



Kubens fødselsdag

Beskrivelse

Hvor mange små kuber i den store kube har maling på nul, en, to, tre, fire, fem eller seks sider, hvis den bliver dypet i en stor spand med rød maling?



I denne aktivitet får eleverne mulighed for at undre sig over forskellen på de enkelte små kuber i den store kube og begrunde disse forskelle ud fra generelle antagelser.

Eleverne skal undersøge, hvor mange små kuber der er farvet på nul, en, to, tre, fire, fem eller seks sider i en $3 \cdot 3 \cdot 3$ kube, hvis hele kubens bliver dypet i rød maling.

Klassetrin

5.-9. klasse

Undersøgende arbejdsmåde der er fokus på i aktiviteten og uddybning af hvordan eleverne kan arbejde.

At stille undrende matematiske spørgsmål

At anvende forskellige typer af undersøgende strategier

[At anvende ræsonnementer og begrunde matematisk](#)

At samle op og kommunikere resultater

Eleverne kan arbejde med ræsonnementer ved at argumentere for, hvor mange små kuber der har maling på nul, en, to, tre, fire, fem eller seks sider. Eleverne vil måske opdage, at der ikke er nogen små kuber, der har maling på fire, fem eller seks sider og skal kunne argumentere for det. Det er vigtigt, at eleverne begrunder deres svar. En begrundelse for, at der er 12 små kuber, der har maling på 2 sider, kan være "Det er kun kuberne på midten af kanterne, der kan have maling på 2 sider, da de har 4 "nabokuber". Altså 4 kuber der støder op til den og 2 frie sider. Der er 12 kanter på en kube og på en $3 \cdot 3 \cdot 3$ kube er der kun en lille kube mellem de to hjørnekuber, derfor er der 12 kuber med maling på 2 sider"

I elevernes begrundelser kan anvendes hverdagsprog, og der kan samtidig være fokus på, at eleverne anvender korrekte matematiske begreber som kanter og flader.

Andre elementer der er i fokus

Eleverne vil også have brug for at [stille matematiske spørgsmål](#), som:

- hvor mange $1 \cdot 1 \cdot 1$ kuber, kaldet små kuber, er der i hele kubens?
- hvor mange flader har en kube?
- hvor mange kanter har en kube?

fx andre undersøgende arbejdsmåder, matematiske kompetencer og stofområder.

Eleverne vil også have gavn af at arbejde med [undersøgende strategier](#), som f.eks. at *arbejde systematisk* i forhold til at få alle kuberne talt med, og få dem fordelt efter om de har nul, en, to, tre, fire, fem eller seks sider med maling.

Det kan hjælpe at *skitsere* kubens og på den måde skabe et overblik. Eller anvende *hjælpemidler*, som centicubes, Rubik's terning eller lign.

Aktiviteten kan udvides, så eleverne får mulighed for at *generalisere* gennem algebraiske udtryk ved arbejdet med en $n \cdot n \cdot n$ kube.

Iscenesættelse

Sådan kan du starte din aktivitet op.

Forslag til iscenesættelse, som kan justeres i forhold til den enkelte klasse og skole.

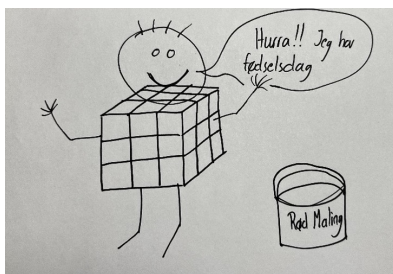
Historie til eleverne:

"Jeg (eller en anden person) har jo snart fødselsdag og glæder mig rigtig meget. Jeg elsker at have fødselsdag. Denne Kube (vise en med $2 \cdot 2 \cdot 2$ kuber) har også snart fødselsdag og vokser derfor til en $3 \cdot 3 \cdot 3$ kube. (vise en med $3 \cdot 3 \cdot 3$ kuber)

Det sker hvert år for denne magiske Kube, at den vokser med en kube i hver af de tre retninger, dvs. om et år vokser den til en $4 \cdot 4 \cdot 4$ kube.

