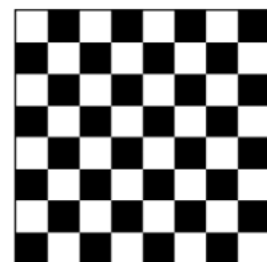




Hvor mange kvadrater?

Beskrivelse

Et skakbræt er et stort kvadrat, som består af 8×8 små felter, der i sig selv også er kvadrater. Hvor mange kvadrater er der i alt at finde på et skakbræt?



Eleverne skal i denne aktivitet finde så mange kvadrater, de kan, på et skakbræt. Størrelsen af kvadraterne betyder ikke noget, så længe alle siderne på kvadraterne følger de linjer, der i forvejen er på skakbrættet. Eller sagt på en anden måde, så skal alle kvadraterne bestå af de små felter. På nedenstående skakbræt er der fundet fem lovlige kvadrater. Kvadraterne må gerne lappe over hinanden.



Når eleverne mener at have fundet alle kvadraterne på skakbrættet, kan de forsøge at overføre deres fremgangsmåde til et bræt med et andet antal felter.

Klassetrin

4.-9. klasse

Undersøgende
arbejds måde der er fokus
på i aktiviteten.

Samt beskrivelse af
hvordan.

At stille undrende matematiske spørgsmål

[At anvende forskellige typer af undersøgende strategier](#)

At anvende ræsonnementer og begrunde matematisk

At samle op og kommunikere resultater

I denne aktivitet kan eleverne anvende forskellige typer af undersøgende strategier. Særligt anvendelige er måske disse;

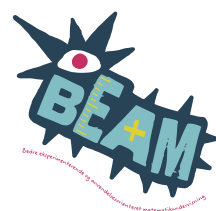
arbejde systematisk – hvis eleverne ikke arbejder systematisk, vil de hurtigt miste overblikket over, hvilke kvadrater de allerede har talt. En tilgang kunne være at tælle en størrelse kvadrater ad gangen. En anden tilgang kunne være for hvert felt at tælle, hvor mange kvadrater der kan have dette felt som øverste venstre felt.

gør opgaven simple – det kan være nemmere at overskue et reduceret skakbræt, altså et bræt med færre felter.

se efter mønstre – denne strategi hænger her tæt sammen med det at være systematisk. Det kan være svært at opdage mønstre uden en vis form for systematisk tilgang. Eksempel på et mønster – der er altid præcis fire kvadrater, der er et felt mindre end selve brættet.

brug hjælpemidler – et sømbræt eller vil kunne hjælpe med at holde overblik og visualisere problemstillingen. det samme vil kopiark, som eleverne kan klippe i og tegne på.

Eleverne kan fint opfordres til at benytte nogle af de nævnte strategier, men de skal i udgangspunktet ikke instrueres i, hvordan strategien anvendes. Det er vigtigt, at eleverne selv er med til at aktivere strategierne, fx selv opdage måder at arbejde systematisk.



Andre elementer der er i fokus

fx andre undersøgende arbejdsmåder, matematiske kompetencer og stofområder.

Aktiviteten her kan betegnes som en Low Floor High Ceiling aktivitet, hvilket vil sige, at alle kan komme i gang, og der er lag nok i opgaven til, at alle kan blive udfordret. [Læs mere om LHC-aktiviteter her.](#)

Alle kan finde og tælle kvadrater på skakbrættet, men der vil måske være elever, som vil have glæde af at arbejde på et bræt med færre felter i forhold til at finde en systematisk tilgang.

Elever, der har brug for ekstra udfordring, kan arbejde med at se mønstre på tværs af forskellige størrelser af brætter – og der kan indføres "skæve" kvadrater (se de foreslåede spørgsmål længere nede i afsnittet Aktivitet).

Iscenesættelse

Sådan kan du starte din aktivitet op.

Forslag til iscenesættelse, som kan justeres i forhold til den enkelte klasse og skole.

Historie til eleverne.

Du kan medbringe et skakbræt og fortælle en historie som en af disse to:

Min onkel sagde, at der er langt over 100 kvadrater på et skakbræt. Kan det nu også være rigtigt, for jeg kan kun se 64?

Jeg sad og kedede mig i går, så jeg begyndte at tælle kvadrater på et skakbræt, men jeg ved ikke, om jeg fandt dem alle sammen. Hvor mange kan I finde?

Det kan også være at du får lyst til at flette en anekdote om det norske skakgeni Magnus Carlsen ind i din historie.

Aktiviteten

Hvad eleverne skal foretage sig.

Spørgsmål eleverne kan blive stillet undervejs og mulige udvidelser af aktiviteten.

Aktiviteten er oplagt at løse i små grupper, hvor eleverne både kan støtte og udfordre hinanden i arbejdet med forskellige undersøgende strategier.

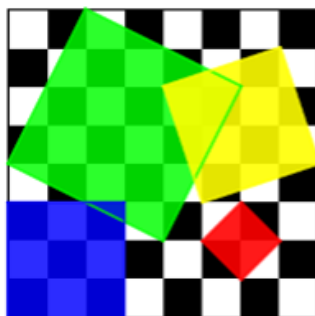
Afhængigt af klassetrin kan fokus i aktiviteten gå fra fokus på et enkelt skakbræt til sammenhænge mellem flere forskellige størrelser, og derfra videre til en generalisering, og måske endda videre i 3D med antal kuber i "skakterninger".

