - het geheel dat de perenboom is. Nu zijn we klaar om de drie onderscheiden redeneringen te formuleren. Geven we ze in hun categorische vorm.

Deductie:
1. "Alle peren van deze boom zijn rijp.
2. Welnu, deze peer is van deze boom.
3. Dus deze peer is rijp."

Gelijkenisreductie:
2. "Deze peer is van deze boom.
3. Deze peer is rijp.
1. Dus alle peren van deze boom zijn rijp."

Samenhangsreductie:
3. "Deze peer is rijp.
1. Alle peren van deze boom zijn rijp.
2. Dus deze peer is van deze boom."

Men ziet dat met de toevoeging van een samenhang, de onderscheiden redeneringen heel wat duidelijker zijn. Slechts zodra er een algemene voorzin m.b.t. een samenhang aanwezig is, kan men de drieledigheid "deductie, gelijkenisreductie en samenhangsreductie" in drie wezensverwante syllogismen verwoorden.

Samengevat

Er zijn twee hoofdtypes van redeneren: de deductie en de reductie.

De deductie leidt tot 'verbijzondering'. Men gaat hierbij van de hele verzameling naar een aantal elementen of naar één element. De deductie geeft absolute zekerheid.

Ook de reductie kent twee types.

De gelijkenisreductie leidt tot veralgemening (distributief). Men veralgemeent van een element of van sommige elementen tot de hele verzameling. Deze redenering blijft een veronderstelling. De conclusie moet nadien in de mate van het mogelijke getoetst worden.

De samenhangsreductie leidt tot 'veralgeheling' (collectief). Van een deel of van sommige delen gaat men naar het geheel. Ook hier is er geen absolute zekerheid maar blijven we bij een hypothese. Hier is eveneens een verdere toetsing aangewezen.

Men ziet in elk voorbeeld van de de- en reductie andermaal het grondschema van alle redeneren: een gegeven én een gevraagde leiden samen tot een oplossing.

Vatten we de drie respectievelijke syllogismen kernachtig samen: het gaat vooreerst om een deductie met als enig type de verbijzondering. De reductie kent twee types: de veralgemening (of inductie) en de 'veralgeheling' (abductie of hypothese).

4.04.4. Deductieve redeneringen: Indien A, dan B. Welnu A, dus B. De rationaliteitswet: niets is zonder reden

De rationaliteitswet kwam al ter sprake (3.01.). Ze is naast de identiteitswet "wat (zo) is, is (zo)", de tweede vooropstelling van de logica en zegt dat alles wat bestaat, een reden van bestaan heeft. Alles wat (zo) is, moet een reden hebben waardoor het (zo) is en niet anders. Kort verwoord: "Alles heeft een reden".

Het redenaxioma behelst een deductie

Als alles wat zich voordoet, inderdaad een reden heeft, dan kan men dit herschrijven als: "indien iets een reden heeft, dan is het gevolg verantwoord", of korter: "indien reden, dan gevolg", of nog: "indien A, dan B". Hiermee voldoet deze vooropstelling aan het schema van een deductieve redenering in haar hypothetische vorm. Vervolledigen we ze met haar categorische verwoording: "indien A, dan B, welnu, A dus B". Anders gezegd: indien er een reden is, dan is er ook een gevolg, welnu er is een reden, dus is er ook een gevolg.

Het mag op het eerste gezicht verbazen, maar ons denken barst voortdurend van deductieve redeneringen. Ze zijn in het leven van elke dag zo talrijk, dat we er nauwelijks nog bij stilstaan. Eerder zelden verwoorden we ze uitdrukkelijk. Dat willen we met een aantal voorbeelden expliciet toelichten: een steekproef:

- Als 's ochtens de wekker afloopt (A), dan word ik wakker (B). Welnu, ik lig in bed en de wekker loopt af (A), dus word ik wakker (B).
- Als het water in het stortbad te heet is (A), dan kan ik me verbranden (B). Welnu, het water is te heet (A). Dus kan ik me verbranden (B).

- Als er geen eten meer is (A), dan krijg ik honger (B). Welnu, er is geen eten meer (A), dus krijg ik honger (B).

- Als de hoofdwegen verzadigd zijn (A), dat is er meer verkeer op de alternatieve wegen (B). Welnu, de hoofdwegen zijn verzadigd (A) dus is er meer verkeer op de alternatieve wegen (B).

Eigenlijk kan men bezig blijven met het verwoorden van deductieve redeneringen. En het is maar best ook dat ze bijna nooit uitdrukkelijk verwoord worden, we zouden er wel eens overspannen kunnen van geraken. Het zou alleszins een vreselijk vermoeiende bezigheid zijn. Of deze deducties nu bewust verwoord worden of niet, ze zijn bij herhaling aanwezig. Volgens heel wat kenners maken wij inderdaad ook on- en onderbewust, deductieve redeneringen. Illustreren we dit. Beginnen we met een aantal bewuste.

Indien een bewuste reden, dan gevolg. Welnu, een bewuste reden, dus gevolg.

Peirce leerde ons dat de werkelijkheid op een viertal wijzen kan benaderd worden (1.06.). Deze kunnen we in nu een deductief schema als volgt samenvatten: indien we de werkelijkheid bekijken vanuit een eigenzinnige, een rechtzinnige, een voorkeursgezinde of een werkelijkheidsgetrouwe axiomatiek, dan leidt zulks tot een welbepaald resultaat. Hernemen we hieronder enkele voorbeelden en vullen we ze aan met een aantal nieuwe, maar verwoorden we nu heel expliciet het deductieve karakter ervan. Vermelden we eerst een aantal werkelijkheidsgetrouwe deducties, nadien een aantal niet werkelijkheidsgetrouwe.

- Indien de werkelijkheid werkelijkheidsgetrouw benaderd wordt...

- *Indien* een trein gemiddeld 100 km per uur rijdt, *dan* zal hij bij een normaal verloop en na een uur rijden, 100 km verwijderd zijn van de plaats van vertrek.

Welnu, de trein rijdt gemiddeld 100 km per uur, *dus* zal hij bij een normaal verloop en na een uur rijden, 100 km verwijderd zijn van de plaats van vertrek (3.01).

- *Indien* de piloot oordeelt dat de meest vitale onderdelen van deze boeiing 747 behoorlijk werken, *dan* kan het vliegtuig veilig vertrekken.

Welnu, de piloot oordeelt dat de meest vitale onderdelen van deze boeiing 747 naar behoren werken, *dus* kan het vliegtuig veilig vertrekken (4.03).

- Eens de axioma's van de euclidische meetkunde zijn geformuleerd, dan kunnen hieruit alle verdere stellingen afgeleid en bewezen worden (1.02). Descartes en Einstein zegden dat zij onder de indruk kwamen van de rationele ‘dwang’ die van de vlakke meetkunde uitging. Elke volgende stelling vloeit logisch bijna vanzelf uit de vorige voort. Elke nieuwe stap wordt verantwoord met een verwijzing naar een vorige stelling. Men begrijpt zo het belang van de vooropstellingen. Zouden deze ongeldig zijn, dan zou al wat er verder werd uit afgeleid, als een kaartenhuisje in elkaar storten, net zoals een huis dat dat niet op stevige fundamenten werd gebouwd. De deductieve structuur van de meetkunde is meteen duidelijk: “Indien de vooropstellingen m.b.t. punt, lijn en vlak geldig zijn, dan zijn alle stellingen die hieruit logisch volgen, ook geldig. Welnu, die vooropstellingen zijn geldig, dus ook alle stellingen die hieruit volgen.”

- In het hoofdstuk getiteld “Verstand en wijsheid” (2.08) stonden we stil bij volkswijsheid, de wijsheid die een volk zich eigen maakt doorheen vele ervaringen. Welnu, jan modaal weet dat als iemand bij herhaling grensoverschrijdend gedrag vertoont, hieruit bijna wetmatig een sanctie zal volgen. De volksmens kent een veelheid van gezegden die dat verwoorden: “het moest er van komen”, “loontje komt om zijn boontje”, “hij zal nog eens tegen de lamp lopen”, “de kruik gaat te water tot ze breekt”, “dat blijft niet duren”, “wie met vuur speelt moet op de blaren zitten”. Verwoorden we dit laatste deductief: “*Indien* iemand met vuur speelt, *dan* zal die op de blaren moeten zitten. *Welnu*, iemand speelt met vuur, *dus* moet die op de blaren zitten.

- Verwijzen we hier eveneens naar Hegel. Hij stelde in zijn denken de rede centraal. De hele geschiedenis is voor hem een “het moest ervan komen”. Hegel vindt dat de loop der geschiedenis in wezen deduceerbaar en dus voorspelbaar is. Wat geschiedt, voltrekt zich logisch, tenminste op voorwaarde dat men maar voldoende informatie kan verzamelen. Zo beschouwd, gelooft de metafysisch denkende Hegel ook niet in het bestaan van het toeval. Dat de geschiedenis logisch en rationeel verloopt, verwoordde hij in zijn befaamde uitspraak: “Alles was Wirklich ist, ist Vernünftig. Und alles was Vernünftig ist, ist Wirklich[47]“. Alles wat ‘werkelijk’ is, is ook ‘redelijk’ en al wat ‘redelijk’ is, is eveneens ‘werkelijk. ‘Werkelijk’ is datgene wat problemen oplost. Wat ‘werkelijk’ is, is meteen ook ‘redelijk’, het is dankzij de ‘rede’, dankzij redenering, verantwoordbaar en deduceerbaar. In de opeenvolging der gebeurtenissen ziet Hegel logica aan het werk. De loop der geschiedenis is logisch zolang zij de logische conclusie blijft van vooropgestelde feiten. In het andere geval is zij in strijd met de werkelijkheid en wordt zij ‘onwerkelijk’. Zo is een regering die de problemen - het gevraagde - niet kan oplossen, ‘onwerkelijk’ en dus ‘onredelijk’. Ze is dan niet langer te verantwoorden. Ook al weet Hegel dat wat op zich, objectief, rationeel is, daardoor nog niet voor ons beperkte kennen al rationeel verklaarbaar is. We kennen inderdaad maar zelden de totaliteit van alle redenen van een gebeuren.

J. Vernant, *Mythe et pensée chez les Grecs*[48] verwijst in dit verband naar de Griekse historicus en generaal Thoukudides van Athene (-465 /-401) die over de Peloponnesische oorlog (-431 /-404), de strijd tussen de oude stadsstaten Sparta en Athene, schreef. Ook Thoukudides beschouwde zijn verslag van die veldslag als een 'theorie'. Samengevat: indien ons leger aan die en die voorwaarden voldoet, dan moeten wij de slag winnen.

Men kan in het verloop van heel wat oorlogsgeweld ook toegepaste logica ontdekken. Bij de Golfoorlog (1990 /1991) vroeg de Amerikaanse president G. Bush aan zijn bevelvoerende generaal Norman Schwarzkopf, wat de coalitie nodig had om de oorlog te winnen. Dat leidt duidelijk naar een deductieve redenering: Indien de coalitie over zoveel manschappen en over die geavanceerde technologie beschikt, dan zal de oorlog gewonnen worden. De overwinning is dan een bevestiging van de redenering en is daardoor toegepaste logica.

Al deze voorbeelden deductief samengevat: *Indien* het bestaan werkelijkheidsgetrouw benaderd wordt, *dan* getuigt het resultaat eveneens van zin voor werkelijkheid. *Welnu*, het bestaan wordt werkelijkheidsgetrouw benaderd, *dus* getuigt het resultaat eveneens van zin voor werkelijkheid.

Gaan we vervolgens in op een onwerkelijke benadering van het bestaan.

- Indien de werkelijkheid niet werkelijkheidsgetrouw benaderd wordt...

Verwijzen we naar Peirce en de eigenzinnige, rechtzinnige of voorkeursgezinde benadering van het bestaan.

- Herinneren we ons de Hongaarse dokter Philippe Semmelweis (1.07), die zijn collega's vroeg hun handen met warm water te wassen na een dissectie te hebben uitgevoerd en vooraleer aan een bevalling te beginnen. Omdat zijn collega's hiervan het belang niet inzagen, werd Semmelweis belachelijk gemaakt en bekwamen zijn collega's dat hij ontslagen werd.

- Of verwijzen we naar het getuigenis van Servan-Schreiber. Hij had een patiënte langdurig antidepressiva voorgeschreven. Ze liet zich evenwel elders met acupunctuur behandelen en genas spoedig. Onder de indruk van die resultaten beklaagde Servan-Schreiber er zich over dat de medische wetenschap weigerachtig staat tegenover zulke ongewone methoden.

- Een gelijkaardig verhaal kan verteld worden van de wetenschappers die met nieuwe ideeën experimenteren en door hun collega's als gevaarlijke ketters en afwijkelingen bestempeld worden (1.07).

- Hetzelfde geldt voor sommige rechters die liever de eigen belangen dienen, dan de objectiviteit van een wetboek. Of verwijzen we naar mensen die beweren dat al wat ze niet zelf ervaren, gewoon niet bestaat (3.03).

Ging het in het voorgaande telkens om eerder bewuste redeneringen, in wat volgt ligt de klemtoon meer op het on- en onderbewuste. Toch is de grens tussen bewuste en niet-bewuste beïnvloeding niet steeds duidelijk te trekken;

- Indien een niet-bewuste reden, dan gevolg. Welnu, een niet-bewuste reden...

Zoals al gezegd hoort de westerse mens niet graag dat hij beïnvloed wordt door niet - bewuste factoren (1.03) Veel liever ziet hij zichzelf als iemand die zeer helder weet wat hij wil en wat hem drijft. Toch illustreren heel wat voorbeelden dat hij ook op een niet - bewuste wijze kan beïnvloed worden.

- Indien er een on- en onderbewuste bestaat...

- Dan zijn onbewuste versprekingen begrijpelijk (1.03). Zoals al vermeld zag Freud doorheen dergelijke versprekingen het onbewuste aan het werk.

- Dan kunnen invloeden van voorouders nawerken. Na heel wat veldwerk kwam Szondi tot de conclusie dat het lot van een mens in hoge mate bepaald wordt door de voorouders.

- Dan zijn pathologische verlammingen begrijpelijk. Verwijzen we naar een patiënte van Freud die onbewust een gedwongen huwelijk wilde vermijden door zichzelf te beletten om naar het altaar te 'gaan'. Toen zij zich hiervan bewust werd, en het huwelijk werd afgelast, verdween haar verlamming. Dit is logica, maar op een onbewust niveau. Zo bevat iedere psychologische of dieptepsychologische theorie een aantal vooropstellingen dat men deductief tracht te toetsen op haar waarheid... of onwaarheid.

- Dan bevatten sommige dromen een kern van waarheid. Trygve Braatoy illustreerde dit met de droom van de gehuwde vrouw wiens huwelijksbootje lek was en zonk.

- Dan is de werking van een post - hypnotisch bevel, een placebo of een leugendetector, zoals dat eerder ter sprake kwam, begrijpelijk.

-

Dan kent het bestaan ook een niet - rationele, een irrationele verantwoording. "Le cœur a ses raisons que la raison ne connaît pas", zo verwoordde Pascal het. Al eerder werd vermeld dat het redenerend denken, de rede, zich uiteindelijk niet rationeel kan verantwoorden (3.03). Wie 'kritisch' leeft, beschikt niet over een laatste reden of grond en leeft, rationeel gesproken, op grond van… een afgrond. Anders gezegd, het wordt bijzonder moeilijk het toch zo mysterieuzer leven op een rationele wijze te verantwoorden. Ons redenerend denken geeft hier uiteindelijk forfait. Voor velen lijkt het wel alsof het doorgedreven redeneren, dat leven juist ondergraaft. Er is, rationeel gezien, geen laatste rationeel fundament. Iedere fundering van het leven blijft hoe dan ook "een irrationele geloofsdaad". Vooraleer de rede kan aangewend worden is er een 'oorsprong' vereist en wel een daaraan voorafgaande, niet op de rede steunende, 'irrationele' beslissing. Waarom zien mensen elkaar graag? Waarom houden ouders van hun kinderen, en kinderen van hun ouders? Hoe op een rationele wijze zoiets verantwoorden? De Nederlandse schrijver Godfried Bomans (1913 /1971) zei het ooit zo: "put het geluk nooit uit, de laatste emmer smaakt naar de bodem". Bij het zoeken naar een allerlaatste motivering van het leven, spreken sommigen, met Pascal, van een intuïtie, een geloof, een evidentie of een directe beleving. Voordat de rede ons haar axiomata verschaft, geeft onze diepere, prereflectieve 'gezindheid' ons reeds haar vooropstellingen. En wel zo dat de rede veeleer uitwerkt wat die pre-rationele gezindheid al heeft 'bedacht'. De Franse filosoof en schrijver J.P. Sartre (1905 /1980) noemde het een "choix préréfléchi", een keuze die al voor iedere 'reflectie', voor ieder bewust en persoonlijk denken, tot stand kwam.Vanuit die irrationele vooropstellingen worden on- en onderbewust deducties gemaakt en kan er een hele theorie worden opgebouwd.

- Dan komt het cartesiaanse denken - het denken zoals Descartes dat ziet - in grote moeilijkheden. P.Ricoeur, *Le conflit des interprétations*[49] verwees hiervoor naar de psychoanalyse van Freud (1.07) en stelde dat het "toch zo bewuste" cartesiaanse denken in een crisis geraakt zodra het beseft dat het zelf ook niet - bewuste invloeden ondergaat. Ook De Vleeschauwer schrijft in zijn boek met als titel *René Descartes*[50] dat Descartes zelf bekent dat hij in zijn wiskundig en filosofisch denken op een beslissende wijze geïnspireerd werd door een aantal ingevingen in dromen. Hoe werkelijk, hoe sterk zijn redeneringen als "ik denk, dus ik ben", en alles dat van daaruit verder wordt opgebouwd, als ook dat denken aan niet-bewuste invloeden onderhevig is? Dat is, zo zegden we, de zwakheid van ieder idealistisch rationalisme.

Tot zover deze steekproef. Zoals gezegd redeneren de meeste mensen wel geldig, maar vertrekken ze niet steeds vanuit dezelfde axioma's. Ieder denksysteem heeft inderdaad haar eigen vooropstellingen. Blijkbaar loont het dan de moeite om ons zoveel mogelijk van onze vooropstellingen en vooral van onze on- en onderbewuste drijfveren bewust te worden. Dat is niet altijd even eenvoudig, maar kan heel wat misverstanden oplossen en zelfs voorkomen.

