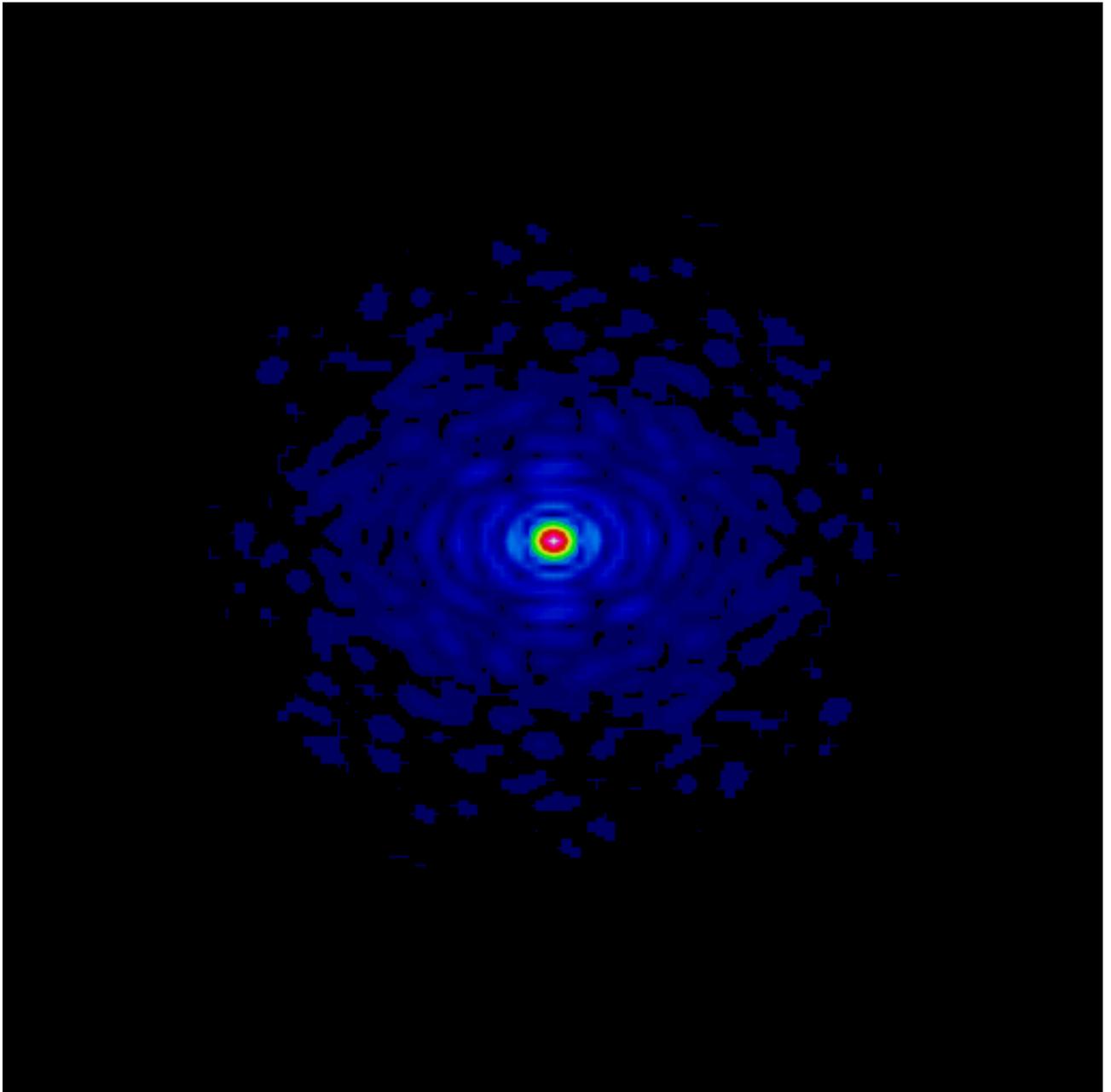


# Filtros en Medicina Nuclear

Rafael Puchal Añé



Barcelona-2017

## Rafael Puchal Añé



Doctor en Ciencias Físicas por la Universidad de Barcelona (1988) y especialista en Radiofísica Hospitalaria (1999). Profesor asociado de la Universidad Politécnica de Cataluña desde 1975 a 1995. Físico Adjunto en el Servicio de Medicina Nuclear del Hospital Universitario de Bellvitge desde 1980 hasta su jubilación en 2014.