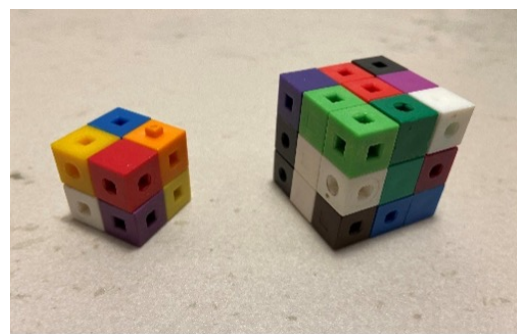
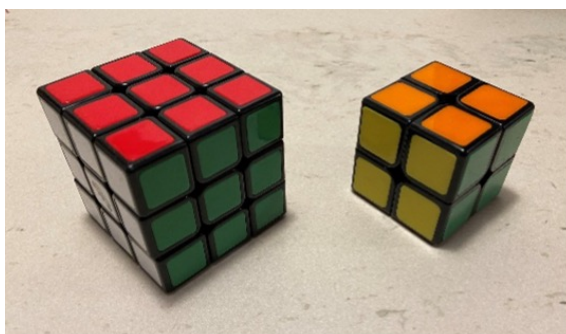
Godt vi mennesker ikke vokser på samme måde, hver gang vi har fødselsdag. (kan evt. udelades, hvis ikke modtageren forstår humoren)

Når Kuben har fødselsdag, bliver den malet på overfladen for at være fin til fødselsdagsfesten. Den males på selve dagen, hvor den lige er vokset til en ny størrelse. Det er en ny farve kuben bliver malet med til hver fødselsdag. I skal nu undersøge, hvor mange af de små kuber der har en, to, tre, fire, fem eller seks farvede flader efter den er blevet malet?"



Evt. rekvisitter til iscenesættelsen:

Rubiks terninger eller kuber i centicubes.



Aktiviteten

Hvad eleverne skal foretage sig.

Spørgsmål eleverne kan blive stillet undervejs og mulige udvidelser af aktiviteten.

Eleverne går ud i grupper og skal her prøve at finde ud af hvor mange af de 27 små kuber i en $3 \cdot 3 \cdot 3$ kube, der har maling på:

- 0 flader
- 1 flade
- 2 flader
- 3 flader
- 4 flader
- 5 flader
- 6 flader

Inden opsamlingen kan grupperne blive sat sammen to og to og forklare deres løsningsforslag, hvor der lægges vægt på at begrunde.



Hjælpe spørgsmål til grupper der har brug for det:

- Hvor mange små kuber er der i alt?
- Hvor mange flader har en kube?
- Er der noget særligt ved de kuber, der sieder i hjørnerne?
- Er der nogle kuber, vi ikke kan se?
- I kan bygge kuben i centicubes og sætte et lille stykke fra en post-it seddel på ydersiden, som kan illustrere den røde maling. Herefter kan I skille jeres kube ad og se hvor mange sider hver af de små kuber, der er "maling" på.

Spørgsmål som udvider aktiviteten og som skaber yderligere undersøgelse:

- Hvad hvis det er $4 \cdot 4 \cdot 4$ kube?
- Hvad hvis det er $5 \cdot 5 \cdot 5$ kube?
- Hvordan udvikler antallet af farvede flader sig, når kuben gøres større?
- Hvad hvis det er $n \cdot n \cdot n$ kube?

En mere simpel udgave af aktiviteten kunne være:

I kan bygge en klods, hvor der ikke er centicubes, der er gemt inde i figuren. I kan f.eks. bygge en $2 \cdot 2 \cdot 3$ og fortælle, at den bliver malet uden på. Herefter skal eleverne som ovenfor finde ud af, hvor mange centicubes der er malet på en, to, tre, fire, fem eller seks sider?