Het hoedt ons alleszins voor eigenzinnige, rechtzinnige of voorkeursgezinde conclusies. Hiermee is andermaal de ethische rol van logica duidelijk: geldig redeneren brengt werkelijkheid en dus waarheid aan het licht.

De Duitse denker J.G. Fichte[51] (1762 /1814) zei in dit verband dat ook de filosofie die men kiest, afhangt van wat voor mens men is. Een filosofisch systeem is volgens hem geen dode huisraad die men oppervlakkig kan bijtreden of verwerpen, doch iets dat bezield wordt door de mens die het huldigt. Iedere filosofie heeft daardoor haar laatste wortels in de irrationele diepten van het zielenleven. Filosofie is enkel de uitdrukking in logische begrippen van wat in die lagen on- en onderbewust doorleefd wordt.

Sommigen stellen zich dan ook de vraag wat in de zielendiepten van zovele tijdgenoten omgaat dat zij meer en meer materialistisch beginnen te denken.

4.04.5. Reductieve redeneringen: Indien A, dan B. Welnu, B, dus A.

Alles heeft een reden, zo stelden we. In het vorige hoofdstuk illustreerden we zulks met een aantal deductieve redeneringen. Van de oorzaak werd doorgeredeneerd naar het gevolg.

Bij de reductieve redeneringen is dat niet zo eenvoudig. De reden is ons nu onbekend. We worden echter wel geconfronteerd met het gevolg. Aan de hand van dit laatste wordt dan gegist naar de oorzaak. Maar absoluut zeker of de veronderstelde oorzaak de juiste is, zijn we dan niet echt. Het blijft een hypothese.

Het kan ons weer verbazen, maar we maken ontzettend veel reductieve redeneringen. Ze zijn in het leven van elke dag zo talrijk, dat we er ons nauwelijks nog van bewust zijn en we ze eerder zelden verwoorden. Doen we dat in de volgende voorbeelden dus wel. Vergelijken we ze met de eerder opgesomde deductieve redeneringen (4.04.4.)

- Als de wekker afloopt (A), dan word ik wakker (B). Welnu, ik wordt wakker (B), dus de wekker zal dadelijk aflopen (A).
- Als het water in het stortbad te heet is (A), dan verbrand ik me (B). Welnu, ik verbrand me (B). Dus is het water te heet (A).
- Als de hoofdwegen verzadigd zijn (A), dat is er meer verkeer op de alternatieve wegen (B). Welnu, er is meer verkeer op de alternatieve wegen (B), dus zijn de hoofdwegen verzadigd (A).

- Indien een trein gemiddeld 100 km per uur rijdt (A), dan zal hij na een uur rijden (A) 100 km verder zijn (B). Welnu, de trein is na een uur rijden 100 km verder, dus zal hij gemiddeld 100 km per uur gereden hebben.
- Indien de meest vitale onderdelen van deze boeiing 747 behoorlijk werken (A), dan kan het vliegtuig veilig vertrekken (B). Welnu, het vliegtuig kan veilig vertrekken (B), dus de meest vitale onderdelen van deze boeiing 747 zullen behoorlijk werken (A).

Ook met reductieve redeneringen kan men zo bezig blijven. Ze zijn in ons denken bij herhaling aanwezig. Dus best dat ze bijna nooit uitdrukkelijk worden verwoord. Beklemtonen we andermaal dat de reductie, in tegenstelling tot de deductie, geen absolute zekerheid geeft. Het zou b.v. kunnen dat mijn wekker 's ochtens niet afloopt omdat hij stuk is, omdat de batterij leeg is, of omdat hij niet de juiste tijd aangeeft. Misschien ben ik wakker vooraleer hij afloopt. Het verkeer op de alternatieve wegen kan bijzonder druk zijn omdat de hoofdweg afgesloten is wegens werken of doordat er daar een ongeval is gebeurd. Misschien reed de trein wel 200 km per uur, en staat hij al een half uur stil op zijn bestemming. En mogelijk doet er zich toch nog een defect voor in een vitaal onderdeel tijdens de vlucht van de boeiing of heeft men bij de controle vooraf, iets over het hoofd gezien. Echt zeker zijn we hier nooit. Illustreren we de reductie nog met enkele meer uitgebreide voorbeelden.

Epicurus: "Indien geen God, dan kwaad. Welnu kwaad, dus geen God".

Verwijzen we naar het paralogisme van Epicurus (3.04). Hij stelde dat indien God bestaat, het kwaad dan niet kan bestaan omdat een liefdevolle God dit niet zou toelaten. Het bestaan van God was volgens hem niet te verzoenen met het brutale feit van het kwaad. Zijn redenering: "Enkel indien God niet bestaat, dan bestaat het kwaad. Welnu, het kwaad bestaat, dus bestaat God niet." Men ziet de reductieve structuur: Indien A, dan B. Welnu B, dus A.

Zoals al aangetoond werd, is de hele redenering ongeldig en bovendien een Argumentum ad hominem (3.03), een argument tegen diegene die het beweert. Ondanks Gods afwezigheid, bestaat het kwaad. Dus kan een niet bestaande God er niet verantwoordelijk voor zijn en komt het kwaad van elders. De christelijke opvatting stelt dat de Bijbelse God het kwaad wel toelaat omdat Hij de gewetensvrijheid van de mens wil respecteren. Nadien oordeelt Hij.

Max Planck: "Indien God, dan materie. Welnu materie, dus God".

De bekende Nobelprijswinnaar fysica 1918, Max Planck (1858 /1947) ontketende met zijn kwantumtheorie een revolutie. Ziehier hoe hij zijn 'Godsbewijs' toelicht [52].

Omdat ik natuurkundige ben, kan men mij niet zomaar als fantast of dweper afschrijven. Vanuit die gezichtshoek beweer ik - na mijn atoomonderzoek - dat materie op zich niet bestaat. Alle materie ontstaat enkel o.g.v. een energie (kracht), die atoomdeeltjes doet trillen en ze binnen het nietigste zonnestelseltje dat het atoom is, samenhang verleent. Welnu, in het heelal is er noch een met verstand en rede begaafde energie noch een eeuwige, abstracte energie aangetroffen. Het is dan ook de mensheid nooit gelukt een perpetuum mobile, iets dat autonoom (zonder van buiten uit bewogen te worden) beweegt, uit te vinden.

Maar dan moeten wij in die energie een zich bewuste en met verstand en rede begaafde geest vooropstellen. Deze is de basisvooropstelling van alle materie. Niet de zichtbare en tegelijk vergankelijke materie is het werkelijke, het ware, het reële. Want zonder die geest bestond die materie gewoonweg niet. De onzichtbare, onsterfelijke geest is het ware.

Maar geest op zich kan onmogelijk bestaan. Iedere geest is de geest van één of ander wezen. Dus moeten we noodgedwongen 'Geistwesen', geestbegaafde wezens, vooropstellen. Maar met geest begaafde wezens zijn er niet toe in staat uit zichzelf, op eigen vermogen gesteund, te bestaan. Zij moeten geschapen zijn. Daarom ben ik er niet beschaamd in, de mysterieuze schepper te benoemen met de naam waarmee de oude cultuurvolkeren der aarde uit vroegere millennia Hem aanduidden: God.

Tot zover deze getuigenis van Planck. We zien dat hij reductief redeneert, van het gegeven naar de vooropstelling. Indien materie, dan energie. Indien energie, dan geest. Indien geest, dan geestbegaafd wezen. Indien geschapen, dan God. Ziedaar wat het natuurlijke licht der rede dat vanuit de natuurkunde vertrekt, kan aantonen. Toch is het geen absoluut bewijs voor het bestaan van God.

Kafka: "Indien onbehagen, dan schuld. Welnu schuld, dus onbehagen".

Verdiepen we ons in het werk van de Duitstalige schrijver Franz Kafka (1883 /1924). Zijn hele leven had hij het gevoel dat er een grote schuld op hem woog, maar het gelukte hem niet om de oorzaak van dit onbehagen te achterhalen. Zijn literair werk getuigt van deze zoektocht.

In zijn roman "*Het proces*" wordt een zekere Jozef K, de hoofdfiguur door een geheimzinnig hoger gerecht aangeklaagd en gestraft. Noch Jozef, noch zijn advocaat mogen het dossier inkijken. Zij moeten uit de verhoren trachten af te leiden wat juist het misdrijf is. Kafka vond dat de mens te oppervlakkig leeft en zich veel te weinig vragen stelt over de grond van zijn bestaan. Hij meende dat de 'verlichte' en materieel ingestelde mens zo wel erg vervreemd van zijn diepere wezen.

H.J. Schoeps, *Over de mens*[53] zegt dat Kafka in de voortdurende indruk leefde dat de mensen beheerst worden door wetten, die ze niet kennen. Het gaat hier niet om juridische richtlijnen, en evenmin betreft het menselijke afspraken. Kafka bedoelt ontologische wetten, een soort van geboden die wanneer ze op een grensoverschrijdende wijze niet onderhouden worden, in de zielendiepten van de mens een sanctie, een oordeel en een straf uitlokken.

Kafka's roman *Nasporingen van een hond*, verhaalt hoe 'het volk' der honden al generaties lang een verkeerde weg is opgegaan. Deze fout weegt als een zware last, doch de oorzaak blijft onbekend. Schoeps verduidelijkt de term 'hond' op de volgende wijze. *De Talmoed*[54], een invloedrijk Joods religieus boek - Kafka is zelf een Jood - heeft het over een onheilsvoorspelling die stelt dat de eindtijd een tijd van "verschrikkingen allerhande" zal zijn. Die gaat vooraf aan de wederkomst van de Messias. De Talmoed voorspelt dat dan de gezichten der eindtijdsmensen als de gezichten van honden zullen zijn. Die onheilsvoorspelling lijkt zich voor Kafka in onze tijd te verwerkelijken. Hij meent dat de oorzaak te vinden is in de afbouw van de traditionele waarden van onze Westerse cultuur. Men ziet de reductieve structuur: indien wij een schuld op ons gehaald hebben, dan wordt ons onheil begrijpelijk, welnu, wij ervaren onheil, dus zal er een schuld op ons wegen. Indien A, dan B. Welnu B, dus A. Welke de juiste aard van onze fouten is, dat kan hij echter niet zo direct te achterhalen.

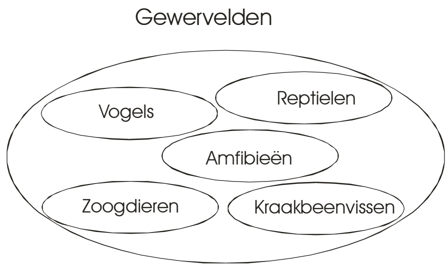
A. Brunner, *Geschichtlichkeit*[55], licht toe dat men onder deze Duitse titel twee dingen kan verstaan. Er is enerzijds de mens die geschiedenis heeft én ook maakt. Hij is door het verleden gevormd, maar ontwerpt in het heden. Maar anderzijds betekent 'Geschichtlichkeit' ook het feit dat de belangrijkste factoren die ons lot, onze levensloop mee bepalen, ons zo goed als onbekend zijn. Dat was o.m. ook de visie van Freud en van de Hongaars psychiater Szondi (1.03.).

Enkele foutieve reductieve redeneringen: Indien A, dan B. Welnu .....

Indien A, dan B. Welnu, niet A, dus niet B.

Redeneringen met die structuur zijn ongeldig. Verduidelijken we dit met opnieuw te verwijzen naar de taxonomie van het dierenrijk (4.03). Maken we de volgende redenering:

- "Indien het dier een vogel is (A), dan is het gewerveld (B).
Welnu, het is geen vogel (niet A), dus is het niet gewerveld (niet B)."



We zien onmiddellijk dat deze redenering fout is. Het dier kan inderdaad ook nog een reptiel, een amfibie, een zoogdier of een kraakbeenvis zijn, en al deze dieren zijn wel gewerveld. Het dier kan echter ook een weekdier zijn, en dan is het inderdaad geen vogel en ook niet gewerveld. Maar dat volgt niet uit deze redenering.

Geven we nog enkele voorbeelden:

- "Indien de zon in de kamer schijnt (A), dan is de kamer verlicht (B).
Welnu, de zon schijnt niet in de kamer (niet A), dus is de kamer niet verlicht (niet B)."

De zon is niet de enige oorzaak die de kamer kan verlichten. Ook kunstlicht kan dat, eventueel ook het vuur van een open haard. De redenering is dus niet geldig.

- "Als ik slaap (A), dan adem ik (B). Welnu, als ik niet slaap (niet A), dan adem ik niet (niet B)". Je kunt uiteraard nog heel wat andere dingen doen buiten slapen en toch blijven ademen.

Indien A, dan B. Welnu, niet B, dus niet A.

- "Als de treinen rijden (A), dan komt de man (B).
Welnu, de man komt niet (niet B), dus rijden de treinen niet (niet A)."

Ook deze redenering is fout. Mogelijk komt hij niet omdat hij om een andere reden weerhouden is.

- “Als zij werk heeft (A), heeft zij een inkomen (B).
Welnu zij heeft geen inkomen (niet B), dus heeft zij geen werk (niet A).”

Misschien zet zij zich gratis in voor een goed doel, doet zij onbezoldigd haar huishouden of studeert zij nog.

Het bewijs uit het ongerijmde: Ofwel A, ofwel B, maar niet A, dus B.

Bij een bewijs uit het ongerijmde toont er zich geen directe manier om tot een oplossing te komen. Men vertrekt van een overwogen hypothese en gaat streng logisch redenerend na tot wat dit leidt. Als het bereikte resultaat dan in tegenspraak is met de veronderstelling, dan ligt het voor de hand dat die veronderstelling fout is. Het is een vorm van falsificatie. Men weet niet direct wat wel de oplossing is, maar het is duidelijk dat de voorgestelde oplossing niet voldoet. Er is vooruitgang in die zin dan men weet hoe men het niet moet doen: men elimineert de mogelijkheden.

In de gevallen waar het om een dilemma gaat, om slechts twee strijdige lemma’s, en waarbij men via een bewijs uit het ongerijmde kan aantonen dan één lemma niet voldoet, kan men tot de geldigheid van het andere lemma besluiten. Ook dat is een indirect bewijs. Indien ofwel A ofwel B van toepassing is, en indien het niet A is, dan is het noodzakelijk B.

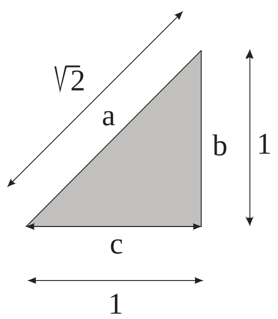
Eén der mooiste voorbeelden van een bewijs uit het ongerijmde wordt toegeschreven aan Hippasus, een leerling van Pythagoras en betreft de vraag of de wortel uit het getal 2 al of niet met een breuk kan worden weergegeven.

Herinneren we eraan dat voor de Grieken de wereld in wezen een harmonisch geheel was. Schoonheid uitte zich voor hen in ideale en toch eenvoudige verhoudingen. Verwijzen we b.v. naar de “gulden snede”, waarbij een lijnstuk in twee delen wordt verdeeld, zo dat het grootste deel zich verhoudt tot het kleinste, zoals het hele lijnstuk zich verhoudt tot het grootste deel. Men vindt deze verdeling terug in de opbouw van heel wat klassieke gebouwen en schilderijen. Naast deze gulden snede kent men ook een gulden hoek. Deze verdeelt de cirkel in een hoek van 223° en een hoek van 137°. Iets van die harmonie toont zich b.v. ook in de schikking van de kelk- en kroonblaadjes in een bloem. Zij staan geschikt volgens die gulden hoek. En dat is toch merkwaardig.

Harmonie vonden de Grieken ook in de muziek. Zo geeft een gespannen snaar die aangeslagen wordt, een bepaalde toon. Halveert men de snaar, en heeft men dus de verhouding van 1/2, dan geeft zij bij het aanslaan een klank die net een octaaf hoger ligt. Bij een verhouding van 2/3 bekomt men een kwint, bij 3/4 een kwart, bij 4/5 een grote en bij 5/6 een kleine terts. Geeft de hele snaar b.v. de klank ‘do’ weer, en slaat men tegelijk drie andere snaren aan die zich tot de eerste snaar verhouden als 4/5 en 3/4 en 1/2, dan krijgt men het akkoord dat men in muziektermen het akkoord van do groot noemt: men hoort tegelijk het welluidend samengaan van de klanken do, mi, sol en de hogere do. In die zin hadden harmonische verhoudingen voor de Grieken iets magisch. Die harmonie toont zich hier in breukgetallen. Het lag dus voor de hand dat men de wortel uit het getal 2, ook met een harmonische breuk zou kunnen weergeven.

De vraag die de oude Grieken zich dus stelden, was of de vierkantswortel uit 2 (√2), een rationaal getal is, d.w.z. of het met een breuk kan worden weergegeven. Rationale getallen zijn naast de breuken hierboven weergegeven, ook breuken als 12/13 of 23/24. Een niet rationaal getal is b.v. de wiskundige constante□□□□de verhouding van de middellijn van een cirkel tot haar omtrek. Afgerond bedraagt de waarde ervan ongeveer 3,1415… Op 14 maart 2015 werd over de gehele wereld een □-dag gehouden. De Amerikaanse schrijfwijze voor die dag, waarbij de maand voor de dag komt, is 3/14/15. En dat zijn juist de begincijfers van dit getal. In 2010 waren van □ via computerprogramma’s reeds meer dan 10 biljoen cijfers gekend.

Keren we terug naar de Grieken en het hun zoektocht naar de wortel uit het getal 2. Het hele bewijst vertrekt van de hypothese dat √2 met een breuk kan worden weergegeven. Men neemt het dus aan en redeneert voort, tot men op ongerijmdheden stoot. Wat dan de onjuistheid van de hypothese aantoont. Geven we hieronder de wiskundige behandeling die dateert van de Oude Grieken.



Stellen we ons dus een rechthoekige driehoek voor waarvan de beide rechthoekszijden één lengte-eenheid lang zijn. Met de stelling van Pythagoras is het kwadraat van de schuine zijde gelijk aan de som der kwadraten van de rechthoekszijden, of

$a^2 = b^2 + c^2$.

Vullen we de waarde 1 in voor de rechthoekszijde. We krijgen
$a^2 = 1^2 + 1^2$, of
$a = \sqrt{2}$.