Profesor desde 1983 de radiofísica e instrumentación de Medicina Nuclear (MN) de los residentes médicos de MN y tutor de los residentes de Radiofísica Hospitalaria en su rotación por MN desde 2004. Codirector de los cursos “Instrumentación y control de calidad de MN”, profesor de los cursos de SPECT cerebral organizados por General Electric Health Care y coordinador y profesor del curso “Fundamentos de Física Médica” organizado por la Sociedad Española de Física Médica (SEFM).

Profesor invitado en más de 100 ocasiones, autor de 32 ponencias invitadas en congresos nacionales, de 25 en internacionales, de 140 comunicaciones en congresos de MN y de Física Médica y autor de más de 50 publicaciones en revistas nacionales e internacionales. Es también autor de 1 libro y de distintos capítulos en 9 libros más. Ha participado en distintos grupos de trabajo del proyecto COSTB2 de la Comisión Europea sobre control de calidad de software de MN. Ha sido representante español en la elaboración de normas IEC/CEI en el área de instrumentación de MN (TC62/WG2), ha sido coordinador del grupo de trabajo de la SEFM para la redacción de un nuevo protocolo de control de calidad de la instrumentación de MN y ha actuado en distintas ocasiones como experto de Física Médica en MN del Organismo Internacional de Energía Atómica (OIEA).

e-mail: rafelpuchal.filtres@gmail.com

A Cuquina

## Índice

1	Introducción .....	6
2	¿ Qué es un filtro ?	
2.1	Introducción .....	9
2.2	Naturaleza de las imágenes de Medicina Nuclear .....	9
2.3	Representación directa de los filtros. ....	11
3	Representación frecuencial de imágenes	
3.1	Introducción .....	16
3.2	Frecuencia espacial .....	16
3.3	Funciones sinusoidales.....	18
3.4	Análisis frecuencial en una dimensión .....	19
3.5	Análisis frecuencial de imágenes.....	23
3.6	Imágenes de Medicina Nuclear.....	28
3.7	Imágenes de SPECT .....	35
3.7.1	Dependencia con el número de cuentas o tiempo por proyección.....	39
3.7.2	Distancia entre colimador y paciente.....	40
3.7.3	Relación entre distancia y matriz de adquisición.....	42
3.7.4	Número de proyecciones.....	43
3.7.5	Reorientación de imágenes .....	44
4	Obtención de imágenes en Medicina Nuclear	
4.1	Introducción .....	47
4.2	Limitaciones del equipo detector .....	47
4.3	Gammacámara planar .....	49
4.3.1	Maniquí de barras .....	50
4.3.2	Interferencia de colimadores.....	55
4.4	Tomógrafo de positrones .....	55
4.5	Imposiciones de la digitalización.....	60

5. Filtros frecuenciales	
5.1 Introducción .....	68
5.2 Representación de los filtros frecuenciales .....	68
5.3 Equivalencia de representaciones .....	71
5.4 Tipos de filtros .....	71
5.4.1 Filtros ideales .....	73
5.4.2. Filtros de suavizado .....	75
5.4.3 Filtros de restauración.....	76
6. Filtros en SPECT y PET	
6.1 Introducción .....	80
6.2 Adquisición de estudios tomográficos .....	80
6.3 Reconstrucción de estudios tomográficos.....	82
6.3.1 Retroproyección filtrada .....	83
6.3.2 Reconstrucción iterativa.....	87
6.4 Pre-filtrado y Post-filtrado	
6.4.1 Pre-filtrado .....	91
6.4.2 Post-filtrado.....	93
6.5 Aspectos cuantitativos .....	94
6.6 Filtros implementados para SPECT y PET.....	98
6.6.1 Hamming.....	100
6.6.2 Hanning o Hann .....	101
6.6.3 Gaussiana .....	102
6.6.4 Butterworth .....	104
6.6.5 Shepp & Logan .....	106
6.6.6 Parzen.....	107
6.6.7 Metz .....	108
Apéndice	
Nomenclatura de frecuencias.....	110
Bibliografía .....	112

