Facebook @Wiskunne
www.wiskunne.be
admin@wiskunne.be

Verbetering toets ongelijkheden van de tweede graad:

Los op naar x:

1. $\boldsymbol{x^2 - 5x + 6 \leq 0}$

We maken van deze ongelijkheid een gelijkheid. Vervolgens maken we een tekenschema en zo vinden we de oplossing.

Dus: $x^2 - 5x + 6 = 0$

We kunnen dit oplossen via som en product methode. Maar in deze verbetering gaan we werken met de discriminant.

D = $b^2 - 4ac = 25 - 4.6 = 1$

$x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

$x_1 = \dfrac{5 + 1}{2}, x_2 = \dfrac{5 - 1}{2}$

$x_1 = 3, x_2 = 2$

$(x - 3).(x - 2) = 0$

Er zijn verschillende manieren om een tekenschema op te stellen. We beginnen sowieso met het invullen van de nulpunten

x		2		3	
y		0		0	

De volgende stap is het invullen van de tekens. Dit kan door het teken van a(=1). Dat wil zeggen dat helemaal rechts positief is en het wisselt van teken wanneer we een nulpunt tegenkomen. Dus wordt het:

x		2		3	
y	+	0	-	0	+

Een andere methode is een getal groter dan 3 invullen, bijvoorbeeld 4. Wanneer we 4 invullen (x vervangen door 4) in volgende vergelijking $(x - 3).(x - 2)$. Dan krijg je $(4 - 3).(4 - 2) = 1.2 = 2$. Dit is een positief getal dus is het teken positief. Hetzelfde kan je doen voor een getal tussen 2 en 3 en een getal kleiner dan 2.

Nu willen we nog de oplossing bepalen. Het moet ≤ 0 dus van [2,3] want 2 is nul, ertussen is negatief en 3 is nul. De oplossing is dus [2,3].

2. $\boldsymbol{x^2 - 10x > 0}$

We maken van deze ongelijkheid een gelijkheid. Vervolgens maken we een tekenschema en zo vinden we de oplossing.

Dus: $x^2 - 10x = 0$

Dit gaan we niet oplossen via som en product of discriminant (Het kan wel via deze methode). Wij verkiezen om dit via ontbinden in factoren te doen.

$x.(x - 10) = 0$

$x = 0 \;\; \text{v} \;\; x = 10$

Er zijn verschillende manieren om een tekenschema op te stellen. We beginnen sowieso met het invullen van de nulpunten

x		0		10	
y		0		0	

De volgende stap is het invullen van de tekens. Dit kan door het teken van a(=1). Dat wil zeggen dat helemaal rechts positief is en het wisselt van teken wanneer we een nulpunt tegenkomen. Dus wordt het:

x		0		10	
y	+	0	-	0	+

Een andere methode is een getal groter dan 10 invullen, bijvoorbeeld 20. Wanneer we 20 invullen (x vervangen door 20) in volgende vergelijking $x.(x - 10)$. Dan krijg je $20.(20 - 10) = 20.10 = 200$. Dit is een positief getal dus is het teken positief. Hetzelfde kan je doen voor een getal tussen 0 en 10 en een getal kleiner dan 0.

Nu willen we nog de oplossing bepalen. Het moet > 0 dus van $]-\infty,0[$ want voor 0 is het positief en dan na 10 dus $]10,+\infty[$. Waarom horen 10 en 0 er niet bij? Omdat deze nul zijn en het moet > 0 zijn. Dus de oplossing is $]-\infty,0[\text{ U }]10,+\infty[$.

3. $\boldsymbol{x^2 - 2x - 1 \geq -2}$

We maken van deze ongelijkheid een gelijkheid. Vervolgens maken we een tekenschema en zo vinden we de oplossing.

Dus: $x^2 - 2x - 1 = -2$ of $x^2 - 2x + 1 = 0$

Dit gaan we niet oplossen via som en product of discriminant (Het kan wel via deze methode). Wij verkiezen om dit via ontbinden in factoren te doen.

$(x-1)^2 = 0$

$x = 1$

Er zijn verschillende manieren om een tekenschema op te stellen. We beginnen sowieso met het invullen van de nulpunten

x		1	
y		0	

De volgende stap is het invullen van de tekens. Dit kan door het teken van a(=1). Dat wil zeggen dat helemaal rechts positief is. Let goed op, in deze oefening wisselt het niet van teken. Dit komt omdat het nulpunt twee keer voorkomt (multipliciteit = 2).

x		1	
y	+	0	+

Een andere methode is een getal groter dan 1 invullen, bijvoorbeeld 2. Wanneer we 2 invullen (x vervangen door 2) in volgende vergelijking $(x-1)^2$. Dan krijg je $(2-1)^2 = 1$. Dit is een positief getal dus is het teken positief. Hetzelfde kan je doen voor een getal kleiner dan 1. Neem bv 0, dan heb je $(0-1)^2 = 1$

Nu willen we nog de oplossing bepalen. Het moet ≥ 0 (We hebben de -2 overgebracht naar de andere kant). Dus de oplossingsverzameling is gelijk aan $\mathbb{R}$.

4. $\boldsymbol{x^2 + 4x - 5 \leq 0}$

We maken van deze ongelijkheid een gelijkheid. Vervolgens maken we een tekenschema en zo vinden we de oplossing.