De oude Grieken vroegen zich dus of dit getal, $\sqrt{2}$, in een breuk kon worden weergegeven. Veronderstellen we dat deze breuk bestaat. Elke breuk kan worden vereenvoudigd tot de beide termen niet verder deelbaar zijn. Noemen we de teller van de breuk 't', de noemer 'n'. De breuk wordt dan t/n. We krijgen:
$\sqrt{2} = t/n$.

We kwadrateren de beide leden van de vergelijking:
$2 = t^2/n^2$

We vermenigvuldigen de beide leden met n^2:
$2n^2 = t^2$

Hieruit blijkt dat t^2 een even getal is want het is gelijk aan $2n^2$. Het is inderdaad niet mogelijk een oneven getal te kwadrateren en een even getal te bekomen. Kwadraten van oneven getallen blijven oneven. Is t^2 even, dan moet ook t even zijn. Maar dan kunnen we t gelijk stellen aan b.v. 2 keer het getal d:
$t = 2d$.

Vervangen we t in de vergelijking door 2d:

$2n^2 = (2d)^2$
$2n^2 = 4d^2$

Delen we beide leden door 2:
$n^2 = 2d^2$

Hieruit blijkt dat n ook even moet zijn. Maar dan zijn zowel t als n even en is de breuk t/n wel deelbaar door 2. Dat strook echter niet met wat we bij de aanvang veronderstelden: de breuk t/n was niet verder te vereenvoudigen.

M.a.w. als we vertrekken van de hypothese dat t en n niet deelbaar zijn door 2, dan komen tot de conclusie dat t en n wel deelbaar zijn door 2. We zien dat onze veronderstelling contradictorisch, ongerijmd is. Hieruit blijkt dat onze hypothese dat $\sqrt{2}$ met de breuk t/n kan weergegeven worden, onjuist is.

Men herkent de reductieve structuur: indien √2 een rationaal getal is, dan is het met een breuk weer te geven. Welnu, het is niet met een breuk weer te geven, dus is √2 geen rationaal getal. Samengevat: “Indien A, dan B. Welnu, niet B, dus niet A.” Tot zover dit klassieke voorbeeld van een bewijs uit het ongerijmde.

De geschiedenis vertelt ons dat de pythagoreeërs, zo gesteld op de harmonie, niet alleen in de wiskunde, maar in de gehele kosmos, bijzonder geschokt waren toen ze ontdekten dat er ook niet-rationale getallen bestaan.

4.04.6. Deductie, inductie en abductie als variaties op eenzelfde thema

Gaan we na hoe van eenzelfde situatie de drie onderscheiden redeneringen kunnen uitgezaagd worden. De klemtoon wordt hierbij telkens wel op een ander aspect gelegd.

De plant met de gele bloemen.

Hernemen we de drie redeneringen: de deductie, de gelijkenisreductie en de samenhangs-reductie. Formuleren we ze eerst hypothetisch, daarna categorisch.

Deductie (verbijzondering):

De hypothetische verwoording:

Indien alle bloemen van deze plant geel zijn,	*Indien A,*
en *indien* dit handvol bloemen van deze plant is,	*dan B.*
dan is dit handvol bloemen geel.	*Welnu, A,*
Welnu alle bloemen van deze plant zijn geel.	*dus B.*
Welnu, dit handvol bloemen is van deze plant.	
Dus dit handvol bloemen is geel.	

De categorische verwoording:

Alle bloemen van deze plant zijn geel.
Welnu, *dit* handvol bloemen is van deze plant.
Dus *dit* handvol bloemen is geel

Gelijkenisreductie (veralgemening of inductie):

De hypothetische verwoording:

Indien alle bloemen van deze plant geel zijn,	*Indien A,*
en *indien* dit handvol bloemen van deze plant is,	*dan B.*
dan is dit handvol bloemen geel.	*Welnu, B,*
Welnu dit handvol bloemen is van deze plant.	*dus A.*
Welnu, dit handvol bloemen is geel.	
Dus alle bloemen van deze plant zijn geel.	

De categorische verwoording:

Dit handvol bloemen is van deze plant.
Welnu, *dit* handvol bloemen is geel.
Dus *alle* bloemen van deze plant zijn geel.

Samenhangsreductie ('veralgeheling' of abductie):

De hypothetische verwoording:

Indien alle bloemen van deze plant geel zijn,	*Indien A,*
en *indien* dit handvol bloemen van deze plant is,	*dan B.*
dan is dit handvol bloemen geel.	*Welnu, B,*
Welnu dit handvol bloemen is geel.	*dus A.*
Welnu alle bloemen van deze plant zijn geel.	
Dus dit handvol bloemen is van deze plant.	

De categorische verwoording:

Dit handvol bloemen is geel.
Welnu, *alle* bloemen van deze plant zijn geel.
Dus *dit* handvol bloemen is van deze plant.

Het zijn deze verbijzondering, veralgemening en 'veralgeheling' die telkens in hun categorische verwoording op de titelbladzijde van dit boek vermeld staan. Trachten we vervolgens de drie onderscheiden redeneringen in een aantal concrete situaties te illustreren.

Een klas op uitstap in een bos

De deductie (verbijzondering)

- Juf: “Stil kinderen, daar zit een kauw in zijn nest. Zie je hem? Welke kleur heeft hij?

- Elsje: “Hij is zwart juffrouw. “

De vogel schrikt op en vliegt weg. Een pluimpje dwarrelt naar beneden.

- Mieke: “Kijk, Juffrouw, er valt een pluimpje!”

- Juf: “Van welke vogel is het pluimpje?”

- Mieke: “Het is van die kauw, want het valt uit zijn nest”.

- Elsje: “Kijk, er liggen nog pluimpjes bij het nest.”

- Juf: “Van welke vogel zijn de pluimpjes dan denk je?”.

- Klaartje: “Ze zijn ook van die kauw”.

- Juf: “En welke kleur hebben ze?”

- Klaartje: “Zwart natuurlijk”.

Klaartje heeft het door. Als alle pluimen van de kauw zwart zijn, dan spreekt het voor zich dat elke pluim van deze vogel zwart is. Verwoorden we haar redenering in syllogisme-vorm:

Alle pluimen van de kauw zijn zwart.

Welnu, *deze* pluimen zijn van de kauw.

Dus *deze* pluimen zijn zwart.

De gelijkenisreductie (veralgemening)

- Sofie: “Kijk meester! Onder dat boompje ligt een zwart pluimpje.”

- Geert: “En net ernaast is ligt nog een zwarte pluimpje, en wat verder weer één, het is ook zwart”.

- Jan: “Die zijn misschien van een kauw. Die is helemaal zwart, alleen zijn hoofd achteraan is wat grijs. Ook zijn snavel is donker. Vorig jaar had een kauw een nest gemaakt in onze schoorsteen. De schoorsteenveger heeft het nest moeten verwijderen.

- Meester: “Kijk eens wat hoger in het boompje, daar zie je zijn nest. Daar zullen ook nog wel enkele pluimpjes liggen. Dirk, ik ga je even optillen. Kijk jij even welke kleur die pluimpjes hebben? “

- Dirk kijkt en zegt: “Ze zijn allemaal zwart”.

- Sofie: “Dan zijn alle pluimen van de kauw zwart”.

Sofie toont met haar laatste antwoord aan dat zij de gelijkenisreductie begrepen heeft. Als alle gevonden pluimen van de kauw zwart zijn, dan zullen alle overige pluimen van de kauw ook wel zwart zijn. Verwoorden we haar redenering in syllogismevorm:

Deze pluimen zijn zwart.
Welnu, *deze* pluimen zijn van een kauw.
Dus *alle* pluimen van de kauw zijn zwart.

De samenhangsreductie ('veralgeheling')
- Elsje: "Kijk, Juffrouw, een pluimpje!".
- Juf: "Van welke vogel is dat pluimpje denk je?".
- Elsje: "Van een duif".
- Mieke: "Neen, daarvoor is het te klein en te donker! Het is misschien van een kauw".

De antwoorden die de kinderen geven, zijn niet lukraak gegeven. Ze zijn enigszins te situeren in een ABC-theorie. Hun 'A' is wat ze zojuist gezien hebben, een zwarte pluim. Hun 'B' is hun kennis van vogels. Hun 'C' zijn hun gissingen, hun voorlopige modellen van het gezochte. Zij zoeken naar een samenhang. Zoals het gedeelte staat tot het geheel, zo staat het pluimpje tot de hele vogel. Want het pluimpje gelijkt niet op de gehele vogel maar hangt ermee samen.
- Greetje: "Deze pluim is erg zwart. Ik denk dat ze van een kauw is want die is ook helemaal zwart."

Tot zover de veronderstelling of het lemma. Daarop volgt de analyse, de toetsing. Terug in de klas neemt de juf een boek met vele kleurenfoto's van vogels. Zij toont eerst een foto van een lijster.
- Marieke: "Het pluimpje van de lijster is niet echt zwart, het is meer bruin, Juffrouw!"
De kinderen vergelijken de gevonden pluim met de pluim op de foto. Het origineel (de pluim) wordt getoetst aan het model (de foto van de lijster). De kleurverschillen zijn te groot. De juf toont nadien een foto van de kauw.
- Marieke: "Kijk, dat lijkt veel beter op de pluim die we gevonden hebben. Ze is zeker van een kauw."
Men ziet dat de hele redenering steunt op een aantal gissingen. Via deze omweg komen de kinderen tot het gevraagde. Verwoorden we hun redenering in syllogismevorm:

Deze pluim is zwart.
Welnu, *alle* pluimen van de kauw zijn zwart.
Dus, *deze* pluim is van de kauw.

Boeken in een bibliotheek.

Illustreren we nog met een laatste voorbeeld: boeken in een bibliotheek.

Deductie (verbijzondering)
1. *Alle* boeken van deze bibliotheek hebben een catalogusnummer.
2. Welnu, *deze* boeken zijn van deze bibliotheek.
3. Dus *deze* boeken hebben een catalogusnummer..

Gelijkenisreductie (veralgemening)
2. *Deze* boeken zijn van deze bibliotheek.
3. Welnu, *deze* boeken hebben een catalogusnummer.
1. Dus *alle* boeken van deze bibliotheek hebben een catalogusnummer.

Samenhangsreductie ('veralgeheling')
3. *Deze* boeken hebben een catalogusnummer.
1. Welnu, *alle* boeken van deze bibliotheek hebben een catalogusnummer.
2. Dus *deze* boeken zijn van deze bibliotheek.

In de deductie *'verbijzondert'* men van alle boeken van deze bibliotheek naar dit boek of naar deze boeken. Het besluit is zeker.

In de gelijkenisreductie *veralgemeent* men van dit boek of van deze boeken naar alle boeken van de bibliotheek. Het besluit is onzeker.

In de samenhangsreductie *'veralgeheelt'* men. Men besluit dat deze boeken behoren tot deze bibliotheek, omdat ze een catalogusnummer hebben. Ook hier is het besluit onzeker. Het ligt voor de hand dat ook andere bibliotheken hun boeken voorzien van een catalogusnummer.

Besluit

Wat we in dit hoofdstuk hebben willen beklemtonen is dat we van een gegeven situatie telkens de drie onderscheiden redeneringen kunnen uitschrijven. Door het herschikken van gegevens en gevraagden, wordt de nadruk telkens verlegd.

Elk hierboven vermeld syllogisme op zich genomen lijkt misschien een eerder eenvoudig redeneerspel te zijn. Toch is het dat helemaal niet. Elke redenering wil een situatie aftasten en logisch doorgronden. Het kiezen van de juiste redenering, wat neerkomt op het juist zien en inzien van wat de gegevens en gevraagden zijn, is niet altijd even eenvoudig. Dat merkt men als men een zelf gekozen situatie op deze drie wijzen logisch tracht te verwoorden.

De drie onderscheiden redeneringen zijn niet aan elkaar gelijk, en toch hebben ze een zekere analogie. Ze zijn samengesteld uit dezelfde oordelen, maar telkens in een andere volgorde geschikt. In het volgende hoofdstuk trachten we aan te tonen dat ze naast deze gelijkenis ook nog een samenhang vertonen.

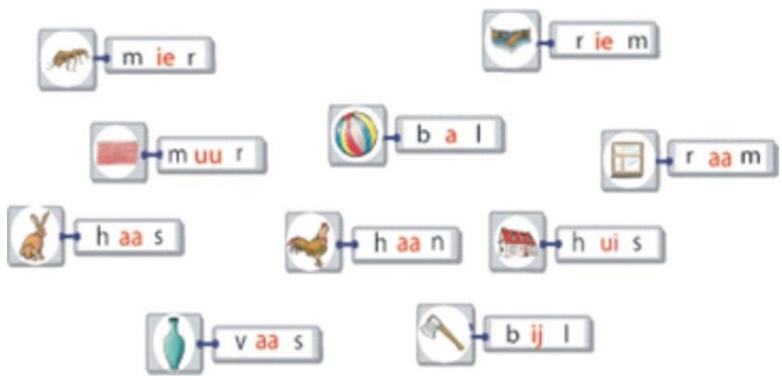
4.04.7. De triade: deductie, inductie en abductie

De deductie (verbijzondering), inductie (veralgemening) en abductie ('veralgeheling') vormen elk afzonderlijk een volwaardig syllogisme. In dit hoofdstuk willen we aantonen dat ze op een manier ook bij elkaar kunnen horen.

Het denken verloopt in verschillende stadia. Aanvankelijk tracht men duidelijk te zien en in te zien wat er nu juist gegeven en gevraagd is. De vragen worden dan heel wat scherper en nauwkeuriger gesteld. Vervolgens worden niet zomaar alle, maar enkel de relevante gegevens verzameld en op een passende wijze geordend. Dit houdt o.m. in dat gegevens met elkaar in verband worden gebracht (het 'veralgehelen', de abductie) maar eveneens dat men het gemeenschappelijke erin tracht te ontdekken (het veralgemenen, de inductie). Zo komt men tot een samenvattend en samenhangend beeld van het bestudeerde deel van de werkelijkheid. De juistheid van dit beeld, kan men dan trachtten te toetsen door hieruit experimenten te deduceren (de deductie) en zo de hypothesen te verifiëren of te falsificeren. Men ziet de samenhang die de drie onderscheiden types van redeneringen met elkaar vertonen. Gaan we dit na in enkele situaties.

Deductie, inductie en abductie bij het leren lezen

Illustreren we deze logische samenhang zoals men die b.v. bij het leren lezen kan toepassen. Onze beginnende lezertjes krijgen een aantal klankzuivere woorden, voorzien van de bijpassende prent, aangeboden. Zo kunnen de gedrukte woorden hieronder voor wie de Nederlandse taal machtig is, al wel verklankt, maar nog niet echt uit de letters gelezen worden. Deze moeten nu geordend worden. Dat betekent dat kinderen deze woorden met elkaar gaan vergelijken, waarbij gelet wordt op totale of gedeeltelijke identiteit of op totale niet-identiteit.



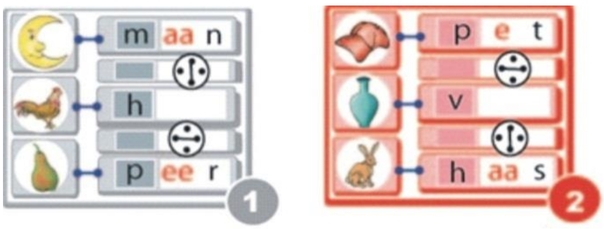
Dan blijkt dat er woorden zijn met een gelijk beginrijm, een gelijk eindrijm en een gelijk begin- en eindstukje. Maar om dit te kunnen ontdekken, heb je *veralgemeend*. Je hebt b.v. ingezien dat de woordparen “muur / vuur” en “reus / neus” iets gemeenschappelijks hebben: hun eindrijm. Nemen we opnieuw de woordparen die reeds ter sprake kwamen (2.04).

Onze beginnende lezertjes moeten nagaan of de woordparen al of niet rijmen. Ze vullen tussen de beide woorden het ja- of neen-streepje in. Ze verklanken de prenten, beluisteren hierbij zichzelf en bekijken de gedrukte woorden. Geleidelijk en na een aantal gevarieerde oefeningen stellen ze vast dat tot hiertoe gelijke klanken ook gelijke letters hebben. En omgekeerd, gelijke letters hebben gelijke klanken. Uiteindelijk besluiten ze dat dit wellicht voor alle gevallen (van klankzuivere woorden) geldt. In logische taal: van de summatieve inductie besluiten ze tot de amplificatieve inductie. Maar dat - het samengaan van gelijke klanken met gelijke tekens en omgekeerd - is een hypothese of ‘*veralgeheling*’. Uiteraard zijn ze niet met deze termen vertrouwd en dat hoeft ook niet, maar ze redeneren perfect logisch en verwoorden in hun kinderlijke taal toch al stukjes van hun redenering.

Na heel wat ‘veralgehelen’ en veralgemenen komen ze tot inzicht in het fonologische taalsysteem. Kinderen ontdekken geleidelijk de axiomatiek die hierbij van toepassing is, ze ontdekken de vooropstelling: wat gelijk klinkt heeft een gelijk letterteken, en wat een gelijk letterteken heeft klinkt gelijk. Vanuit deze vooropstelling redeneren ze nu deductief verder bij hun volgende opdrachten. Het algemene inzicht wordt ‘*verbijzondert*’ bij elke nieuwe oefening. We zien de samenhang tussen de drie opeenvolgende types van redeneren: veralgemenen, ‘veralgehelen’ en tenslotte verbijzonderen. We zetten deze drie denkbewegingen nu wel netjes achter elkaar, maar in werkelijkheid verloopt alle denkwerk met enorme sprongen die nauwelijks nog op te volgen zijn en waarbij de drie redeneertypes voortdurend door elkaar worden gebruikt zodat het moeilijk wordt te zeggen wat eerst gedacht wordt, en wat erop volgt. Kinderen maken sprongen voorwaarts, maar ook terugwaarts. Men kan als begeleider soms niet meer dan klemtonen leggen en veststellen dat een welbepaalde denkbeweging hoofdzakelijk deductief verloopt, maar dat in een volgende oefening de klemtoon ligt op de abductie, en op een derde oefening de inductie.

Illustreren we dit met de volgende opgave.