## **1 Introducción**

La aplicación correcta de filtros a las imágenes de Medicina Nuclear no es un tema fácil. A las dificultades propias del filtrado se añaden las debidas al origen radiactivo de las imágenes. Filtrar significa entrar en el terreno de las cosas poco claras. Todos los que hemos procesados estudios de Medicina Nuclear hemos aplicado distintos filtros en SPECT variando sus parámetros para ver qué ocurría: hemos visto como distintos filtros producían efectos visualmente idénticos y también cómo variando ligeramente un parámetro se obtenían, a veces, resultados muy dispares. También puede ocurrir que los filtros recomendados y los que aparecen en la literatura produzcan resultados desalentadores. En muchas ocasiones nos ceñimos a los filtros prefijados por los fabricantes sin saber si son óptimos, confiando en su buen hacer.

Los filtros no son una invención del SPECT ni del PET. En los primeros ordenadores de Medicina Nuclear ya existía la posibilidad, aunque muy limitada, de filtrar imágenes y curvas para disminuir las fluctuaciones estadísticas. La incorporación de las técnicas tomográficas a la rutina asistencial ha hecho que esta herramienta matemática, potente y compleja, que son los filtros, haya adquirido una cierta relevancia por varios aspectos. Primero, por su capacidad para poder transformar totalmente un estudio mediante una sola orden. Segundo, por estar obligados a aplicarlos ya que sin ellos los estudios reconstruidos son frecuentemente ininteligibles. En tercer lugar, porque seguramente es la primera vez que no puede haber un método "estándar" de elaboración de los estudios, ya que los filtros deben adaptarse a cada equipo diagnóstico. Debido a esto último cada fabricante ha optado por recomendar un determinado filtro ("opción por defecto") dejando la puerta abierta a que se puedan emplear otros filtros, cada uno de ellos con uno o varios parámetros, lo que genera una infinidad de posibilidades y una incertidumbre considerable. Esta oferta tan generosa, de rebote, hace que se recurra a la opción por defecto aun sabiendo que podrían obtenerse mejores resultados empleando otras opciones. Gracias a la aparición de métodos de reconstrucción que permiten compensar las degradaciones de la obtención de los estudios (tanto propias de los equipos como de los procesos físicos implicados) como son por ejemplo la atenuación y la dispersión Compton o las variaciones de la resolución espacial con la posición, ya es posible aproximarse a una correcta cuantificación, por lo que en cuarto lugar hay que mencionar los efectos que tanto de los filtros como de los métodos de reconstrucción ejercen sobre los valores a partir de los que se diagnostica.

Para comprender cómo actúan los filtros, cómo se caracterizan, y cuáles pueden ser sus consecuencias hace falta emplear conceptos que, aunque no son difíciles, no estamos habituados a ellos. Por todo ello el objetivo de este trabajo es presentar a los especialistas en Medicina Nuclear los conceptos básicos para que puedan desenvolverse adecuadamente en el ámbito de los filtros. Tampoco pretende ser exhaustivo tan sólo quiere introducir una serie de conceptos que redunden en última instancia en la calidad de las exploraciones. Lo único que intenta es responder a tres preguntas. ¿Qué es un filtro? ¿Cómo se caracteriza un filtro? ¿Qué tipos de filtros se emplean en SPECT y PET? y con ello facilitar su empleo.

Los filtros, como veremos, son procedimiento que se explican fácilmente recurriendo al lenguaje matemático. No obstante, ya que en muchas ocasiones este formalismo es de difícil comprensión para el no familiarizado con las matemáticas, en este trabajo se ha intentado describir y explicar los filtros empleando un lenguaje común, aunque riguroso y preciso. La única herramienta matemática utilizada profusamente han sido los gráficos, ya que son de uso muy común. Por otra parte, para mostrar que el lenguaje frecuencial, aparentemente tan abstruso, es algo usual, se utilizan analogías basadas en el lenguaje musical.