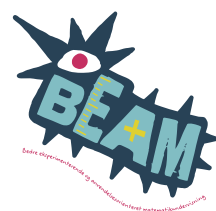
Hjælpe spørgsmål til grupper, der har brug for det:

- Start med et mindre bræt, fx 3×3 eller 4×4
- Hvordan kan I gå systematisk til værks?
- Hvordan holder I styr på jeres resultater?
- Hvordan ved I, at I har fundet alle kvadraterne?
- Prøv at tælle en størrelse kvadrater ad gangen
- Kan I finde et mønster eller et system?

Spørgsmål som udvider aktiviteten, og som skaber yderligere undersøgelse:

- Hvor mange kvadrater er der på andre størrelser "skakbræt"?
- Hvad er jeres gæt på antallet af kvadrater på det bræt, der er en række og søjle større?
- Hvor mange kvadrater er der på et $n \times n$ skakbræt? (generalisering – kræver algebra)
- Hvad nu hvis I tæller kuber i en "skakterning" i stedet for kvadrater på et skakbræt?
- Kan I finde en generel formel, der kan bruges til at beregne antallet af kvadrater? (se formelen længere nede)
- Er der flere kvadrater, hvis siderne ikke skal følge linjerne på brættet? (hjørnerne skal sidde i de samme punkter som før – se et par eksempler her)





Opsamling

Hvordan kan aktiviteten afrundes og hvad er vigtigt at tale om samlet på klassen.

Fokus i denne aktivitet er elevernes arbejdsprocesser, deres måder at systematisere på og hvilke strategier de benytter i deres arbejde.

Forslag til spørgsmål fælles i klassen:

- Hvordan fandt I ud af, hvor mange 4×4 -kvadrater der er på skakbrættet? Kunne den samme metode bruges til andre størrelser af kvadrater?
- Var der nogen, der brugte et sømbræt eller en anden måde at vise kvadraterne på?
- Undervejs, hvordan holdt I styr på resultaterne af jeres arbejde?
- Hvordan ved I, at I har fundet alle kvadraterne?
- Hvilke systematikker brugte I?
- Er der nogen, der kan forklare nogle mønstre, de har opdaget?

Eksempel på hvordan et svar kan tænkes og systematiseres.

Samt eksempel på elevarbejde med aktiviteten.

Nedenfor er nævnt to forskellige systematikker (udgangspunkt i et 8×8 -bræt)

Tæller en størrelse kvadrater af gangen:

Der er $1 \cdot 1$ kvadrat på 8×8 , for det har kun en mulig position.

Der er $2 \cdot 2$ kvadrater på 7×7 , for det har to mulige positioner både horisontalt og vertikalt.

Der er $3 \cdot 3$ kvadrater på 6×6 , for det har tre mulige positioner både horisontalt og vertikalt.

Og så videre ... til sidst

Der er $8 \cdot 8$ kvadrater på 1×1 , for det har otte mulige positioner både horisontalt og vertikalt.

Alt i alt har skakbrættet $8 \cdot 8 + 7 \cdot 7 + 6 \cdot 6 + 5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1$, altså 204 kvadrater.

Tæller for hvert felt, antallet af kvadrater, som netop det felt kan være det øverste venstre felt i:

I praksis kan antallet findes ved at tælle feltet samt antallet af felter, der ligger diagonalt ned mod højre. I figuren nedenfor er de fire kvadrater, der har felt C5 i øverste venstre hjørne vist med blå.

(bemærk, at nummereringen brugt her er "arvet" fra regneark og stemmer ikke overens med den algebraiske notation, der er standard inden for skak, se fx [https://da.wikipedia.org/wiki/Algebraisk_notation_\(skak\)](https://da.wikipedia.org/wiki/Algebraisk_notation_(skak)))

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	8	7	6	5	4	3	2	1
2	7	7	6	5	4	3	2	1
3	6	6	6	5	4	3	2	1
4	5	5	5	5	4	3	2	1
5	4	4	4	4	4	3	2	1
6	3	3	3	3	3	3	2	1
7	2	2	2	2	2	2	2	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1
9					sum			204

Nedenfor er vist en oversigt over antal kvadrater på forskellige størrelser af brætter.

Nederst står en generalisering blandt andet med en direkte formel, der kan fortælle antallet af kvadrater på et $n \times n$ -bræt.

Størrelse	#felter	#kvadrater	
1	1	1	1
2	4	5	$1+4$
3	9	14	$1+4+9$
4	16	30	$1+4+9+16$
5	25	55	$1+4+9+16+25$
6	36	91	$1+4+9+16+25+36$
7	49	140	$1+4+9+16+25+36+49$
8	64	204	$1+4+9+16+25+36+49+64$
...
n	n^2	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$1+4+\dots+(n-1)^2+n^2$

Hentet fra siden beammatt.dk.
Link og yderligere information kan findes her.



En visualisering af hvordan den direkte formel fremkommer kan ses her: <https://www.youtube.com/watch?v=aXbT37IlyZQ>

Inspireret af

Her er hentet inspiration hos Square Counting fra Math for Love <https://mathforlove.com/lesson/square-counting/>.
Det er en klassisk aktivitet, som findes i flere varianter, fx hos Jo Boaler i bogen The Elephant in the Classroom og Peter Liljedahl her: <https://www.peterliljedahl.com/teachers/good-problem>