Bij de voorgelegde opdracht moeten de kinderen de ja- of neen-streepjes invullen. Anders gezegd, onze beginnende lezertjes gaan in de eerste oefening na of het ontbrekende woorddeeltjes in ‘haas’ kan afgekeken worden van het woord ‘maan’ of van het woord ‘peer’. In de tweede en gelijkaardige oefening zoeken ze of het ontbrekende woorddeeltje in ‘vaas’ gelijkt op dat van het woord ‘pet’ of van het woord ‘haas’.



Zo kunnen ze veronderstellen dat het ontbrekende deel van ‘haan’ kan afgekeken worden van ‘maan’. Maar als ze een gelijk grafeem invullen, dan weten ze dat dan ook in de fonemen een stukje moet gelijk klinken. Hiermee is deductief bepaald welk experiment zij nog zullen moeten uitvoeren om tot een oplossing te komen. Zij moeten de woorden ‘haan’ en ‘maan’ vergelijkend uitluisteren, wat betekent dat zij de woorden traag zullen uitspreken en ondertussen scherp luisteren naar gelijkenissen en verschillen. Doen ze dit dan stellen ze vast dat de beide woorden rijmen. Het ‘ja’-streepje wordt ingevuld. Wat in ‘haan’ ontbreekt, kan van ‘maan’ worden afgekeken. Tussen de woorden ‘haan’ en ‘peer’ komt een ‘neen’-streepje.

Voor de tweede oefening wordt een analoge redenering gemaakt. Kinderen kunnen veronderstellen dat het ontbrekende deel van ‘vaas’, kan afgekeken worden van ‘pet’. Bij het vergelijkend uitluisteren leidt dit evenwel tot falsificatie. Beide woorden hebben geen gemeenschappelijke klanken. Dan kunnen ze veronderstellen dat het ontbrekende woorddeel van ‘vaas’, bij ‘haas’ moet worden afgekeken. Misschien hernemen ze dan de hele redenering, of misschien besluiten ze dat het niet meer hoeft: als één van de twee woorddelen in aanmerking komt, en het is niet het eerste, dan kan het enkel nog het tweede zijn. Ook dat is een geldige redenering. Ze lijkt in dat opzicht op het bewijs uit het ongerijmde:

Bij dit kraken van de code hebben onze beginnende lezertjes bij herhaling en op een nauwelijks te achterhalen wijze diverse redeneringen gemaakt. Zouden we een poging doen dit neer te schrijven, dan zal dit vooreerst erg kunstmatig overkomen en een verregaande vereenvoudiging zijn van het bijzonder ingewikkelde proces dat werkelijk plaats grijpt. Toch zullen, zij het dan intuïtief, en niet of nauwelijks bewust verwoord, redeneringen gemaakt zijn als:

Inductie (veralgemening)

2. *Deze* woorden hebben gelijke grafemen.
3. Welnu, *deze* woorden hebben gelijke fonemen,
1. dus, *alle* gelijke grafemen hebben gelijke fonemen.

en eveneens de omgekeerde redenering:

2. *Deze* woorden hebben gelijke fonemen.
3. Welnu, *deze* woorden hebben gelijke grafemen,
1. dus, *alle* gelijke fonemen hebben gelijke grafemen.

Abductie ('veralgeheling')

3. *Deze* woorden hebben gelijke grafemen.
1. Welnu, *alle* gelijke grafemen hebben gelijke fonemen.
2. dus *deze* woorden hebben gelijke fonemen.

en eveneens de omgekeerde redenering:

3. *Deze* woorden hebben gelijke fonemen.
1. Welnu, *alle* gelijke fonemen hebben gelijke grafemen,
2. dus *deze* woorden hebben gelijke grafemen.

De abductie bestaat er juist in dat in de conclusie kinderen inzien dat 'deze woorden' tot het systeem behoren waarin geldt dat alle gelijke grafemen gelijke fonemen hebben (en omgekeerd).

Deductie (verbijzondering)

1. *Alle* gelijke grafemen hebben gelijke fonemen.
2. Welnu, *deze* woorden hebben gelijke grafemen,
3. dus, *deze* woorden hebben gelijke fonemen.

en eveneens de omgekeerde redenering:

1. *Alle* gelijke fonemen hebben gelijke grafemen.

2. Welnu, *deze* woorden hebben gelijke fonemen,
3. dus, *deze* woorden hebben gelijke grafemen.

Onze beginnende lezertjes hebben de drie types zoals Peirce ze neerschreef, hier in een samenhangende situatie toegepast. Systematisch uitgeschreven lijken deze syllogismen een redeneerspel te zijn. Toch zijn ze dit helemaal niet. Het is een aftasten van de basisredeneringen om een situatie logisch te doorgronden. Ze illustreren elk een aspect van onderzoek. Uit de inductief en abductief gevonden regel werd inzicht in het taalsysteem ontdekt en werden de vooropstellingen ervan gevonden. Deze inzichten werden dan deductief toegepast in de voorgelegde oefeningen. Ook al zijn de redeneringen nauwelijks of slechts met kleine stukjes echt verwoord, toch zijn ze er, en wat zich hiervan echt toont is dikwijls niet meer dan het topje van de ijsberg. Heel wat redeneringen blijven blijkbaar on- en onderbewust.

Men kon zich bij de aanvang van dit hoofdstuk de vraag stellen wat in hemelsnaam inducties, deductie en abducties met het leren lezen te maken hebben. Het kan toch onmogelijk de bedoeling geweest zijn om beginnende lezertjes dergelijke redeneervormen aan te leren of zelfs maar te laten herkennen? Uiteraard moeten onze kinderen deze syllogismen niet aangeleerd krijgen. Of beter: na al het voorgaande kunnen we deze laatste zin op een toch wel heel merkwaardige wijze nuanceren: neen, onze kinderen moeten deze syllogismen … *niet meer* aangeleerd krijgen. Want hoe vreemd het ook moge lijken: onze beginnende lezertjes kennen ze reeds, en passen ze ook toe. Op een niet of nauwelijks naspeurbare wijze hebben ze zich deze redeneervormen al eigen gemaakt. En dat is toch wel heel merkwaardig. Ze bedrijven de natuurlijke logica, alsof het voor hen de doodgewoonste zaak is, bijna alsof ze er eigenlijk al altijd mee vertrouwd geweest zijn. Ze hebben uiteraard de woorden nog niet om hun syllogismen correct te verwoorden, maar ze werken er wel mee. Ze gebruiken deze redeneringen bijna voortdurend.

We hebben met dit alles niet alleen de samenhang tussen de drie syllogismen willen aantonen, maar we wilden ook wijzen op het feit dat zeer jonge kinderen zich deze redeneer-vormen al eigen hebben gemaakt. Op een initiële wijze doen ze aan echte wetenschap. Deze ordenende methode, hier bij het leren lezen aangewend, kan bovendien nog op heel andere domeinen worden toegepast.

Deductie, inductie en abductie in de wetenschap

Elke wetenschap wil de fenomenen die zich op haar domein tonen, verklaard zien. Dus maken wetenschappers hierover veronderstellingen -

veralgemeningen en ‘veralgehelingen’ - en deduceren hieruit welbepaalde experimenten, die ze vervolgens trachten te verifiëren. Ziedaar in een notendop het ideaalbeeld. Ieder menselijk ideaal kan in een doorgedreven theorie eenvoudig lijken. Toch is de realisatie ervan niet zelden ongemeen moeilijk. Wetenschap is daarvan één toepassing.

Illustreren we dit b.v. met de uiterst moeilijke ‘bevalling’ van de Hubbletelescoop. Zoals bekend werd deze telescoop met de spaceshuttle Atlantis op 24 april 1990 gelanceerd. Omdat er in de ruimte geen atmosfeer is, kan men er van hemellichamen uiterst scherpe afbeeldingen maken. Eens de telescoop in dienst was gebracht, bleken er grote problemen te zijn met de hoofdspiegel. Zoals bekend gaat het hier om een holle spiegel Eens in werking, bleek dat de telescoop onscherpe beelden naar de aarde zond. De telescoop vertoonde een optische fout. Hij was bijziend. Hij vertoonde in zijn kromming een fout van 2,2 micron. Eén micron is een duizendste van een millimeter. Er was heel wat technisch vernuft en een tweede ruimtevlucht van de schuttle nodig om dit probleem te verhelpen, waarna de Hubbletelescoop de beste telescoop werd tot op heden. Zou men de aarde met een even grote precisie ‘slijpen’ als het oppervlak van de primaire spiegel van deze telescoop, dan zou de Mount Everest nog slechts 10 cm hoog zijn. Zo ontzettend nauwkeurig is deze spiegel geslepen. Het jarenlange zoeken naar een oplossing geeft toch wel te denken over de afstand die er kan bestaan tussen het aanvankelijke ideaalbeeld dat men heeft van een project en de praktische realisatie ervan.

- Het licht wordt afgebogen.

We zien de drie onderscheiden redeneringen ook aan het werk bij de ontwikkeling van de algemene relativiteitstheorie van Einstein. Deze theorie - het resultaat van veralgemeningen en ‘veralgehelingen’ - stelt dat het licht zich niet rechtlijnig voortplant, maar afbuigt als het langsheen een grote massa, b.v. een ster, gaat. Vanuit de theorie wordt vervolgens getracht een experiment te deduceren en ook uit te voeren, wat tot verificatie of falsificatie van de hypothese moet leiden.

Eén der toetsingen van deze theorie kan in bestaan om de baan van het licht dat van verre sterren komt en rakelings langs de zon scheert, te bestuderen. Volgens de theorie zal het door de zwaartekracht van de zon enigszins afgebogen worden. Vanaf de aarde gezien zal het dan lijken of die verre sterren plots, wanneer de zon in de buurt van hun lichtstralen komt, wat van plaats zijn verschoven. Omdat het licht van de zon echter te verblindend is, kan dit experiment enkel uitgevoerd worden bij een volledige zonsverduistering. De sterrenkundige Arthur Eddington (1882 /1944) verrichte op 30 mei 1919 op het eiland Principe in de Golf van Guinee, zulk een waarneming. Met behulp van fotografische platen werd een buiging vastgesteld die overeen stemde met de afwijking zoals de relativiteitstheorie ze voorspelde. Einstein[56] schrijft hierover dat afwijking enkele honderdsten van een millimeter bedroeg. De eisen aan deze proef gesteld, waren dus niet gering.

Ook andere experimenten bevestigen Einsteins theorie. Zo werd op 14 september 2015 de aarde getroffen door een zwaartekrachtsgolf die 1,3 miljard jaar geleden werd veroorzaakt doordat twee zogenaamde zwarte gaten in de ruimte met elkaar versmolten. Al die tijd waren de golven onderweg, en dit met de snelheid van het licht. Het was de eerste maal in de geschiedenis dat een dergelijke golf kon worden waargenomen. Zoals wellicht bekend is, zijn tijd en ruimte geen absolute begrippen, maar veranderen ze bij extreem hoge snelheden. De golf die de aarde trof, verstoorde op een uiterst minieme, maar met precisie-apparatuur toch waarneembare wijze, heel even de tijd en de ruimte op aarde.

- *Van een geocentrisch naar een heliocentrisch wereldbeeld*

Illustreren we deze triade ook bij onze veranderende kijk op het zonnestelsel. Tot aan de middeleeuwen was het wereldbeeld geocentrisch: men nam aan dat de aarde het middelpunt was van het heelal. Zon, sterren en planeten draaien in die visie rond de aarde. Zo lijkt het ook voor het gemene verstand. Iedereen ziet de zon in het oosten opkomen en in het westen ondergaan. Wie een fototoestel tijdens een winternacht heel de tijd laat open staan, en een belichtingstijd van b.v. tien uur instelt, ziet nadien op de foto een reeks concentrische cirkels met de poolster als middelpunt. Ogenschijnlijk draaien alle sterren in één dag in een grote cirkelbeweging rond de aarde.

De Italiaans wetenschapper Galileo Galilei (1564 /1642) maakte in 1609 voor het eerst gebruik van de telescoop om de sterrenhemel te bestuderen. Omwille van hun zeer grote afstand, worden sterren steeds als puntjes gezien, planeten van ons eigen zonnestelsel staan veel dichter, en tonen zich in een kijker als een schijfje, dus met een zekere oppervlakte. Galilei zag in zijn kijker als eerste de fasen van venus, wat enkel maar te verklaren is doordat deze planeet niet rond de aarde draait maar wel rond de zon. Hij ontdekt ook vier maantjes van Jupiter. Elke amateur astronoom, en zelfs iedereen die over een sterke verrekijker beschikt, kan deze maantjes waarnemen. Kijkt men een tijdje later opnieuw, dan merkt men dat deze maantjes iets verder rond de planeet zijn gedraaid. Hiermee kon Galilei aantonen dat niet alles rond de aarde draait. Dit leidde tot de hypothese dat niet de aarde, maar wel de zon in het centrum van het zonnestelsel staat. Later bleek dit ook uit de astronomische waarnemingen van de Poolse kanunnik N. Copernicus (1473 /1543). Hij publiceerde zijn bevindingen slechts kort voor zijn dood, uit angst voor de kerkelijke overheid die de wereld een geocentrisch wereldbeeld oplegde. De kerk plaatste in 1616 Copernicus' werk zelfs op de kerkelijke index, een lijst van boeken die men niet mocht lezen. Nog later formuleert de astronoom Johannes Kepler (1571 /1630) de wetten volgens dewelke de planeten zich bewegen rond de zon. Kepler was een hevig verdediger van de visie van Copernicus en werd hierom eveneens door de toenmalige kerk vervolgd. Enkele eeuwen later werd ontdekt dat de zon slechts een middelgrote ster is, en dat ze iets uit het centrum van de Melkweg staat. De Melkweg zelf is een spiraalvormig sterrenstelsel van gemiddelde grootte, bestaande uit ongeveer tweehonderd miljard sterren.

In 1923 toonde de Amerikaanse astronoom Edwin Hubble (1889 /1953) aan dat er buiten onze Melkweg nog vele andere sterrenstelsels bestaan, waardoor het heelal heel wat groter bleek dan aanvankelijk gedacht. Ook ontdekte hij experimenteel dat het heelal uitdijt, een gedachte die aanvankelijk door Einstein werd ontkend, maar die reeds door onze landgenoot, de astronoom en priester Georges Lemaître (1894 /1966) theoretisch werd uitgewerkt. Ondertussen heeft de naar Hubble genoemde telescoop de grootte van het ons bekende heelal verhonderdvoudigd, de leeftijd ervan op 13,7 miljard jaar bepaald, de zwarte gaten ontdekt en het heelal op een nooit geziene en fascinerende wijze in kaart gebracht.

Terloops: een mensenleven is te kort om tot één miljard te tellen. Ons hart heeft 33 jaar nodig om één miljard keer te kloppen. En er zijn ruw geschat 2 x 10^{22} sterren in het heelal, dat zijn er meer dan er zandkorrels op aarde zijn.

De lancering van een nieuwe ruimtetelescoop, de James Webb, genoemd naar de tweede voorzitter van de NASA, wordt voor 2018 gepland. De hoofdspiegel zal met zijn oppervlakte van 25m^2, meer dan vier keer groter zijn dan de spiegel van de hubbletelescoop, die slechts een oppervlakte van 5,6 m^2 heeft.

Men ziet hoe het wetenschappelijk onderzoek vordert, maar dat het eeuwen kan duren vooraleer theorieën voldoende sterk zijn en experimenteren tot een verregaande verificatie ervan leiden.

Deductie, inductie en abductie bij een materialistische redenering

Geven we opnieuw de drie syllogismen, zoals Peirce ze verwoordde m.b.t. de witte bonen en de zak (4.04.34). Geven we ernaast en geheel gelijkvormig, deze drie redeneringen maar nu met als termen ‘gegevens’, ‘materieel’ en “binnen onze ervaring”. We doen dit om de analogie tussen de overeenkomstige redeneringen te verduidelijken. Elk afzonderlijk syllogisme op zich mag dan duidelijk zijn, inzien dat de verbijzondering, veralgemening en ‘veralgeheling’ bij één bepaald thema, op een manier bij elkaar horen en zo een beetje verwant zijn, is iets minder eenvoudig.

Deductie (verbijzondering):

Alle bonen in deze zak zijn wit.	Alle gegevens binnen onze ervaring zijn materieel.
Welnu, deze boon komt uit deze zak.	Welnu, dit gegeven is binnen onze ervaring.
Dus deze boon is wit.	Dus dit gegeven is materieel.

Samenhangsreductie (‘veralgeheling’ of abductie):

Deze boon is wit.	Dit gegeven is materieel.
Welnu, alle bonen in deze zak zijn wit.	Welnu, alle gegevens binnen onze ervaring zijn materieel.
Dus deze boon komt uit deze zak.	Dus dit gegeven is binnen onze ervaring.

Gelijkenisreductie (veralgemening of inductie):

Deze boon komt uit deze zak.	Dit gegeven is binnen onze ervaring.
Welnu, deze boon is wit.	Welnu, dit gegeven is materieel.
Dus alle bonen in deze zak zijn wit.	Dus alle gegevens binnen onze ervaring zijn materieel.

We merken dat de conclusie van de eerste redenering, deze boon is wit, dezelfde is als de voorzin van de tweede redenering. Ook de conclusie van deze tweede redenering, deze boon komt uit deze zak, is dezelfde als de voorzin van de derde redenering. En ook de conclusie van de derde redenering, alle bonen in deze zak zijn wit, is gelijk aan de voorzin van de eerste redenering. We zijn dus terug bij af.

Een analoog verhaal kan verteld worden van de redeneringen m.b.t. de gegevens binnen onze ervaring.

Maar dan rijst de vraag wat de voorzin is waarop onze achtereenvolgende conclusies eigenlijk steunen. De stelling van de eerste deductie dat alle bonen in deze zak wit zijn, kan voortvloeien, ofwel uit een summatieve inductie, ofwel uit een amplificatieve inductie.

Werden ze één voor één nagekeken en wit bevonden, dan biedt onze eerste voorzin absolute zekerheid. Werd alleen maar veralgemeend van sommige naar alle, dan hebben we die zekerheid niet.

Eenzelfde bedenking geldt voor de voorzin: Alle gegevens binnen onze ervaring zijn materieel. Maar al die gegevens nagegaan is een onmogelijke opdracht. Dus werd er veralgemeend van ‘sommige’ naar ‘alle’. Omdat sommige gegevens materieel worden bevonden, kan men niet besluiten dat zulks voor alle gegevens geldt. Men kan zich verder afvragen om welk soort van ervaring het gaat het. Wie vooraf axiomatisch stelt dat onze ervaring zich exclusief beperkt tot materiële feiten, vindt uiteraard dat die ervaring alleen maar materieel kan zijn. Velen stellen echter dat men ook immateriële gegevens kan ervaren. De vooropstelling dat het geheel van de werkelijkheid exhaustief materieel zou zijn, blijft dan ook hier onbewezen.