A fin de facilitar la interpretación y comparación de resultados de los distintos filtros, en todo el trabajo se han utilizado básicamente dos tipos de imágenes: uno, que corresponde a la de un maniquí de barras que por su misma naturaleza nos permitirá seguir fácilmente los efectos de las manipulaciones y otro que corresponde a un maniquí de cerebro, que permitirá observar estos efectos en una imagen similar a una zona del cerebro humano. Se ha optado por este tipo de imágenes planares para obviar las dependencias con los métodos de reconstrucción y poder observar con claridad sus efectos al variar algún parámetro. Otro aspecto que se ha creído conveniente tratar es el de las distintas unidades de frecuencia que distintos fabricantes de ordenadores para Medicina Nuclear emplean en los filtros. Esto no es gratuito, ya que un mismo valor numérico en un parámetro de un filtro puede tener distintos efectos según de qué ordenador se trate.

Este trabajo es consecuencia de una revisión en profundidad y de una actualización de otra obra anterior<sup>1</sup> en la que se ha ampliado el capítulo que trata de los filtros en SPECT y PET incorporando una breve descripción de los métodos básicos de reconstrucción tomográfica más empleados y donde se comenta su comportamiento desde un punto de vista frecuencial.

---

<sup>1</sup> R.Puchal. Filtros de imagen en medicina nuclear. Ediciones Eurobook, S.L., 1997

Por último señalar que este texto no pretende en absoluto ser un manual de operaciones ni un libro de texto. Se parte del supuesto que los lectores ya tienen cierta experiencia y formación en Medicina Nuclear por lo que no se entra en temas que deben saberse sobradamente como puede ser el funcionamiento de una gammacámara o la interacción de la radiación con los medios materiales. Su objetivo es informar a todos aquellos que procesan estudios de Medicina Nuclear- médicos, tecnólogos- de un aspecto de su trabajo que normalmente no se encuentra suficientemente detallado en los libros de texto o se explica empleando un cierto bagaje matemático que les dificulta su comprensión. También va dirigido a los físicos que entran en contacto con la Medicina Nuclear para informarles de temas específicos que quizás no hayan visto en su titulación o simplemente para centrar ideas. Esta disparidad de posibles lectores sin duda hará que unos encuentren el texto difícil mientras que otros lo puedan encontrar a veces trivial. Mi intención es que de alguna forma revierta en una mejora de algunos aspectos de las exploraciones de Medicina Nuclear.

Quiero volver a expresar mi agradecimiento a todas las personas que me ayudaron en hacer el libro en el que se basa esta nueva versión, a los actuales miembros del Servicio de Medicina Nuclear del Hospital Universitari de Bellvitge, en especial al Dr. Jaume Mora y a Pablo Saldaña y a Gabriel Reynés- radiofísicos- por facilitarme datos y soporte técnico para generar nuevos ejemplos. Por último quiero dejar constancia de la ayuda prestada por Joaquina Miralpeix por su crítica exhaustiva del manuscrito y por las constructivas discusiones que esto acarreó.

Barcelona, junio 2017

## 2 ¿ Qué es un filtro ?

### 2.1 Introducción

Un filtro, en primera aproximación, es una manera de transformar una señal según una pauta prefijada. Existen numerosos ejemplos de filtros: desde unas gafas de sol hasta los controles de graves y de agudos de los equipos musicales. Las señales (luz o sonido) son modificadas de una forma fijada de antemano: unas gafas de sol siempre reducirán en la misma proporción la intensidad de la radiación de determinadas longitudes de onda, un filtro de agudos siempre atenuará la misma gama de frecuencias. En Medicina Nuclear todo el mundo ha aplicado un suavizado ("smoothing"), esto es, hacer disminuir las fluctuaciones de la actividad ("ruido"), haciendo con ello más agradable a la vista algunas imágenes o curvas: también en este caso se ha aplicado un filtro. Otro tipo de filtros son los empleados en los programas que detectan automáticamente contornos . Estos "exageran" las diferencias a fin de localizar los bordes de los órganos. Son los llamados filtros de realce de bordes ("edge-enhancement").

Para entender qué son y cómo actúan los filtros en Medicina Nuclear, es preciso saber en primer lugar cómo son las señales sobre las que se aplican.

