

**Verbetering Toets Afgeleiden:**

www.wiskunne.be

1. Bereken via de limietformule met x de afgeleide van  $x^3 + 5x^2 - 10x + 5$  in:

**a) P(1,1)**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 5x^2 - 10x + 5 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 5x^2 - 10x + 4}{x - 1}$$

$$f(x) = x^3 + 5x^2 - 10x + 5, f(a) = 1$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

	1	5	-10	4
Horner met 1 :	1	6	-4	
	1	6	-4	0

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)} \cdot (x^2 + 6x - 4)}{\cancel{x-1}} = 1^2 + 6 \cdot 1 - 4 \text{ (limiet invullen)} = 3$$

**b) P(2,13)**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 5x^2 - 10x + 5 - 13}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 5x^2 - 10x - 8}{x - 2}$$

$$f(x) = x^3 + 5x^2 - 10x + 5, f(a) = 13$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

	1	5	-10	-8
Horner met 2 :	2	14	8	
	1	7	4	0

Het kopiëren en verspreiden, geheel of gedeeltelijk, van deze inhoud, op welke wijze ook, is verboden.



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cdot (x^2 + 7x + 4)}{x-2} = 1 \cdot 2^2 + 7 \cdot 2 + 4 \text{ (limiet invullen)} = 22$$

**c) P(-1,19)**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 - 10x + 5 - 19}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 - 10x - 14}{x + 1}$$

$$f(x) = x^3 + 5x^2 - 10x + 5, f(a) = 19$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

	1	5	-10	-14
Horner met -1 :	-1	-4	14	
	1	4	-14	0

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1) \cdot (x^2 + 4x - 14)}{x+1} = (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 14 \text{ (limiet invullen)} = -17$$

**d) P(0,5)**

Het kopiëren en verspreiden, geheel of gedeeltelijk, van deze inhoud, op welke wijze ook, is verboden.



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 5x^2 - 10x + 5 - 5}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 5x^2 - 10x - 0}{x - 0}$$

$$f(x) = x^3 + 5x^2 - 10x + 5, f(a) = 5$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

	1	5	-10	0
Horner met 0 :	0	0	0	
	1	5	-10	0

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{(x)} \cdot (x^2 + 5x - 10)}{\cancel{x}} = (0)^2 + 5 \cdot (0) - 10 \text{ (limiet invullen)} = -10$$

2. Bereken de raaklijn aan de grafiek van  $3x^2 + 5x - 8$  in:

**a) P(1,0)**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 5x - 8 - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 5x - 8 - 0}{x - 1}$$

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 8, f(a) = 0$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

	3	5	-8
Horner met 1 :	3	8	
	3	8	0

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)} \cdot (3x + 8)}{\cancel{x-1}} = 3 \cdot 1 + 8 \text{ (limiet invullen)} = 11$$

Het kopiëren en verspreiden, geheel of gedeeltelijk, van deze inhoud, op welke wijze ook, is verboden.



Opstellen raaklijn:  $y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$

$$y - 0 = 11 \cdot (x - 1)$$

$$y = 11x - 11$$

### b) P(2,14)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 5x - 8 - 14}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 5x - 22}{x - 2}$$

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 8, f(a) = 14$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

Horner met 2 :	3	5	-22
		6	22
	3	11	0

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)} \cdot (3x + 11)}{\cancel{x-2}} = 3 \cdot 2 + 11 \text{ (limiet invullen)} = 17$$

Opstellen raaklijn:  $y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$

$$y - 14 = 17 \cdot (x - 2)$$

$$y = 17x - 34 + 14$$

$$y = 17x - 20$$

### c) P(0,-8)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 5x - 8 + 8}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 5x}{x}$$



$$f(x) = 3x^2 + 5x - 8, f(a) = -8$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

$$\begin{array}{r} \text{Horner met } 0 : \\ \phantom{\text{Horner met } 0 :} \end{array} \begin{array}{r} 3 \quad 5 \quad 0 \\ \phantom{3} \quad 0 \quad 0 \\ 3 \quad 5 \quad 0 \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{(x)} \cdot (3x + 5)}{\cancel{x}} = 3 \cdot 0 + 5 \text{ (limiet invullen)} = 5$$

Opstellen raaklijn:  $y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$

$$y + 8 = 5 \cdot (x - 0)$$

$$y = 5x - 8$$

#### d) P(-1,-10)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x - 8 + 10}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x + 2}{x + 1}$$

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 8, f(a) = -10$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

$$\begin{array}{r} \text{Horner met } -1 : \\ \phantom{\text{Horner met } -1 :} \end{array} \begin{array}{r} 3 \quad 5 \quad 2 \\ \phantom{3} \quad -3 \quad -2 \\ 3 \quad 2 \quad 0 \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cancel{(x+1)} \cdot (3x + 2)}{\cancel{x+1}} = 3 \cdot (-1) + 2 \text{ (limiet invullen)} = -1$$

Opstellen raaklijn:  $y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$

$$y + 10 = -1 \cdot (x + 1)$$

Het kopiëren en verspreiden, geheel of gedeeltelijk, van deze inhoud, op welke wijze ook, is verboden.



$$y = -x - 1 - 10$$

### 3. Bepaal de loodlijn op de raaklijn aan de grafiek van $4x^2 + 6x - 5$ in:

**a) P(1,5)**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 6x - 5 - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 6x - 10}{x - 1}$$

$$f(x) = 4x^2 + 6x - 5, f(a) = 5$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

Horner met 1 :	4	6	-10
		4	10
	4	10	0

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)} \cdot (4x + 10)}{\cancel{x-1}} = 4 \cdot (1) + 10 \text{ (limiet invullen)} = 14$$

$$\text{Opstellen raaklijn: } y - f(a) = \frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

$$y - 5 = \frac{1}{14} \cdot (x - 1)$$

$$y = \frac{1}{14} \cdot x - \frac{1}{14} + 5$$

$$y = \frac{1}{14} \cdot x - \frac{69}{14}$$



## b) P(0,-5)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 6x - 5 + 5}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 6x}{x}$$

$$f(x) = 4x^2 + 6x - 5, f(a) = -5$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.

$$\begin{array}{r} \text{Horner met } 0 : \\ \phantom{\text{Horner met } 0 :} \end{array} \begin{array}{r} 4 \quad 6 \quad 0 \\ \phantom{4} \quad 0 \quad 0 \\ 4 \quad 6 \quad 0 \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{(x)} \cdot (4x + 6)}{\cancel{x}} = 4 \cdot (0) + 6 \text{ (limiet invullen)} = 6$$

$$\text{Opstellen raaklijn: } y - f(a) = \frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

$$y + 5 = \frac{1}{6} \cdot (x)$$

$$y = \frac{1}{6} \cdot x - 5$$

## c) P(-1,-7)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 6x - 5 + 7}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 6x + 2}{x + 1}$$

$$f(x) = 4x^2 + 6x - 5, f(a) = -7$$

Nu gaan we horner doen zodat we de noemer kunnen schrappen.



Horner met -1 :	4	6	2
		-4	-2
	4	2	0

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1) \cdot (4x+2)}{x+1} = 4 \cdot (-1) + 2 \text{ (limiet invullen)} = -2$$

Opstellen raaklijn:  $y - f(a) = \frac{1}{f'(a)}(x - a)$

$$y + 7 = -\frac{1}{2} \cdot (x + 1)$$