Besluiten we na dit alles dat ieder denksysteem, zodra het zijn axioma’s uitdrukt, getoetst kan worden aan de hand van deze triade. Ieder denksysteem omvat inderdaad deducties, in de eerste plaats uit axioma’s. Ieder denksysteem omvat ook veralgemeningen, en dit op grond van inductieve steekproeven. Ten slotte bezit ieder denksysteem ook ‘veralgehelingen’, en dit op grond van situering van gegevens binnen één of ander geheel. Popper zegt dat wetenschap en wetenschappelijk onderzoek zich vooral in de reductie, in veralgemeningen en veralgehelingen situeert, zelden in de deductie.

Deductie, inductie en abductie bij een religieuze redenering

Na deze logische triade op een materialistische wijze geïllustreerd te hebben, willen we nu aantonen dat ze eveneens op religieus gebied kan toegepast worden. Heel wat gelovigen gaan er van uit dat ook religie vatbaar moet zijn voor een logische benadering. De uitspraak: “Credo quia absurdum”, “ik geloof omdat het absurd is” van de kerkvader Tertullianus (160 /230), kan heden dan ook geen gezonde basis van religie zijn. Verlangt religie wel een geloof in absurde dingen, dan geeft ze de mens geen zekerheden maar ontneemt ze die juist. Dan doet ze de religieuze mens tekort in het eigen waarnemings- en redeneervermogen en maakt ze haar aanhangers tot onverantwoordelijke volgelingen.

Een aantal actuele religies illustreert dit laatste overduidelijk. Maar daarmee is men mijlen ver verwijderd van wat religie wezenlijk behoort te zijn, nl. een ontmoeting met het heilige. Dit is tenminste de mening van kenners als Alfred Bertholet. In zijn boek *Die Religion des Alten testaments*[57] zegt hij het zo: “Heiligkeit bedeutet gesteigerte Kraftgeladen-heit”, “heiligheid betekent toegenomen krachtgeladenheid”. Die heiligheid toont zich b.v. in ervaarbare krachtwerkingen en onthult zich in beschrijvingen van wondere feiten. Leggen we dus het accent op het logisch redeneren dat bij het geloof ter sprake komt. Logica leidt ertoe om onder meer de axioma’s, de eigen vooropstellingen van waaruit men leeft, tot een beter besef, tot voller bewustzijn te brengen. Dat geeft ons een stevigere basis en behoedt ons voor menige dwaalwegen. Religies moeten bewijzen wat ze waard zijn, niet door het opleggen van hun gezag. Die tijd is definitief voorbij. Een beroep doen op een blind geloof en blind vertrouwen is - een Russische roulette gelijk - om moeilijkheden vragen. Logisch onderbouwde religies worden dan veel minder een kwestie van ‘geloof’ en veel meer een kwestie van ‘evidentie’. Het heeft in die visie bijvoorbeeld dan ook weinig zin te zeggen: ‘Ik geloof en ik laat mij voor dit geloof desnoods ook folteren’. Veel boeiender, veel relevanter zijn vragen als: Hoe evident, hoe logisch coherent is de religie die iemand wil aanhangen? Over welke religieuze fenomenen, over welke gegevens beschikken we en wat kunnen we daaruit logisch afleiden? Dan wordt geloven geen blinde en soms gevaarlijke overtuiging, maar veeleer een evidentie.

Gaan we een stap verder. Indien religie een ontmoeting met het heilige betekent, dan moeten hiervan aanwijzingen en getuigenissen te vinden zijn. De moeilijkheid voor onze tijdsgeest is evenwel dat men ‘bewijzen’ eist op een wetenschappelijk niveau. Meestal betekent dit dat deze aanwijzingen materieel tastbaar moeten zijn. Als religie zich echter bij voorkeur toont doorheen wondere feiten als een ervaring van kracht, een stem, een droom… dan heeft ze zelden een materiële onderbouw, maar beroept ze zich op een paranormale infrastructuur. Voor velen is religie niet wetenschappelijk aantoonbaar en dus onbestaande. Wetenschap oordeelt echter over het wetenschappelijke karakter van iets, niet over het feit of iets al of niet bestaat. We komen er verder (5.03.) nog uitvoerig op terug.

Het direct ervaren van religieuze ‘krachten’ veronderstelt dat men hiervoor open staat en over de vereiste ‘sensitiviteit’ beschikt. Maar dat is niet iedereen gegeven. Vertrekken we in wat volgt van die vooropstelling, leven we ons dus in de gelovige in, zodat hij een “ich-noch-einmal” wordt zoals Shopenhauer het verwoordde (1.05), en gaan we na of en hoe logica hierbij aangewend wordt.

Nemen we hiervoor het verhaal van de geboorte van Jezus als voorbeeld van zulk een niet -universeel geldige overtuiging. Geven wij vooreerst de tekst zoals *Mattheus 2:1/ 12* die weergeeft.

Toen Jezus te Bethlehem geboren was, in de dagen van Koning Herodes, kwamen er Magiërs uit het oosten te Jeruzalem. Zij zeiden: “Waar is de vorst der Joden, die onlangs geboren is? Want wij hebben zijn ster gezien, in het Oosten. Wij zijn dan ook gekomen om hem te aanbidden.” Toen koning Herodes dit vernam, doorvoer hem een huivering, die ook heel Jeruzalem doorvoer. Hij verzamelde dan ook alle opperpriesters en Schriftgeleerden en stelde hen de vraag waar juist de Christus geboren zou worden. Dezen antwoordden: “In Bethlehem van Juda. Want door de profeet (opm.: Mikeas 5:1) is het volgende geschreven: En gij Bethlehem, land van Juda, gij zijt waarachtig niet de minste onder de hoofdplaatsen van Juda. Uit u immers zal een vorst voortkomen, die de herder van Israël, mijn volk zal zijn. Daarna ontbood Herodes in alle geheim de magiërs, lichtte zich nauwkeurig in over de juiste tijd waarop de ster hun verschenen was. Hij stuurde ze naar Bethlehem, met als opdracht: “Ga met zorg navraag doen naar het kind. Eens dat gij het gevonden hebt, meld het mij want ik ga het dan op mijn beurt aanbidden”. Na deze uitspraken van de vorst begaven zij zich op weg. En zie, de ster die zij in het Oosten gezien hadden, ging voor hen uit tot op het ogenblik waarop zij op de plaats waar het kind zich bevond, bleef stilstaan. Bij het zien van de ster waren zij buiten zichzelf van vreugde. Zij gingen het onderdak binnen en zagen het kind, met zijn moeder Maria. Zij wierpen zich ter aarde neer om het kind te aanbidden. Daarna openden zij hun kistjes en boden het kind goud, wierook en mirre aan. Hierna, in een droom gewaarschuwd om Herodes niet meer op te zoeken, vertrokken zij, langs een andere weg, naar hun land terug.” Tot zover deze evangelietekst.

“De magiërs kwamen uit het oosten” zo stelt deze Bijbeltekst. Het gaat hier om de Meden, een antiek volk in het huidige Iran, rond de stad Ekbatana. Magiërs golden als wijzen. Wijsheid in die archaïsche culturen betekende: met een dieper inzicht begaafd en dat op grond van paranormale krachten. Gaan we in op de mantische ervaring van de magiërs. Zij ‘zien’ een ster die verschijnt. Zoals gezegd (5.01.) maken ‘ingewijden’ hierbij een duidelijk onderscheid tussen het ‘inbeelden’ en het ‘verbeelden’. Het subjectief ‘inbeelden’ slaat op al wat men zelf fantaseert en waarvan men zelf de bedenker is. Het objectief ‘verbeelden’ heeft te maken met een werkelijkheid buiten de mens die zich in een beeld aan hem of haar opdringt.

De magiërs ‘zien’ een ster die verschijnt. Deze eidetische ervaring is eveneens begeleid van een duiding. Zij veronderstellen dat er een vorst geboren is. Dit is het axioma waarvan zij vertrekken. Hun hypothese wordt nog versterkt door aanwijzingen in hun oude geschriften, die inderdaad een geboorte van een vorst in Bethlehem voorspellen. Zo vermelden de profetische geschriften der Joden “de geboorte van een vorst over Israël”.

Uitgaande van die vooropstellingen deduceren de magiërs een experiment. Indien die koning geboren is, dat moet die effectief te vinden zijn. Dus besluiten ze om die reis ook daadwerkelijk te ondernemen. De bevestiging van hun hypothese blijft niet uit. De eidetische ervaring, het zien van de ster, doet zich tot hun vreugde een tweede maal voor (*Mat 2:9*). Uiteindelijk vinden zij moeder en kind in een stal. Men ziet dat de magiërs, vanuit *hun* vooropstellingen, en niet vanuit die der harde wetenschap, op een strikt logische wijze verder redeneren. Ook bij hun terugkeer worden ze in een droom gewaarschuwd niet langs Herodes terug te keren zodat deze niet weet waar Jezus geboren werd. Herodes zal, zo verhaalt de Bijbel nog, nadien alle kinderen jonger dan twee jaar, in Bethlehem en omgeving, laten doden (*Mat 2:13*) omdat hij geen andere koning naast zich duldt.

Verwijzen we bij dit alles naar de Franse antropoloog L. Lévy-Bruhl, *Le surnaturel et la nature dans la mentalité primitive*[58]. Zoals al aangehaald (2.09) beweerde hij dat heel wat natuurvolkeren niet echt logisch denken, maar hij kwam in zijn later verschenen ‘*Carnets*’ hierop terug. Hij schreef: “In feite en sedert minstens twintig jaar, gebruik ik de term ‘reologisch’, die mij zoveel narigheden aandeed, niet meer”. Lévy-Bruhl gaf hiermee zijn dwaling toe. Natuurvolkeren redeneren logisch, zo besloot hij, maar vanuit andere dan strikt wetenschappelijke vooropstellingen. Men ziet dat dit ook kan gelden voor de paranormaal en religieus ingestelde mens. De gelovige beschouwt mantische ingevingen als geldige fenomenen en betrekt ze in zijn of haar redenering.

Zoals gezegd ligt aan alle redeneren een voorwetenschappelijke keuze ten grondslag. Tegen de dwang van de al te rationalistische beschouwde rede kan ingebracht worden dat ook evidentie, intuïtie, gevoel, verwondering en een religieus aanvoelen een niet te onderschatten rol kunnen spelen bij ieder verder redeneren. We verwezen hierbij al naar Pascal en zijn bekende uitspraak ”le cœur a ses raisons que la raison ne connaît pas”.

4.04.8. Logistiek
Ontstaan der logistiek.

De term ‘formaliseren’ als het louter syntactisch schikken van symbolen zonder semantische betekenis, kwam al enkele keren ter sprake. Het zal zijn bekroning vinden in de logistiek. Tot op heden wordt de logica nog steeds sterk beïnvloed door de grote Griekse denker Aristoteles (-384 /-322), de stichter van de traditionele logica. Begrippen, oordelen en redeneringen staan hier centraal en vormen de basis van de sluitredeleer of de syllogistiek. Nog in 1797 meende Kant dat er aan de logica, zoals die in zijn tijd bekend was, niets meer kon worden toegevoegd. Toch zou ze enkele decennia na zijn dood een ingrijpende evolutie kennen.

In de helft van de 19de eeuw kwam met George Boole een nieuwe vorm van algebra tot ontwikkeling. Boole was niet alleen een groot wiskundige, maar bezat eveneens een indrukwekkende talenknobbel. Op zijn tiende levensjaar sprak hij vloeiend Latijn en Grieks en leerde later zichzelf nog Frans, Italiaans en Duits. Hij stierf toen hij slechts 49 jaar was, ten gevolge van een longontsteking. We stonden al even stil bij zijn algebra en verwezen hierbij naar enkele logische connectieven (4.08). Deze binaire vorm van logica vormde de basis van de moderne computerwetenschap.

Vervolgens stond de Duitse wiskundige G. Frege (1848 /1925) met zijn *Begriffsschrift*[59] (*Beschrijving der Begrippen*) uit 1879 aan de wieg van het geformaliseerde denken. Hij wordt gezien als de grondlegger van de logistiek en is meteen één der meest invloedrijke logici sinds Aristoteles. Frege beschouwde zijn logistiek als de enige en ware logica. Hij wou een “rein denken” maar in een formuletaal, naar het toonbeeld der wiskunde.

Zijn ideeën werden slechts postuum gewaardeerd en nadien verder uitgewerkt door o.m. Bertrand Russell. Deze vond de gewone taal te onnauwkeurig om streng logisch te redeneren en trachtte daarom uitspraken op een meer mathematische en ondubbelzinnige wijze te formuleren. Voor logistici is de meerduidigheid van sommige termen een onvergeeflijke zwakheid. In de natuurlijke taal verduidelijkt de context waarin een term gebruikt wordt, de betekenis. Dat bleek o.m. uit het verhaal van de zielenherder in het afgelegen kerkje, die zei dat als zij er allemaal zijn, zij er niet allemaal in kunnen, maar aangezien zij er nooit allemaal zijn, zij er altijd allemaal in kunnen (2.07.).

Logistiek wil echter symbolen en verbindingen van symbolen die buiten iedere talige context gelden. Zoals al gezegd (1.10.), schreef Russell samen met A.Whitehead het monumentale werk *Principia Mathematica* (1910 /1913). Zij wilden hierin aantonen dat de hele wiskunde in logistische termen kan worden geformuleerd en dat alle wiskundige stellingen kunnen gefundeerd worden in de logistiek.

Ook Leibniz zag heel wat gelijkenissen tussen logica en wiskunde en wat hij had gehoopt, is later ook zo uitgekomen. In 1883 gelukte het een leerlinge van Peirce, Christine Ladd-Franklin (1847 /1930) om de syllogismen van Aristoteles te vertalen in algebraïsche logica en ze zo te bewijzen. Bij een eerste kennismaking lijkt het onwaarschijnlijk dat dergelijke symbolen een syllogisme echt 'bewijzen'. Zonder er nu al inhoudelijk op in te gaan, - we lichten het bewijs wat verder in de tekst wel toe - ziet het er dan b.v. uit als volgt:

$$\begin{array}{ll}
\underline{x}\,y = 0 & x\,\underline{y}\,z + \underline{x}\,\underline{y}\,z = 0 \\
\underline{y}\,z = 0 & \underline{x}\,y\,z + \underline{x}\,y\,\underline{z} + x\,\underline{y}\,z + \underline{x}\,\underline{y}\,z = 0 \\
\underline{x}\,y\,.\,1 = 0\,.\,1 & \underline{x}\,y\,z + \underline{0} + x\,\underline{y}\,z + \underline{x}\,\underline{y}\,z = 0 \\
\underline{x}\,y\,.\,(z + \underline{z}) = 0\,.\,(z + \underline{z}) & \underline{x}\,y\,z + \underline{0} + 0 + \underline{x}\,\underline{y}\,z = 0 \text{ of} \\
\underline{x}\,y\,z + \underline{x}\,y\,\underline{z} = 0 & \underline{x}\,y\,z + \underline{x}\,\underline{y}\,z = 0 \\
\underline{y}\,z\,.\,1 = 0\,.\,1 & \underline{x}\,z.(y + \underline{y}) = 0 \\
\underline{y}\,z.\,(x + \underline{x}) = 0\,.\,(x + \underline{x}) & \underline{x}\,z.\,1 = 0 \\
\underline{y}\,z\,x + \underline{y}\,z\,\underline{x} = 0 & \underline{x}\,z = 0
\end{array}$$

Wie in deze vorm van logica thuis is, kan deze bewijsvoering stap voor stap volgen. Het lijkt wel een soort algebra waarbij syntactisch elke nieuwe denkbeweging logisch volgt uit de vorige, tot men uiteindelijk aantoont wat te bewijzen was.

Kijkend naar het bewijs hierboven, kan men zich dan de vraag stellen om welke concrete redenering het hier gaat? Het antwoord is dan gewoonweg: om geen enkele, of beter, om alle tegelijk. Het 'formaliseren' bestaat er juist in dat het bewijs zo algemeen is, dat er niet langer een praktische inhoud aan verbonden wordt. In principe gaat het om niet meer dan een schema waarin vele gelijkaardige syllogismen kunnen worden samengevat. Daarom is dit schema ook als een "lege huls", en kan het nadien met vele voorbeelden worden ingevuld. Waarover het bewijs dan handelt, zal moeten blijken uit de toelichting, uit de vele zinnen met uitleg, die de redenering zullen begeleiden. Dan overstijgen we het syntactische peil en wordt de redenering naar betekenis, semantisch dus, zinvol. We zullen dit schema, deze "lege huls" onder de titel "Syllogismen en algebraïsche logica", verder toelichten op het einde van dit hoofdstuk en er dan een mogelijke semantische inhoud aan geven.

Ook in de zogenoemde “Wiener Kreis” leefde de gedachte dat logica wiskundig kan bewezen worden. Deze “Weense kring” bestond uit een aantal wetenschappers en filosofen dat regelmatig in de universiteit van Wenen bij elkaar kwam. Zij bekritiseerden de traditionele metafysica en zochten naar een “mathesis universalis”, een universele en eengemaakte wetenschap, een wetenschap die alle andere moet kunnen verenigen. Deze betrachting is niet nieuw. Reeds bij Pythagoras vinden we een zoeken naar eenheid in alles wat bestaat. Herinneren we aan zijn befaamde ‘arithmos’ (2.09). Voor Pythagoras was de eenheid steeds de bouwsteen, de bron van alles wat bestaat. Descartes en Leibniz zullen deze gedachte van een “mathesis universalis”, van een eengemaakte of alomvattende ordetheorie naar wiskundig model, overnemen.

Een innerlijke tegenstrijdigheid

Het boek van Russell en Whitehead, *Principia Mathematica* vermeldt in de inleiding eveneens dat de logische beginselen, waarop men tot dan vertrouwde, eigenlijk een innerlijke tegenstrijdigheid bevatten.