### 2.2 Naturaleza de las imágenes de Medicina Nuclear

La imágenes generadas por un equipo compuesto de gammacámara y ordenador (SPECT) son representaciones de la posición y de la actividad de las radiaciones detectadas. Estas representaciones (gammagrafías) se obtienen gracias a unas distribuciones de celdas de memoria denominadas matrices en las que el valor almacenado en cada una de sus celdas corresponde a la actividad registrada en una zona del detector, existiendo una correspondencia entre la posición en la imagen y la posición en el objeto estudiado. Este tipo de representación se llama **directa** o representación en el espacio real ya que cada punto de la imagen corresponde a una zona del espacio.

Las imágenes obtenidas con un tomógrafo de positrones (PET) se obtienen por reconstrucción de las líneas de respuesta (sinograma) originadas por la aniquilación de los positrones en 2 fotones gamma. Aunque no se generen directamente, las imágenes obtenidas en PET también se registran en matrices cuyas celdas representan la actividad detectada en el interior del paciente.

Estas matrices son distribuciones bidimensionales de números que, gracias a un proceso de

codificación, visualizamos como imágenes en las que cada uno de sus elementos tiene un color relacionado con su valor numérico en la matriz. Una misma distribución de radiactividad (objeto) admite un sinnúmero de representaciones, bastando para ello cambiar la tabla de colores o la relación matemática entre el nivel de cuentas y el color. Es importante señalar que esto no modifica el contenido de las celdas, solo su representación visual que son los píxeles (término que proviene de la contracción de "picture element").

La desintegración radiactiva es un proceso aleatorio. Esto significa que si se hacen medidas repetidas de una misma fuente de radiación los valores que se obtienen son distintos aunque distribuidos alrededor de un cierto valor. Estas "oscilaciones" constituyen el llamado ruido que es, como se ve, intrínseco a la radiactividad y que hace que cada medida tenga una incertidumbre que refleje estas "oscilaciones".

Si se hacen medidas repetidas, los valores obtenidos se reparten siguiendo una distribución estadística llamada de Poisson. Se asigna como valor de la actividad el valor medio de éstas y como incertidumbre su desviación estándar que, al tratarse de una distribución de Poisson viene dada por la raíz cuadrada del valor medio. Si se hace una sola medida, como ocurre en la obtención de imágenes clínicas, también se considera que la incertidumbre en el número de cuentas es su raíz cuadrada. Es importante observar que esto sólo es correcto en el caso de valores directos o sin manipulaciones matemáticas que hagan perder su carácter "Poissoniano".

Frente a una fuente de radiación uniforme, la incertidumbre de cada recuento hace que el valor de cada celda sea ligeramente distinto cuando debería ser igual en todas ellas (estas diferencias pueden que se traduzcan en cambios de color en la imagen). Si la fuente de radiación no es uniforme, a las variaciones de actividad debidas a la propia fuente (objeto) habrá que añadir las variaciones debidas al ruido.

La calidad "estadística" de las imágenes se mide por la importancia relativa de la señal frente al ruido. Cuando se trata de imágenes directas de gammacámara, esta relación señal-ruido depende sólo del número de cuentas registradas en la zona de interés, mientras que en las reconstrucciones de SPECT y PET depende además del tamaño del objeto reconstruido, del método de reconstrucción y del filtro utilizados. No obstante, cuanto mayor sea la calidad estadística de las proyecciones de un estudio de SPECT o de los sinogramas en PET, es decir, de los datos de partida, mayor será la calidad de la imágenes reconstruida

### 2.3 Representación directa de los filtros

En la representación directa de las imágenes, un filtro se define como una transformación de una imagen en otra, en la que cada valor de la nueva imagen se obtiene a partir de los valores de la imagen original y de unos pesos o factores que constituyen el filtro. El resultado es otra imagen, que se obtiene celda a celda (píxel a píxel), y en la que se observará el efecto del filtro.