Dus: $x^2 + 4x - 5 = 0$

We kunnen dit oplossen via som en product methode. Maar in deze verbetering gaan we werken met de discriminant.

D = $\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac} = 16 - 4.1.(-5) = 36$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-4 + 6}{2}, x_2 = \frac{-4 - 6}{2}$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$

$$(x - 1).(x + 5) = 0$$

Er zijn verschillende manieren om een tekenschema op te stellen. We beginnen sowieso met het invullen van de nulpunten

x		-5		1	
y		0		0	

De volgende stap is het invullen van de tekens. Dit kan door het teken van a(=1). Dat wil zeggen dat helemaal rechts positief is en het wisselt van teken wanneer we een nulpunt tegenkomen. Dus wordt het:

x		-5		1	
y	+	0	-	0	+

Een andere methode is een getal groter dan 1 invullen, bijvoorbeeld 2. Wanneer we 2 invullen (x vervangen door 2) in volgende vergelijking $(x - 1).(x + 5)$. Dan krijg je $(2 - 1).(2 + 5) = 1.7 = 7$. Dit is een positief getal dus is het teken positief. Hetzelfde kan je doen voor een getal tussen –5 en 1 en een getal kleiner dan -5.

Nu willen we nog de oplossing bepalen. Het moet ≤ 0 dus van [-5,1] want -5 is nul, ertussen is negatief en 1 is nul. De oplossing is dus [-5,1].

5. $\boldsymbol{x^2 + 9 > 0}$

We maken van deze ongelijkheid een gelijkheid. Vervolgens maken we een tekenschema en zo vinden we de oplossing.

Dus: $x^2 + 9 = 0$

Dit gaan we niet oplossen via som en product of discriminant (Het kan wel via deze methode).

$x^2 = -9$

Dit kan niet aangezien een kwadraat altijd positief is.

Er zijn geen nulpunten, er is alleen een teken. Dat teken is positief. Dit weten we omdat het een kwadraat is.

x	
y	+

Nu willen we nog de oplossing bepalen. Het moet > 0 dus de oplossingsverzameling = $\mathbb{R}$.

6. $\boldsymbol{-x^2 - 4x \leq 0}$

We maken van deze ongelijkheid een gelijkheid. Vervolgens maken we een tekenschema en zo vinden we de oplossing.

Dus: $-x^2 - 4x = 0$

Dit gaan we niet oplossen via som en product of discriminant (Het kan wel via deze methode). Wij verkiezen om dit via ontbinden in factoren te doen.

$-x.(x+4) = 0$

$x = 0 \;\; \text{v} \;\; x = -4$

Er zijn verschillende manieren om een tekenschema op te stellen. We beginnen sowieso met het invullen van de nulpunten

x		-4		0	
y		0		0	

De volgende stap is het invullen van de tekens. Dit kan door het teken van a(=-1). Dat wil zeggen dat helemaal rechts negatief is en het wisselt van teken wanneer we een nulpunt tegenkomen. Dus wordt het:

x		-4		0	
y	-	0	+	0	-

Een andere methode is een getal groter dan 0 invullen, bijvoorbeeld 2. Wanneer we 2 invullen (x vervangen door 2) in volgende vergelijking $-x.(x+4)$. Dan krijg je $-2.(2+4) = -2.6 = -12$. Dit is een negatief getal dus is het teken negatief. Hetzelfde kan je doen voor een getal tussen -4 en 0 en een getal kleiner dan -4.

Nu willen we nog de oplossing bepalen. Het moet ≤ 0 dus van $]-\infty$,-4] want voor -4 is het negatief en dan na 0 dus [0,$+\infty$[. Waarom horen 10 en 0 er bij? Omdat deze nul zijn en het moet ≤ 0 zijn. Dus de oplossing is $]-\infty$,-4] U [0,$+\infty$[.

7. $\boldsymbol{x^2 + 10x - 24 \leq 0}$

We maken van deze ongelijkheid een gelijkheid. Vervolgens maken we een tekenschema en zo vinden we de oplossing.

Dus: $x^2 + 10x - 24 = 0$

We kunnen dit oplossen via som en product methode. Maar in deze verbetering gaan we werken met de discriminant.

D = $\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac} = 100 - 4.1.(-24) = 196$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-10 + 14}{2}, x_2 = \frac{-10 - 14}{2}$$

$x_1 = 2, x_2 = -12$

$(x - 2).(x + 12) = 0$

Er zijn verschillende manieren om een tekenschema op te stellen. We beginnen sowieso met het invullen van de nulpunten

x		-12		2	
y		0		0	

De volgende stap is het invullen van de tekens. Dit kan door het teken van a(=1). Dat wil zeggen dat helemaal rechts positief is en het wisselt van teken wanneer we een nulpunt tegenkomen. Dus wordt het:

x		-12		2	
y	+	0	-	0	+

Een andere methode is een getal groter dan 2 invullen, bijvoorbeeld 3. Wanneer we 3 invullen (x vervangen door 3) in volgende vergelijking $(x - 2).(x + 12)$. Dan krijg je $(3 - 2).(3 + 12) = 1.15 = 15$. Dit is een positief getal dus is het teken positief. Hetzelfde kan je doen voor een getal tussen –12 en 2 en een getal kleiner dan -12.

Nu willen we nog de oplossing bepalen. Het moet ≤ 0 dus van [-12,2] want -12 is nul, ertussen is negatief en 2 is nul. De oplossing is dus [-12,2].