E. Beth, *Geschiedenis der logica*[60] illustreert deze tegenstrijdigheid als volgt: “Wij kunnen termen onderscheiden, die op zichzelf van toepassing zijn, en termen die dat niet zijn. Zo is de term ‘abstract’ zelf abstract, de term ‘rood’ is echter niet rood.” Verwijzen we in dit verband ook naar de verpleegster die zei dat ze enkel waste wie zichzelf niet wast (3.03). Als zij zichzelf niet wast, dan moet zij volgens haar uitspraak zichzelf ook wassen. Maar als zij zichzelf dan wast, handelt ze tegen haar uitspraak in, want ze mag enkel wassen wie zichzelf niet wast. In beide gevallen kan zij niet aan haar uitspraak voldoen.

Wikipedia[61], de encyclopedie op internet, vermeldt volgende variante. Een bibliothecaris vindt op een goede dag in zijn bibliotheek een stapel catalogi. Sommige van deze catalogi vermelden zichzelf, terwijl andere dat niet doen. De bibliothecaris maakt twee nieuwe catalogi: een eerste catalogus A die alle catalogi vermeldt die zichzelf vermelden, en een tweede catalogus B die alleen de catalogi vermeldt die zichzelf niet vermelden. Natuurlijk zorgt hij ervoor dat ook catalogus A zichzelf vermeldt. De vraag is of catalogus B zichzelf nu moet opnemen of niet? Als hij zichzelf opneemt, mag hij per definitie niet opgenomen worden omdat hij al in zichzelf opgenomen is. Als hij zichzelf niet opneemt, moet hij per definitie opgenomen worden, omdat hij zichzelf niet vermeldt.

Russell stelde zich bij dergelijke tegenspraken de algemene vraag of verzamelingen zichzelf al of niet bevatten. Overwegend dat alle regels der logistiek werden gerespecteerd, vroeg hij zich af of de grondslagen, de vooropstellingen der logistiek dan ergens fouten vertoonden. Zijn bedenkingen mogen voor jan modaal ver gezocht lijken, toch zijn ze niet zonder belang. Zij tonen andermaal het ontzettende belang der vooropstellingen aan. Wordt daarin ook maar de minste tegenspraak gevonden, dan betekent dit dat de hele verdere ontwikkeling der logistiek op de helling komt. We kunnen het dan vergelijken met een torengebouw dat geen stevig fundament heeft omdat het op drijfzand is gebouwd. Russells' bedenkingen hebben bij de wiskundigen en logistici er toe bijgedragen de axiomatiek der logistiek grondig te onderzoeken op mogelijke contradicties.

Vermelden we hier eveneens de Oostenrijkse logicus K. Gödel (1906 /1978). Hij verwierf wereldfaam met de stelling die zijn naam draagt en voor het eerst geformuleerd werd in 1931. Hierin zegt hij dat er in elk wiskundig systeem uitspraken bestaan die men vanuit de axiomatiek van dat systeem gewoonweg niet kan bewijzen.

Dit betekent dat elk axiomatisch systeem, en dus ook Russells' *Principia Mathematica*, onvolledig zal zijn. Daarmee werd aangetoond dat ook de wiskunde geen onaantastbare axiomatische grondslag heeft. De eeuwenoude droom om te trachten de wiskunde te herleiden tot logica, moest tenslotte opgegeven worden.

Hiermee kwam ook een einde aan de verwachtingen van Russell en van de Wiener Kreis. Wiskunde kan nu eenmaal niet op een formalistisch sluitende en overkoepelende wijze gegrondvest worden, zoals zij hadden gehoopt. Hiermee kwam er eveneens een einde aan de grote droom van Frege: het opbouwen van een enige en absoluut ware logistiek.

De Vlaamse filosoof en wiskundige J.P. Van Bendegem[62], (1953°) zegt dat er een onmetelijke veelheid, ja een wildgroei van onderling verschillende, ja contradictorische logistieken bestaat. Voor Frege gold b.v. nog het logische principe "een uitspraak en haar ontkenning kunnen niet tegelijkertijd waar zijn". Vandaag wordt dit contradictieprincipe door sommigen overboord gegooid, wat tot heel wat vragen leidt.

Met de opgang van de verschillende logistieken hebben velen de indruk dat de natuurlijke logica niet zo veel meer betekent. Ten onrechte, want de aloude natuurlijke logica blijft zeer krachtig en hoogst actueel.

Logistiek als geformaliseerd denken

Gaan we verder in op deze logistiek. Het is de denkvorm bij uitstek bij heel wat natuurwetenschappers en technici. Logistiek (Grieks: logistiké technè, rekenvaardigheid) of 'geformaliseerd' logica is zoals gezegd geen formele logica in de traditionele betekenis van het woord. Bochenski, *Wijsgerige methoden in de moderne wetenschap*[63], zegt dat het formaliseren initieel bestaat in een uitbreiding van een reeds eeuwen bekende rekenmethode. Illustreren we dit met de volgende vermenigvuldiging:

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times\, 16 \\ \hline 132 \\ 22 \\ \hline 352 \end{array}$$

Na opgeschreven te hebben dat 6 x 22 gelijk is aan 132, noteren we dat 1 x 22 gelijk is aan 22. Omdat het cijfer 1 van de vermenigvuldiger eigenlijk staat voor 10, schrijven we de 22 niet direct onder de 2 van 132, maar één plaats naar links verschoven. Eenheden, tientallen en honderdtallen blijven zo netjes onder elkaar geschikt. Zo zijn er schema's voor alle hoofdbewerkingen en zelfs voor de worteltrekking. Wie ingaat op dergelijke schema's, ziet in dat ze zo moeten zijn en niet anders. Maar men hoeft dit inzicht niet te hebben om de bewerking toch juist uit te voeren. Men kan ze bij wijze van spreken 'automatisch' uitvoeren zonder zich rekenschap te geven van de absolute waarde van de cijfers. Zo moet ik me hier niet afvragen of de 2 in de vermenigvuldiger nu slaat op eenheden, tientallen of honderdtallen, zolang ik de cijfers maar op de juiste plaats zet. Ook al weet ik dan niet ten volle het waarom ervan, toch bereik ik een juist resultaat. Dit niet ten volle weten wat men doet en waarom men het zo doet, is eigenlijk een begin van formaliseren.

Bochenski[64], zegt dat een teken 'eidetische' betekenis heeft indien men er de werkelijkheid van kent waarop het slaat (de semantische duiding is dan gekend). Een teken heeft slechts 'operatieve' betekenis indien men weet hoe ermee om te gaan, zonder aan de eidetische of semantische betekenis te denken. Wie de schikking van de vermenigvuldiging 22 x 16 hierboven, begrijpt, ziet 'eidetisch' de betekenis ervan in. Wie er alleen maar juist mee werkt, heeft enkel de 'operatieve' betekenis.

De logistiek zal dit formaliseren verder uitwerken. Daar verglijdt logica tot een 'calculus', een rekenen, met 'lege' maar 'invulbare' symbolen. Gegevens worden er van alle semantische inhouden ontdaan om met lege syntactische 'hulzen' (symbolen) te werken, waarbij dit 'werken' eerder als een 'rekenen' moet begrepen worden. Het is dan ook niet verwonderlijk dat de computer die geformaliseerd ‘denkt’, ook ‘rekenmachine’ heet. De Engelse term “to compute” betekent inderdaad ‘berekenen’. Cijfers worden vervangen door symbolen als a, b en x, en wat ze eigenlijk betekenen, wordt tussen haakjes gezet.

Dit betekenisloze ‘redeneren’ staat in scherp contrast met de logica die steeds met formae, met bewustzijnsinhouden, werkt. Verduidelijken we hieronder verder het verschil tussen logica en logistiek.

Logica is geen logistiek

Logistiek is een mathematiserende positieve wetenschap die in één van haar interpretaties als logica kan begrepen worden. Niet het denken, maar het combineren staat hierbij centraal. Logistiek werkt met symbolen en tekens die als lege hulzen ontdaan zijn van hun werkelijke betekenis en die men volgens afspraak op een welbepaalde wijze invult. Daarop worden dan allerlei bewerkingen uitgevoerd die tot een ‘oplossing’ leiden. Deze verwijzen echter niet noodzakelijk naar een concrete werkelijkheid. Bij uitschakeling van zowel de pragmatiek als de semantiek, rest er enkel de syntaxis, het aaneenrijging van symbolen zonder betekenis. Dat is het voetstuk van de logistiek, dat zijn toepassing vindt in heel wat ‘computerdenken’.

Het geformaliseerde denken der logistiek staat inderdaad in scherpe tegenstelling met de werkwijze van de natuurlijke logica waar de identiteitsaxioma’s in het geheel van de werkelijkheid een objectief gegeven zijn en niet op een onderlinge en subjectieve afspraak berusten. Logica is wijsbegeerte en maakt gebruik van de natuurlijke taal. Zij situeert het denken en het redeneren binnen het geheel van het zijn en blijft zo steeds ontologisch onderbouwd. Logica werkt met begripsinhouden. Zij isoleert een identiteit als denkinhoud uit het geheel der werkelijkheid om er gevolgtrekkingen uit af te leiden. Het object van de logica is de wijsgerige doorgronding van wat ‘logisch’ heet.

G. Jacoby, *Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik,*[65] zegt dat logica verschilt van logistiek op het gebied van grondslagen, vraagstellingen, wijze van opbouw en methode. Logica is één vak uit de filosofie, terwijl logistiek een type van rekenen (calculus) met symbolen is dat o.m. in programmeertalen zijn toepassing vindt. Logica heeft niet de pretentie logistiek te zijn terwijl logistiek veelal de pretentie koestert om wel logica te zijn. Logistiek is een met de wiskunde verwante manier om met waarheidswaarden om te gaan. Logistiek breekt met het traditionele logische denken.

O.m. Alfred Tarski, *Introduction à la logique*[66], beweert dat de logistiek alle menselijk kennen kan funderen en de basis uitmaakt van alle andere wetenschappen, omdat iedere discussie logistische begrippen gebruikt en iedere correcte redenering volgens de wetten van de logistiek verloopt. Volgens een aantal logici projecteren logistici als Tarski hun logistiek in de logica of herleiden de traditionele logica zelfs tot een miniem onderdeel van hun eigen logistiek. Daarom ook menen zij dat logistiek eigenlijk - en eindelijk, na eeuwen - de ware logica uitmaakt.

H.J. Hampel, *Variabilität und Disziplinierung des Denkens*[67] meent dat logica de logistiek enkel als afwijking van haar denkvorm kan waarderen. Logica aanvaardt echter ten volle het invoeren van axioma's, - zo b.v. die van de logistiek - en van de deductieve systemen die daaruit afleidbaar zijn. Zij ziet die systemen als axiomatisch afgebakende deelgebieden van de toegepaste logica. Maar zeker niet als formele logica.

Logistiek is geen logica. Wat logistici er ook van zeggen. Logica steunt op identiteit, deelidentiteit en niet - identiteit inzake gegevens. Logistiek werkt met symbolen, terwijl in de logica symbolen slechts verkorte termen uitmaken maar steeds hun betekenis behouden.

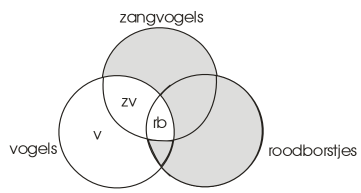
Een aantal profs aan universiteiten stelt vast dat de meerderheid der studenten met logistiek, begrepen als mathematiserende positieve wetenschap, bijzonder weinig kunnen aanvangen. Logistiek lijkt "te gecompliceerd", of "niet praktisch". Zo zei een internationaal erkende Vlaamse epistemoloog, in een privé gesprek en na jarenlang logistiek te hebben gedoceerd: "Ik geef dat niet meer. Zij kunnen er toch niets mee doen". "Zij", dat zijn jonge mensen die het leven ingaan na hun studies. Velen van hen zijn ervan overtuigd dat zij heel wat meer hebben aan een initiatie in natuurlijke logica. Hiermee is echter niet gezegd dat logistiek geen achting verdient. Integendeel: zelfs een natuurlijke logica kan heel wat bijleren door met logistiek kennis te maken. Al was het maar om zich van haar eigen wezen en uitgangspunten meer bewust te worden.

Toch heeft het weinig zin logica te willen vervangen door logistiek, want daarvoor zou logistiek ontologisch onderbouwd moeten zijn en redeneren met begripsinhouden. Omdat dit niet zo is, spreekt men consequent van logica enerzijds en logistiek anderzijds.

Syllogismen en algebraïsche logica

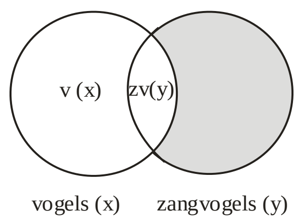
Zoals gezegd lukte Christine Ladd-Franklin er in om de syllogismen algebraïsch te bewijzen. Illustreren we deze algebraïsche logica met de sluitrede van het vorige hoofdstuk en geven we hieronder haar bewijs. Vermelden we vooraf toch dat haar werkwijze eerder omslachtig is. De lezer die niet thuis is in deze algebra, hoeft er zich dus niet in te verliezen. Nadien geven we nog een ander, korter en veel eenvoudiger bewijs van dit syllogisme. Met dit alles willen we enigszins laten aanvoelen wat geformaliseerde logica juist is.

Alle zangvogels zijn vogels.
Welnu, alle roodborstjes zijn zangvogels,
Dus, alle roodborstjes zijn vogels.

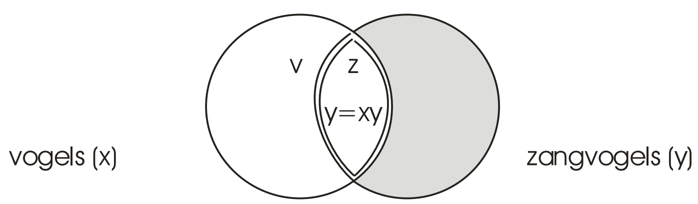


Stellen we de grote term “alle vogels” voor door de letter ‘x’.
De middenterm ‘zangvogels’, stellen we voor met de letter ‘y’.
De kleine term ‘roodborstjes’ tenslotte krijgt de letter ‘z’.

De eerste voorzin “Alle zangvogels zijn vogels”, kunnen we niet weergeven door y = x, want uit deze gelijkwaardigheid zou ook volgen dat x = y, en dus dat alle vogels zangvogels zouden zijn. Het gaat hier om een implicatie, geen gelijkwaardigheid. De verzameling der zangvogels (y) vormt slechts een deelverzameling van de verzameling der vogels (x). Anders gezegd: alle zangvogels zijn vogels. Er zijn geen zangvogels die niet tot de verzameling der vogels behoren. In een diagram geeft dit:

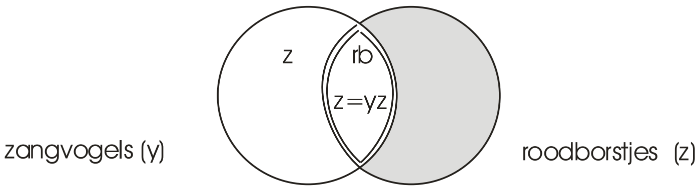


Maar dat betekent dat de doorsnede van x en y gelijk moet zijn aan y. In boleaanse algebra wordt dit voorgesteld als “y = x y”. We krijgen:



De doorsnede betreft het gebied tussen de dubbele lijn.

Geheel analoog is de verzameling der roodborstjes een deelverzameling der zangvogels of $z = y\,z$.



Er moet nu algebraïsch aangetoond worden dat alle roodborstjes vogels zijn, of dat alle roodborstjes een deelverzameling zijn van de verzameling der vogels. In formule: $z = x\,z$

Maken we nu de volgende tweedeling: Er is in het geheel van de werkelijkheid enerzijds de verzameling der vogels, voorgesteld door ‘x’, en anderzijds de verzameling van alles wat hiertoe niet behoort. Deze laatste verzameling hebben we al het complement van de eerste genoemd (4.01.). We stellen ze voor met het teken $\underline{x}$. We kunnen dan zeggen dat het geheel van alles wat bestaat, vervat zit in de som “$x + \underline{x}$”. De werkelijkheid is hiermee opgedeeld in enerzijds de vogels en anderzijds al de rest.

Maar hetzelfde kan nu beweerd worden voor de zangvogels. Alles bestaat uit enerzijds zangvogels en anderzijds uit alles wat daarbuiten valt. Dan geldt ook dat de uitdrukking “$y + \underline{y}$” eveneens de hele werkelijkheid weergeeft.

Geheel analoog geldt dat “$z + \underline{z}$” eveneens de hele werkelijkheid, alle roodborstjes en alles wat geen roodborstje is, samenvat. Boole stelt nu het begrip ‘alle’ voor met het cijfer 1, en het begrip ‘geen’ door het cijfer 0. Iets wat ons weer in de binaire, digitale wereld brengt. We krijgen dan: $x + \underline{x} = 1$, maar evenzeer $y + \underline{y} = 1$ en $z + \underline{z} = 1$.

Samengevat:
Gegeven:

Vz1.	$y = x\,y$	Alle zangvogels zijn vogels.
Vz2.	$z = y\,z$	Welnu, alle roodborstjes zijn zangvogels,

Gevraagd:

Nz.	$z = x\,z$	Dus, alle roodborstjes zijn vogels.

Oplossing:

Onze voorzinnen vertellen ons nu twee dingen. Enerzijds dat alle zangvogels vogels zijn, m.a.w. dat de verzameling der zangvogels (y), die geen vogels zijn ($\underline{x}$), geen enkel element bevat en dus leeg is. Algebraïsch weergegeven: $y\ \underline{x} = 0$, of in alfabetische volgorde herschreven: $\underline{x}\ y = 0$.

En anderzijds weten we dat alle roodborstjes zangvogels zijn. Anders gezegd, dat de verzameling van de roodborstjes (z) die geen zangvogels zijn ($\underline{y}$), leeg is. Algebraïsch weergegeven: $z\ \underline{y} = 0$. Alfabetisch: $\underline{y}\ z = 0$

Uiteindelijk moeten we er toe komen dat het uitgesloten is dat er roodborstjes bestaan die geen vogels zijn. Anders gezegd, de verzameling der roodborstjes (z), die geen vogels ($\underline{x}$) zijn, moet leeg zijn. In formule: $z\ \underline{x} = 0$, of alfabetisch: $\underline{x}\ z = 0$.