I kan også bygge en $2 \cdot 2 \cdot 4$ en $2 \cdot 2 \cdot 5$ osv. og undersøge antallet af farvede centicubes, efter denne klods er blevet "farvet".

Opsamling

Fokus med aktiviteten var at arbejde med arbejdsmåden at ræsonnere og begrunde, og derfor skal hovedfokus i opsamlingen handle om at ræsonnere og begrunde.

Forslag til spørgsmål fælles i klassen:

Vil I forklare, hvordan I begrundede jeres antal af farvede flader på kuben, der fyldte tre år og dermed blev en $3 \cdot 3 \cdot 3$ kube.

Hvordan fandt I frem til jeres svar?

Var der undersøgende strategier, som at arbejde systematisk, at illustrere eller at anvende hjælpemidler, der hjalp i processen?

Hvis klassen har arbejdet med at generalisere:

Vil I forklare og begrunde jeres generelle regneudtryk for antallet af små kuber i en kube, der har maling på nul, en, to eller tre sider.

Løsningsforslag

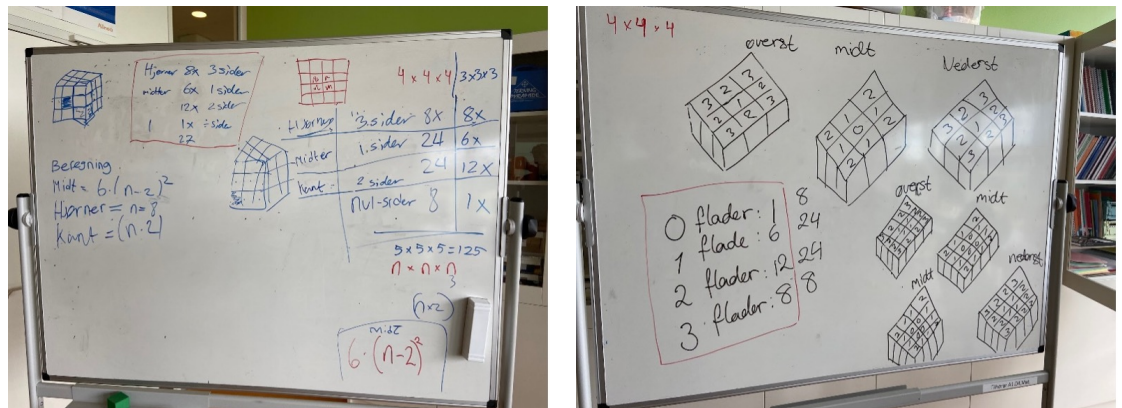
Forslag til en løsning til en $3 \cdot 3 \cdot 3$ kube:

kuber med 0 flader med maling:	1	(den kube der er i midten)
kuber med 1 flade med maling:	6	(en kube i midten på hver side)
kuber med 2 flader med maling:	12	(en kube på midten af de 12 kanter)
kuber med 3 flader med maling:	8	(en kube i hver af de 8 hjørner)
kuber med 4 flader med maling:	0	
antal kuber i alt:	27	(hvis summen af ovenstående giver $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ passer antallet)

Løsningsforslag til en $n \cdot n \cdot n$ kube:

	$3 \cdot 3 \cdot 3$	$4 \cdot 4 \cdot 4$	$5 \cdot 5 \cdot 5$	$n \cdot n \cdot n$ for $n > 1$
0 flader	1	8	27	$(n - 2)^3$
1 flade	6	24	54	$6 \cdot (n - 2)^2$
2 flader	12	24	36	$12 \cdot (n - 2)$
3 flader	8	8	8	8 (der er altid 8 hjørner i en kube)
4 flader	0	0	0	0
Kuber i alt	27	64	125	$n \cdot n \cdot n$

Elevens løsningsforslag



Inspireret af

Mikael Skånstrøm har lavet et arbejdsark med Cubens fødselsdag

<http://www.mikaelskaanstroem.dk/undervisningsoplaeg.htm>