El número y los valores de los pesos determinan el carácter del filtro. Dado que las imágenes son en definitiva matrices de números, los filtros para imágenes también son matrices de números pero de dimensiones más reducidas ("máscaras"). Esta forma de aplicar los filtros se denomina convolución y consta de varios pasos:

Siguiendo el esquema de la figura 2.3.1, consideremos una zona cualquiera de una imagen "original" que vamos a filtrar. Los valores de sus celdas vienen dados por  $a, b, c, \dots, l, \dots$ . Por otra parte se va a aplicar una máscara de  $3 \times 3$  valores y el resultado son los valores  $a', b', \dots$

La manera de obtener estos valores consta de varios pasos:

- 1) Se centra la máscara del filtro en un píxel de la imagen a filtrar (por ejemplo, el de valor  $e$ ).
- 2) Se multiplica el valor de cada celda abarcada por la máscara por el peso del filtro que por su posición le corresponde y se suman todos los valores obtenidos en el paso anterior (tantos como pesos tenga el filtro) ( $e'$ ).
- 3) Se coloca el valor obtenido en la nueva imagen, en las mismas coordenadas que las del paso nº 1, ( $e'$  en la misma posición que  $e$ )
- 6) Se pasa al píxel siguiente en la imagen original ( $f$ ).
- 7) Se vuelve al paso nº 1 (con lo que se calcula el nuevo valor  $f'$ ).

Los valores de la imagen filtrada se obtienen uno a uno.

Veamos unos ejemplos de suavizado y de realzado. En ambos ejemplos la gammagrafía de partida es la misma, se trata de la imagen de un maniquí de barras obtenida empleando un colimador de alta resolución y a 0 cm de distancia (fig. 2.3.3).

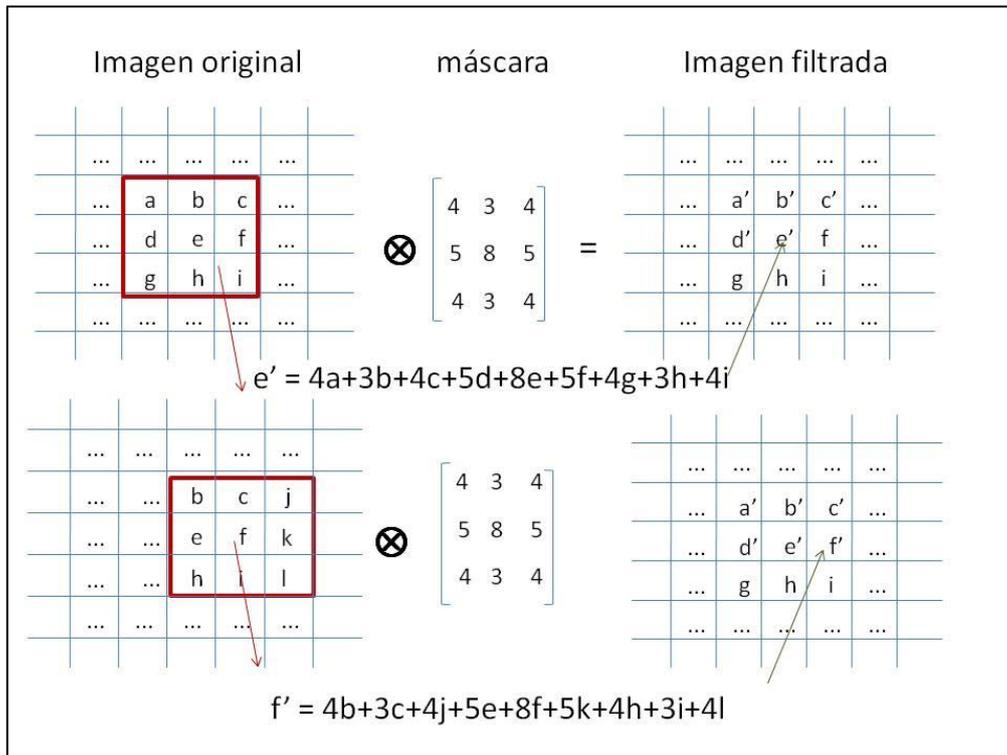


fig 2.3.1: esquema del producto de convolución de una imagen con una máscara

Suavizado: suavizar o alisar una imagen consiste en disminuir las fluctuaciones debidas al ruido alterando lo menos posible la señal (ya que no se puede separar la señal del ruido) . Una forma de proceder consiste en disminuir las diferencias entre un pixel y sus vecinos siendo la manera más sencilla de lograrlo la sustitución de cada pixel por un promedio ponderado de él mismo con sus vecinos. La disminución de estas diferencias lleva ineludiblemente a una disminución del contraste y de la resolución. Un filtro de suavizado muy empleado es el definido por los pesos 1,2,1;2,4,2;1,2,1 dispuestos según la matriz de 3x3 (fig.2.3.2):

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

fig.2.3.2: matriz o máscara de un filtro de suavizado.