We krijgen:
(1) VZ1: $\underline{x}\ y = 0$
(2) VZ2: $\underline{y}\ z = 0$

Vermenigvuldigen we VZ1 met 1:
(3) $\underline{x}\ y\ .\ 1 = 0\ .\ 1$
We zagen hierboven dat $x + \underline{x} = 1$, maar evenzeer $y + \underline{y} = 1$ en $z + \overline{z} = 1$.
Vervangen we het getal 1 in de uitdrukking (3) door $z + \underline{z}$. We krijgen:
(4) $\underline{x}\ y\ .\ (z + \underline{z}) = 0\ .\ (z + \underline{z})$
(5) Werken we verder uit dan geeft dit:
(6) $\underline{x}\ y\ z + \underline{x}\ y\ \underline{z} = 0$

Even resumeren. In de bewerking hierboven staat dat “de niet-vogels die zangvogels zijn, vermenigvuldigd met de roodborstjes” plus de “de niet-vogels die zangvogels zijn, vermenigvuldigd met de niet-roodborstjes” gelijk is aan 0. Ons voorstellingsvermogen schiet hier te kort om ons een beeld te vormen van wat hier nu gebeurt. En toch zijn dergelijke bewerkingen op een manier zinnig, want uiteindelijk leiden ze tot een resultaat dat een praktische toepassing kent. Het gaat inderdaad om ‘geformaliseerde’ logica, waarbij ons concrete denken in de kou blijft staan. Vervolgen we de bewijsvoering.

Vermenigvuldigen we VZ2 met 1:
(7) $\underline{y}\ z\ .\ 1 = 0\ .\ 1$
Vervangen we het getal 1 in de uitdrukking (7) nu door $x + \underline{x}$. We krijgen:
(8) $\underline{y}\ z.\ (x + \underline{x}) = 0\ .\ (x + \underline{x})$

Werken we verder uit dan geeft dit:

(9) $\underline{y}\ z\ x + \underline{y}\ z\ \underline{x} = 0$

Herschikken we alfabetisch:

(10) $x\ \underline{y}\ z + \underline{x}\ \underline{y}\ z = 0$

Maken we vervolgens de som van (6) en (10).

(11) $\underline{x}\ y\ z + \underline{x}\ y\ \underline{z} + x\ \underline{y}\ z + \underline{x}\ \underline{y}\ z = 0$

(12) Uit (1) weten we dat $\underline{x}\ y = 0$. Maar dan is ook $\underline{x}\ y\ \underline{z} = 0$. Vervangen we (12) in (11):

(13) $\underline{x}\ y\ z + 0 + x\ \underline{y}\ z + \underline{x}\ \underline{y}\ z = 0$

(14) Uit (2) weten we dat $\underline{y}\ z = 0$. Maar dan is ook $x\ \underline{y}\ z = 0$. Vervangen we (14) in (13):

(15) $\underline{x}\ y\ z + 0 + 0 + \underline{x}\ \underline{y}\ z = 0$ of

(16) $\underline{x}\ y\ z + \underline{x}\ \underline{y}\ z = 0$

(17) $\underline{x}\ z.(y + \underline{y}) = 0$

(18) $\underline{x}\ z.\ 1 = 0$

(19) $\underline{x}\ z = 0$

Hieruit blijkt dat de verzameling der roodborstjes (z), die geen vogels ($\underline{x}$) zijn, leeg is.

Omdat $x + \underline{x} = 1$, kunnen we in (19) $\underline{x}$ vervangen door $1 - x$. We krijgen:

(20) $(1 - x)\ z = 0$.

(21) $z - xz = 0$

(22) $z = xz$

Of: alle roodborstjes zijn vogels. Dit laatste was te bewijzen.

We steunden voor dit bewijs in grote lijnen en mits enige aanpassingen op H. Van Praag, *Denken als spel*[68]. J.P. Van Bendegem wijst er ons op dat dit type van syllogisme, dat we eerder al het 'Barbara-syllogisme' hebben genoemd (4.04.1), heel wat eenvoudiger kan bewezen worden en dit zonder een beroep te doen op het complement $\underline{x}$. Het bewijs verloopt als volgt.

Gegeven: $y = x\ y$ (1)

$z = y\ z$ (2)

Gevraagd: $z = x\ z$ (3)

Oplossing:	(4)	$z = y\ z$	gegeven (2).
(5)		$z = (x\ y)\ z$	Vervang y door x y, ook gegeven (1)
(6)		$z = x\ (y\ z)$	associativiteit van de vermenigvuldiging
(7)		$z = x\ z$	vervang y z door z, ook gegeven (2)

Hieruit blijkt dat de verzameling der roodborstjes (z), een deelverzameling is van de verzameling der vogels (x). Wat te bewijzen was.

Toch wilden we ook het meer omslachtige bewijs even toelichten. Heel wat geformaliseerd bewijzen beslaan meerdere regels en zelfs een aantal pagina's, zodat de lezer toch een vermoeden krijgt van wat zulk een algebraïsche uitwerking inhoudt.

Men ziet zo in dat deze beide bewijsvoeringen ook kunnen aangewend worden voor gelijkaardige redeneringen als:

Alle bloemen zijn mooi.
Alle rozen zijn bloemen.
Alle rozen zijn mooi.

Tot zover ook deze summiere inleiding in de geformaliseerde logica.

4.04.9. Propositielogica, predicatenlogica en meerwaardige logica's

Propositielogica

Vorige hoofdstukken hebben ons geleidelijk bijgebracht dat men redeneringen kan onderzoeken, voortgaande op hun vorm, niet op hun inhoud. Geven we de redenering:

$p \Rightarrow q.$
Welnu p.
dus q.

Verwoorden we ze voluit. Indien de propositie p zich voordoet, dan volgt daar automatisch uit dat het gevolg q zich voordoet. Welnu, p doet zich voor, dus volgt hieruit dat q zich voordoet. In logische taal: indien een implicatie van kracht is, samen met haar antecedent, dan is ook het consequent van kracht.

We hoeven aan deze redenering geen concrete betekenis te geven om in te zien dat er juist geredeneerd wordt. De propositielogica laat ons toe om redeneringen louter op syntactisch, niet op semantisch niveau te bestuderen. Zo kon Christine Ladd-Franklin de syllogismen algebraïsch bewijzen. Dat brengt ons regelrecht bij wat men "geformaliseerde logica" noemt, logica die ons doet redeneren, zonder dat dit nog langer aan een concrete toepassing hoeft te beantwoorden. Zo vindt men b.v. in een handboek opgaven als hieronder is weergegeven, met de vraag om deze propositie te vereenvoudigen.

(1) $\underline{abc} + a\underline{bc} + ab\underline{c} + \underline{ab}c + a\underline{b}c + abc =$

(2) $\underline{abc} + a\underline{bc} + ab\underline{c} + abc + \underline{ab}c + a\underline{b}c =$

(3) $\underline{bc}\,(\underline{a} + a) + ab\,(\underline{c} + c) + \underline{b}c\,(\underline{a} + a) =$

(4) $\underline{bc}\,(1) + ab\,(1) + \underline{b}c\,(1) =$
(5) $\underline{bc} + ab + \underline{b}c =$
(6) $\underline{b}\,(\underline{c} + c) + ab =$
(7) $\underline{b}\,(1) + ab =$
(8) $\underline{b} + a$

In regel (2) worden de proposities herschikt, In regel (3) worden ze gegroepeerd. In regel (4) worden een enkelvoudige propositie en haar complement gegroepeerd. In regel (5) worden deze telkens vervangen door 1. We zagen inderdaad (4.04.8) dat een verzameling samen met alles wat er niet toe behoort, de hele werkelijkheid uitmaakt en weergegeven wordt met het cijfer 1. In regel (7) maakt men gebruik van de regel die zegt dat een term (b) in een som die ook het complement bevat, mag wegvallen, wat leidt tot het resultaat (8). Jan modaal kan zich hier stellig afvragen waarop dit allemaal slaat.

Nemen we opnieuw de redenering

$$p \Rightarrow q,\ \text{welnu } p,\ \text{dus } q$$

We kunnen ze b.v. semantisch invullen met:

$p \Rightarrow q$	Als de aarde opwarmt, dan gaat het zeeniveau stijgen.
Welnu p	Welnu, de aarde warmt op.
Dus q	Dus gaat het zeeniveau stijgen.

We zien dat de propositie p of q telkens staat voor een hele zin. We kunnen niet redeneren met de afzonderlijke zinsdelen of daar logische bewerkingen mee uitvoeren. We kunnen niet anders dan noodgedwongen de propositie p of q in zijn geheel te behandelen. In de zin zelf kunnen we niets wijzigen. Men spreekt daarom van de klassieke propositielogica als de logica van de niet-geanalyseerde zinnen. Dit betekent gewoon dat men een propositie, een oordeel, in zijn geheel beschouwt en ook moet beschouwen. Men gaat hier niet ontleden zoals b.v. een zin in zijn samenstellende delen kan opgesplitst worden, om vervolgens op de verkregen onderdelen verdere logische bewerkingen toe te passen. De propositie wordt steeds in haar geheel beschouwd. Dat heeft zijn voordelen, maar ook zijn nadelen.

Een voordeel is dat op een ingewikkelde propositie bewerkingen kunnen worden uitgevoerd die de propositie eventueel kunnen vereenvoudigen, maar ook dat we waarheidstabellen kunnen opstellen en zo alle logische mogelijkheden kunnen nagaan. Hierbij kan de computer, die digitaal werkt, worden ingeschakeld.

Zoals hierboven toegelicht werd, is een nadeel dat we de enkelvoudige proposities niet verder kunnen ontleden in hun samenstellende delen. Bij de zogenoemde predicaatlogica - we gaan er zo dadelijk op in - zal dit laatste wel mogelijk worden, maar is het gebruik van waarheidstabellen niet meer mogelijk. Wijzen we er op dat de digitale circuits van een computer werken volgens de 19de eeuwse propositielogica van Boole

Vatten we nog even samen wat er over propositielogica reeds werd gezegd. Na het vatten van de opgave, het thema van het eerste hoofdstuk, kwam in het tweede hoofdstuk het ordenen van gegevens aan bod. Orde aanbrengen kan slechts indien men let op gelijkenissen en samenhangen. Maar dat betekent dat men gegevens op elkaar betrekt. Juist omdat er zulke betrekkingen bestaan tussen gegevens onderling, kan men tot oordelen en redeneren komen. Zo zagen we dat het roodborstje behoort tot de grotere verzameling der zangvogels, en dat zangvogels een deelverzameling zijn van de nog grotere verzameling der vogels. Dergelijke redeneringen situeren zich probleemloos in de propositielogica.

Ook betrekkingen met termen als “groter dan”, “kleiner dan”, “vader van”, zoon van”; “gelijk aan”… zijn allen betrekkingen die perfect in de traditionele logica passen. Betrekkingen zijn eigenschappen. Zo is de betrekking “groter dan” een eigenschap van een olifant, voor zover vergeleken met of betrokken op b.v. een zwaan of een muis. M.a.w., dit geldt voor zover het gesitueerd is binnen een distributief (gelet op gelijkenis) of collectief (gelet op samenhang) begrip. Steeds wordt, uitdrukkelijk of niet, een axioma, d.i. een algemeen geldende vooropstelling, verondersteld. “Indien x groter is dan y, dat groter is dan z, dan is x groter dan z”. Daarvan zijn olifant, zwaan, muis juist één singulier exemplaar. M.a.w., wat het gemene verstand inziet, dat formuleert de traditionele logica strenger en kan geen enkel wiskundige, logisticus of cognitiewetenschapper weerleggen.

En toch lezen we bij H.R.Van Ditmarsch, specialist in technische cognitiewetenschappen, aan de rijksuniversiteit Groningen, in een artikel: *Wiskunde in wonderland*[69], dat in de traditionele logica een redenering als: “Een olifant is groter dan een zwaan. Een zwaan is groter dan een muis. Dus een olifant is groter dan een muis” niet geldig is. Toen de heer Van Ditmarsch bij de samenstelling van dit boek, hierop attent werd gemaakt, reageerde hij grootmoedig en mailde hij wat volgt. “Nu lijkt mij echter dat “een olifant is groter dan een zwaan. Een zwaan is groter dan een muis. Dus een olifant is groter dan een muis” een geldig syllogisme is van het type bekend onder de naam ‘Barbara’. Dus daar moet toch iets misgegaan zijn...”

Ook G. Jacoby[70], *Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtschrei-bung,* stelt dat zinnen die aan een onderwerp een gezegde toeschrijven, ertoe geschikt zijn eigenschappen (‘klassen’) te formuleren. Betrekkingen echter, zo meent hij, kunnen zij niet logisch verwoorden. Hij besluit dat de traditionele logica niet in staat is wiskundige en logistische problemen aan te pakken. Dat lijkt ons echter, zoals hierboven toegelicht, een misvatting. Traditionele logica werkt met termen die steeds betekenisvol zijn. Zoals gezegd (4.02) is een term een woord of een uitdrukking met een scherp omlijnde betekenis. Logistiek daarentegen werkt met symbolen die geen semantische betekenis hebben. Het lijkt erop dat een aantal logistici hier niet altijd de nodige aandacht voor heeft.

Predicaatlogica

Zoals al aangehaald, worden in de predicaatlogica, en dit in tegenstelling tot de propositielogica, de oordelen niet langer in hun geheel beschouwd, maar gaat men ze ontleden. Zo kunnen het onderwerp en wat ervan gezegd wordt, het predicaat, van elkaar gescheiden worden. Vandaar ook de naam ‘predicaatlogica’. Geven we een hieronder een uiterst summiere inleiding zodat de lezer of lezeres zich een initieel beeld kan vormen van dit type logica.

Nemen we opnieuw de redenering:

Als de aarde opwarmt, dan gaat het zeeniveau stijgen.
Welnu, de aarde warmt op.
Dus gaat het zeeniveau stijgen.

In de predicaatlogica kunnen we dit als volgt weergeven:

(1) $O(a) \Rightarrow S(z)$
(2) Welnu, $O(a)$
(3) Dus $S(z)$

Enigszins met woorden verduidelijkt, geeft dit:

(1) (Het) opwarmen (van de) aarde, impliceert: stijgen (van het) zeeniveau.
(2) Welnu, opgewarmd (wordt de) aarde.

(3) Dus (leidt dit tot het) stijgen (van het) zeeniveau.

Men noemt de eigenschap opwarmen (O) een predicaatsymbool. Hetzelfde geldt voor de eigenschap 'stijgen' (S). Beiden worden weergegeven met een hoofdletter. De naam voor het 'aarde' (a) of het object 'zee' (z) heet men een constante. Constanten worden met een kleine letter weergegeven.

Of nog: Nemen we de propositie "alle mensen zijn sterfelijk".

De eigenschap 'sterven' kan hier weergegeven met een predicaatsymbool 'S'. De naam voor het 'object' 'mensen' heet men een constante. Ze wordt met een kleine letter, b.v. 'm' weergegeven.

Willen we bijvoorbeeld in predicaatlogica zeggen dat Plato (p) en Aristoteles (a) sterfelijk (S) zijn, en de liefde (l) en de ziel (z) niet, dan kunnen we dit weergeven als volgt:

$$S(p,a) \wedge \neg S(l, z).$$

Stellen we "alle mensen" voor met de letter 'm', dan zegt de uitdrukking 'S(m)' ons dat de eigenschap 'sterven' op alle mensen (m) van toepassing is. Men ziet dat de zin ontleed wordt in zijn subject en zijn predicaat. Van 'mensen' wordt een predicaat, een eigenschap uit-gezegd, namelijk dat ze sterfelijk zijn. De uitdrukking:

$$S(m) \wedge \neg S(l, z).$$

Betekent dat alle mensen sterfelijk zijn en de liefde (l) en de ziel (z) niet. Willen we verder zeggen dat een niet nader genoemd wezen (x) sterfelijk (S) is, en de liefde (l) niet, dan kan dit met de uitdrukking:

$$S(x) \wedge \neg S(l).$$

Men zegt dat 'x' een variabele is. Zolang niet duidelijk is waar 'x' voor staat, kan de hele uitdrukking noch beaamd, nog weerlegd worden.

Zouden we b.v. 'God' in de plaats van 'x' stellen, dan hebben we niet langer een variabele, wel een constante, en dus ook een geldige propositie. In dit geval is ze onwaar. Van God wordt gezegd dat Hij niet sterfelijk maar eeuwig is. In de logistiek noemt men een uitdrukking die variabelen omvat en dankzij invulling ervan een propositie wordt, een propositionele functie. In de wis- en de natuurkunde noemt men dergelijke functies die enkel wiskundige symbolen bevatten, gewoon 'formules'. Denken we b.v. aan Einsteins beroemde formule $E= mc^2$ of aan de formule $x^2 + y^2 = r^2$, de wiskundige vergelijking van de cirkel.

Naast het feit dat de predicatenlogica de proposities ontleedt en zo aandacht heeft voor hun interne structuur, maakt men ook gebruik van de zogenaamde kwantoren. Zoals het woord 'kwantor' suggereert, geeft men hiermee de kwantiteit aan. Men geeft aan dat de propositie geldt ofwel voor allen ofwel voor sommigen. Men heeft een "universele" kwantor $\forall$, geschreven als een omgekeerde letter 'A' die staat voor 'alle', en een existentiële kwantor $\exists$, geschreven als een gespiegelde letter E, die staat voor sommige. Kwantoren spelen in de pre-dicaatlogica een sleutelrol.

Willen we echter uitdrukkelijk aangeven dat 'x' in de uitdrukking van hierboven:

$$S(x) \wedge \neg S(l)$$

hier staat voor alle mogelijke mensen, dan gebruiken we de kwantor $\forall$.

$$\forall x \ (Sx)$$

Deze uitdrukking betekent dan dat alle mensen sterfelijk zijn. In logische taal: voor elke x geld dat x een sterfelijk mens is. Gebruiken we voor "liefdevol" de letter l, dan betekent de uitdrukking:

$$\exists x \ (Lx)$$

Dat voor sommige mensen geldt dat ze liefdevol zijn.

De predicatenlogica is nog slechts een honderdvijftig jaar oud. Frege en Russell brachten ze bij het begin van de twintigste eeuw tot verdere ontwikkeling. Voorstanders van deze logica stellen dat ze de oudere propositielogica heeft vervangen. E. Lemmon, *Moderne logica*[71], beweert zelfs dat de predicaatlogica zich verhoudt tot het syllogisme als een precisiewerktuig tot een bot mes. Ze heeft een grotere uitdrukkingskracht en verfijnt de propositielogica.

E. Lemmon, *Moderne Logica*[72], meent dat een zekere soepelheid van geest nodig is om zinnen van de gewone taal om te zetten in zinnen van de predicaatlogica. Er zijn geen vaste regels voor en het vereist heel wat oefenen vooraleer men vertrouwd is met het werken met kwantoren. De geformaliseerde taal waarin moet 'vertaald' worden heeft een syntaxis die heel wat verschilt van de natuurlijke talen en is eerder beperkt in haar terminologie.

Tot zover deze uiterst summiere inleiding in de predicaatlogica.

Meerwaardige logica

P. Thiry, *Notions de logique*[73], onderscheidt klassieke en niet-klassieke logica's. De klassieke logica kent slechts twee mogelijkheden: een bewering is ofwel waar, ofwel niet waar. De bewering "Antwerpen ligt aan de kust" is een onware bewering, "Antwerpen ligt in Vlaanderen", is een ware bewering. Er is geen derde mogelijkheid.

De niet-klassieke logica's kennen ook nog andere mogelijkheden dan alleen maar de connotatie 'waar' of 'onwaar'. Zo kent de modale logica de driedeling: iets is noodzakelijk, niet noodzakelijk (of mogelijk), of noodzakelijk niet (niet mogelijk). Een meerwaardige logica kent behalve de modaliteit geldig of ongeldig ook een neutraal oordeel. Een bewering kan b.v. voorlopig nog onbeslist zijn. Van de bewering dat het volgende week woensdag al of niet zal regenen, kan nu nog geen waardeoordeel worden uitgesproken.

Nominalisme

Zoals al gesuggereerd (4.02.4.) is het axioma bij uitstek van de logistiek, vooral in haar ontwikkeling sedert G. Frege, het nominalisme. Op louter symbolen toegepast, kan dit, op levensechte situaties echter niet. Voor de nominalist bestaan er geen objectieve abstracte werkelijkheden; de mens is de maat, de norm van al wat bestaat. In de terminologie der universaliën: het ideële ontstaat na het reële.

- "Als zij werk heeft (A), heeft zij een inkomen (B).

Welnu zij heeft geen inkomen (niet B), dus heeft zij geen werk (niet A)."

Misschien zet zij zich gratis in voor een goed doel, doet zij onbezoldigd haar huishouden of studeert zij nog.

Het bewijs uit het ongerijmde: Ofwel A, ofwel B, maar niet A, dus B.

Bij een bewijs uit het ongerijmde toont er zich geen directe manier om tot een oplossing te komen. Men vertrekt van een overwogen hypothese en gaat streng logisch redenerend na tot wat dit leidt. Als het bereikte resultaat dan in tegenspraak is met de veronderstelling, dan ligt het voor de hand dat die veronderstelling fout is. Het is een vorm van falsificatie. Men weet niet direct wat wel de oplossing is, maar het is duidelijk dat de voorgestelde oplossing niet voldoet. Er is vooruitgang in die zin dan men weet hoe men het niet moet doen: men elimineert de mogelijkheden.

In de gevallen waar het om een dilemma gaat, om slechts twee strijdige lemma's, en waarbij men via een bewijs uit het ongerijmde kan aantonen dan één lemma niet voldoet, kan men tot de geldigheid van het andere lemma besluiten. Ook dat is een indirect bewijs. Indien ofwel A ofwel B van toepassing is, en indien het niet A is, dan is het noodzakelijk B.

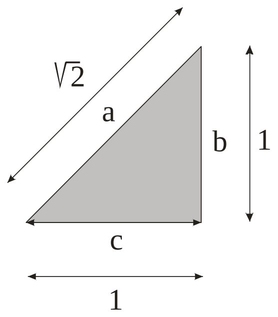
Eén der mooiste voorbeelden van een bewijs uit het ongerijmde wordt toegeschreven aan Hippasus, een leerling van Pythagoras en betreft de vraag of de wortel uit het getal 2 al of niet met een breuk kan worden weergegeven.

Herinneren we eraan dat voor de Grieken de wereld in wezen een harmonisch geheel was. Schoonheid uitte zich voor hen in ideale en toch eenvoudige verhoudingen. Verwijzen we b.v. naar de "gulden snede", waarbij een lijnstuk in twee delen wordt verdeeld, zo dat het grootste deel zich verhoudt tot het kleinste, zoals het hele lijnstuk zich verhoudt tot het grootste deel. Men vindt deze verdeling terug in de opbouw van heel wat klassieke gebouwen en schilderijen. Naast deze gulden snede kent men ook een gulden hoek. Deze verdeelt de cirkel in een hoek van 223° en een hoek van 137°. Iets van die harmonie toont zich b.v. ook in de schikking van de kelk- en kroonblaadjes in een bloem. Zij staan geschikt volgens die gulden hoek. En dat is toch merkwaardig.

Harmonie vonden de Grieken ook in de muziek. Zo geeft een gespannen snaar die aangeslagen wordt, een bepaalde toon. Halveert men de snaar, en heeft men dus de verhouding van 1/2, dan geeft zij bij het aanslaan een klank die net een octaaf hoger ligt. Bij een verhouding van 2/3 bekomt men een kwint, bij 3/4 een kwart, bij 4/5 een grote en bij 5/6 een kleine terts. Geeft de hele snaar b.v. de klank 'do' weer, en slaat men tegelijk drie andere snaren aan die zich tot de eerste snaar verhouden als 4/5 en 3/4 en 1/2, dan krijgt men het akkoord dat men in muziektermen het akkoord van do groot noemt: men hoort tegelijk het welluidend samengaan van de klanken do, mi, sol en de hogere do. In die zin hadden harmonische verhoudingen voor de Grieken iets magisch. Die harmonie toont zich hier in breukgetallen. Het lag dus voor de hand dat men de wortel uit het getal 2, ook met een harmonische breuk zou kunnen weergeven.

De vraag die de oude Grieken zich dus stelden, was of de vierkantswortel uit 2 ($\sqrt{2}$), een rationaal getal is, d.w.z. of het met een breuk kan worden weergegeven. Rationale getallen zijn naast de breuken hierboven weergegeven, ook breuken als 12/13 of 23/24. Een niet rationaal getal is b.v. de wiskundige constante□□□□de verhouding van de middellijn van een cirkel tot haar omtrek. Afgerond bedraagt de waarde ervan ongeveer 3,1415… Op 14 maart 2015 werd over de gehele wereld een □-dag gehouden. De Amerikaanse schrijfwijze voor die dag, waarbij de maand voor de dag komt, is 3/14/15. En dat zijn juist de begincijfers van dit getal. In 2010 waren van □ via computerprogramma's reeds meer dan 10 biljoen cijfers gekend.

Keren we terug naar de Grieken en het hun zoektocht naar de wortel uit het getal 2. Het hele bewijst vertrekt van de hypothese dat $\sqrt{2}$ met een breuk kan worden weergegeven. Men neemt het dus aan en redeneert voort, tot men op ongerijmdheden stoot. Wat dan de onjuistheid van de hypothese aantoont. Geven we hieronder de wiskundige behandeling die dateert van de Oude Grieken.



Stellen we ons dus een rechthoekige driehoek voor waarvan de beide rechthoekszijden één lengte-eenheid lang zijn. Met de stelling van Pythagoras is het kwadraat van de schuine zijde gelijk aan de som der kwadraten van de rechthoekszijden, of

$a^2 = b^2 + c^2$.

Vullen we de waarde 1 in voor de rechthoekszijde. We krijgen

$a^2 = 1^2 + 1^2$, of

$a = \sqrt{2}$.

De oude Grieken vroegen zich dus of dit getal, $\sqrt{2}$, in een breuk kon worden weergegeven. Veronderstellen we dat deze breuk bestaat. Elke breuk kan worden vereenvoudigd tot de beide termen niet verder deelbaar zijn. Noemen we de teller van de breuk 't', de noemer 'n'. De breuk wordt dan t/n. We krijgen:

$\sqrt{2} = t/n$.

We kwadrateren de beide leden van de vergelijking:

$2 = t^2/n^2$

We vermenigvuldigen de beide leden met n^2:
$2n^2 = t^2$

Hieruit blijkt dat t^2 een even getal is want het is gelijk aan $2n^2$. Het is inderdaad niet mogelijk een oneven getal te kwadrateren en een even getal te bekomen. Kwadraten van oneven getallen blijven oneven. Is t^2 even, dan moet ook t even zijn. Maar dan kunnen we t gelijk stellen aan b.v. 2 keer het getal d:
$t = 2d$.

Vervangen we t in de vergelijking door 2d:

$2n^2 = (2d)^2$
$2n^2 = 4d^2$

Delen we beide leden door 2:
$n^2 = 2d^2$

Hieruit blijkt dat n ook even moet zijn. Maar dan zijn zowel t als n even en is de breuk t/n wel deelbaar door 2. Dat strook echter niet met wat we bij de aanvang veronderstelden: de breuk t/n was niet verder te vereenvoudigen.

M.a.w. als we vertrekken van de hypothese dat t en n niet deelbaar zijn door 2, dan komen tot de conclusie dat t en n wel deelbaar zijn door 2. We zien dat onze veronderstelling contradictorisch, ongerijmd is. Hieruit blijkt dat onze hypothese dat $\sqrt{2}$ met de breuk t/n kan weergegeven worden, onjuist is.

Men herkent de reductieve structuur: indien $\sqrt{2}$ een rationaal getal is, dan is het met een breuk weer te geven. Welnu, het is niet met een breuk weer te geven, dus is $\sqrt{2}$ geen rationaal getal. Samengevat: “Indien A, dan B. Welnu, niet B, dus niet A.” Tot zover dit klassieke voorbeeld van een bewijs uit het ongerijmde.

De geschiedenis vertelt ons dat de pythagoreeërs, zo gesteld op de harmonie, niet alleen in de wiskunde, maar in de gehele kosmos, bijzonder geschokt waren toen ze ontdekten dat er ook niet-rationale getallen bestaan.

Personenregister

Verwijzingen hoofdstuk 4

[1] Van Dale Groot woordenboek der Nederlandse taal, Utrecht / Antwerpen, 1984-11, dl. 3.
[2] Lahr Ch., Cours de philosophie, l (Psychologie. Logique), Paris, 1933-27,491/ 496 (L'idée et le terme).
[3] Jevons W. St., Logica, Utrecht / Antwerpen, 1966, 96/102 (De denkwetten).
[4] Van Dale, Groot woordenboek der Nederlandse taal, Utrecht / Antwerpen. 1984-11, dl. 1.
[5] Kohnstamm Ph., Keur uit het didactische werk, Groningen, Djakarta, 1952-2
[6] Lahr Ch., Cours de philosophie, Logique, Paris, 1933-27, 591.
[7] Van Dale, Groot woordenboek der Nederlandse taal, Utrecht, Antwerpen, 1989.
[8] Bochenski I.M., Wijsgerige methoden in de moderne wetenschap, Utr./Antw., 1961, 145v..
[9] W.C. Salmon, Logic, Englewood Cliffs (N.-J.), 1970, 30.
[10] Brisson L., / Pradeau J.-F., Platon, in :J.-P. Zarader, coörd., Le vocabulaire des philosophes, I (De l'Antiquité à la Renaissance), Paris, 2002, 75/77 (Dialectique).
[11] Goldschmidt V., Les dialogues de Platon, PUF, 1947, 3.
[12] Beth E.W., De wijsbegeerte der wiskunde van Parmenides tot Bolzano, Antwerpen, Nijmegen, 1944, 78/86.
[13] Bridgman P.W., The Logic of modern Physics, New York, 1927-1; 1960-2.
[14] Bolland, Hrsg., Hegel’s kleine Logik, Leiden, 1899, 234-238.
[15] Royce J., Principles of Logic, Philosophical Library, New York, 1912, 15.
[16] Rivière J. M., A l’ombre des monastères Thibétains, Paris, Attinger, 1930, 177.
[17] Royce J., Principles of Logic, Philosophical Library, New York, 1912, 13.
[18] Van den Bergh van Eysingha G. Hegel, Kruseman, Den Haag, s.d., 60
[19] Bolland, Hrsg., Hegel’s kleine Logik, Leiden, 1899, 234-238.
[20] Willmann O., Die wichigsten philosophischen Fachausdrücke in historischer Anordnung, Kempten / München, 1909, 68.
[21] De Cauter L., Postmodernisme, Academische Tijdingen / Alumni Leuven 22 (1988): 13/14 (22.04.1988), 38
[22] Schebesta P., Oorsprong van de godsdienst, Tielt, Lannoo, 1962, 54, 143.
[23] Eliade M,. La poursuite de l’absolu, L’express, 1 septembre 1979, 66.
[24] Ricoeur P., Finitide et culpabilité, II, La symbolique du mal, Aubier, Paris, 1960, 12.
[25] Soloviev V., La justification du bien, Paris, 1939, 190.
[26] De Bijbel, Genesis 1; 26
[27] Van Zandt R., The metaphysical foundations of American history, ‘s-Gravenhage, 1959, 125.
[28] Dewey J., Human Nature and Conduct (An Introduction to Social Psychology), New York, 1922,
[29] Russell B., Geschiedenis van de Westerse filosofie, Katwijk, Servire, 1981.
[30] Gaardner J., De wereld van Sofie, Antwerpen, Hautekiet, 1994.
[31] Jevons, Logica, 58-66. Lalande A., Vocabulaire technique et critique de la philosophie, PUF, 1978-10, 743s., (Particulier). Foulquié P. / Saint-Jean R., Dict. de la langue philosophique, PUF, 1969-2,500 (Opposition), 515s.
[32] Lemmon E., Moderne Logica, Prisma compendia, Utrecht / Antwerpen, 1968, 113.
[33] Willmann O., Abriss der philosophie, Herder, Wien, 1959, 73f.
[34] Van Dale, groot woordenboek der Nederlandse taal, III, Utrecht, Antwerpen, 1989.
[35] Bochenski I.M., Wijsgerige methoden in de moderne wetenschap, Utrecht / Antwerpen, 1961, 140/143 (De voorwaarden en haar soorten).
[36] Lahr Ch., Logique, 587
[37] Bochenski I.M., Wijsgerige methoden in de moderne wetenschap, Utrecht / Antwerpen, 1961, 74vv. (Semantische zin en verifieerbaarheid).
[38] Lahr Ch., Cours, 226s. (Le jugement et la comparaison).
[39] Lahr Ch., Cours, 677/682 (Divers états de I’ esprit en présence du vrai).
[40] Royce J., Principles of Logic (1912-1), New York, 1961,72/73.
[41] Bochenski I.M., Studies in logic and the foundation of mathematics, Ancient formal logic, North-Holland publishing company, Amsterdam, 1951, preface.
[42] Bochenski I.M. Wijsgerige methoden in de moderne wetenschap, Utrecht, Antwerpen, 1961, 96 (De axiomatische methode).
[43] Foulquié P., / Saint-Jean R., Dict. de la langue philosophique, Paris, 1969-2,215 (Enthymème),
[44] Jacoby G., Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtschreibung, Stuttgart, 1962,53/55 (Relationslogik).
[45] Bochenski I.M., Wijsgerige methoden in de Moderne wetenschap, 93/95 (twee grondvormen van de conclusie).

[46] Peirce Ch., Deduction, Induction and Hypothesis, in: Popular Science Monthly 13 (1878), 462/470.
[47] Hegel G., Grundlinien der Philosophie des rechts oder Naturrecht und Staatslehre, voorrede.
[48] Vernant J., Mythe et pensée chez les Grecs, II, Paris, 1971, 55.
[49] Ricoeur P., Le conflit des interprétations, Paris, 1969, pp. 169ss.
[50] De Vleeschauwer H.J., René Descartes (Levensweg en wereldbeschouwing), Antwerpen / Brussel / Nijmegen / Utrecht, 1937, blz. 44/60.
[51] Fischl Joh., Materialismus and Positivismus der Gegenwart (Ein Beitrag zur Aussprache über die Weltanschauung des modernen Menschen), Graz / Wien / Altötting, 1953, 4.
[52] Max-Planck-Gesellschaft, Forschungsberichte und Meldungen PRI 17 / 28 van 11.08.1978, München, 1978.
[53] H.J. Schoeps, Over de mens (Beschouwingen van de Moderne filosofen), Utrecht/Antwerpen, 1960, 123vv.
[54] De Talmoed, Sanhedrin 97a.
[55] Brunner A., Geschichtlichkeit, Bern / München, 1961.
[56] Einstein A, Relativiteit, speciale en algemene theorie, aula, Het spectrum, Utrecht/ Antwerpen, 1978, 108.
[57] Bertholet A., Die Religion des Alten testaments, Tübingen, Mohr, 1932, 7.
[58] Lévy-Bruhl L., Le surnaturel et la nature dans la mentalité primitive, Paris, Alcan, 1931.
[59] Frege G., Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens, Halle, 1879.
[60] Beth E., Geschiedenis der logica, Servire, Den haag, 1944, 77.
[61] http://nl.wikipedia.org/wiki/Verzamelingenleer#De_catalogusparadox, 2013.
[62] J.P. Van Bendegem, in een bespreking van D.Vernant, Introduction à la philosophie de la logique, Bruxelles 1986, (in De Uil van Minerva).
[63] Bochenski I.M., Wijsgerige methoden in de moderne wetenschap, Utr./Antw., 1961, 5.
[64] Bochenski I.M., Wijsgerige methoden in de moderne wetenschap, Utr./ Antw., 1961, 55v. (Eidetische en operatieve zin),
[65] Jacoby G., Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik and ihre Geschichtschreibung, Stuttgart, 1962, 9.
[66] Tarski A., Introduction à la logique, Paris, 1971-3, 100.
[67] Hampel H.J., Variabilität und Disziplinierung des Denkens, München / Basel, 1967,
[68] Van Praag H., Denken als spel, Meulenhoff, Baarn, 1977, 71-72.
[69] Van Ditmarsch H.R, Wiskunde in wonderland, Natuur en techniek 66 (1998): 1 (jan.), 70.
[70] Jacoby G., Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtschreibung, Stuttgart, 1962, 53.
[71] Lemmon E., Moderne logica, Prisma compendia, Utrecht / Antwerpen, 1968, 189
[72] Lemmon E., Moderne Logica, Prisma compendia, Utrecht / Antwerpen, 1968, 119.
[73] Thiry Phil., Notions de logique, Bruxelles, 1998-3.