En la figura 2.3.4 se observa el efecto de aplicar este filtro a la imagen del maniquí de barras<sup>2</sup> de la fig.2.3.3. La imagen filtrada presenta un aspecto más uniforme, habiendo

<sup>2</sup> Un maniquí de barras ("bar phantom") consiste en un bloque de plástico en el que hay insertadas barras de plomo de tal forma que la distancia entre ellas es igual a su grosor y que normalmente se disponen en 4 cuadrantes según el grosor. De esta forma se consiguen imágenes que permiten estimar aproximadamente la

disminuido las fluctuaciones estadísticas como la resolución espacial, ya que sólo se distinguen las barras del primer y segundo cuadrantes que corresponden a las barras de mayor grosor mientras que en la original se distinguen todas.

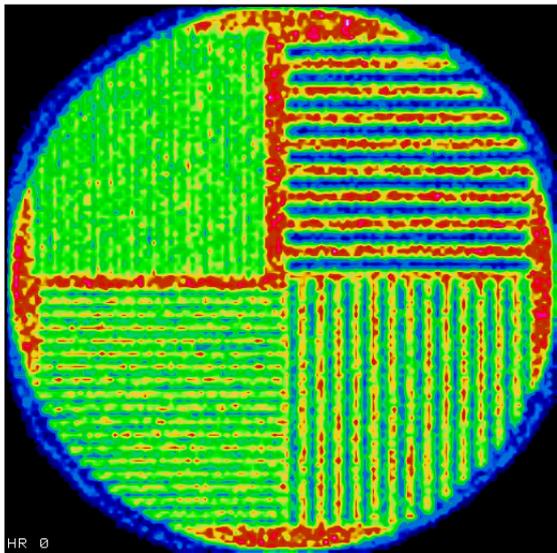


fig.2.3.3: imagen original del maniquí de barras.

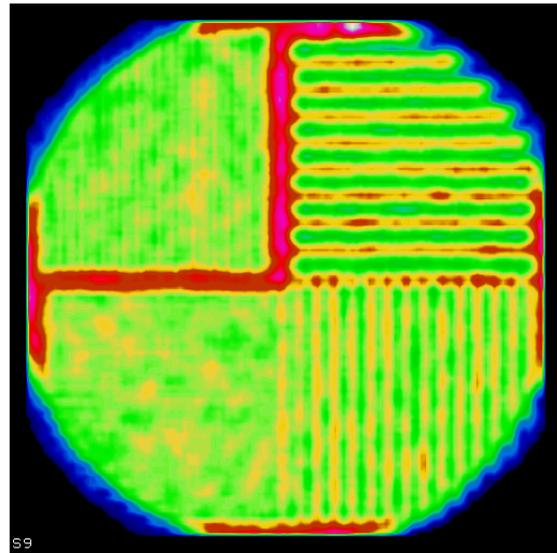


fig.2.3.4: imagen después de aplicar el filtro de suavizado.

Realce: los filtros empleados en la detección automática de contornos, en vez de hacer disminuir las diferencias entre píxeles, lo que hacen es resaltar los cambios bruscos del nivel de cuentas, esto es, los posibles bordes de órganos o lesiones. Uno de estos filtros da lugar a máscaras como la que se indica a continuación (fig.2.3.5):

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

fig.2.3.5: matriz o máscara de un filtro de realce.

Si el nivel de ruido es importante (lo que es frecuente en Medicina Nuclear) antes de aplicar un filtro como este último que tanto realza contornos como variaciones debidas al ruido, se debe aplicar un suavizado: en primer lugar se disminuye el ruido para, en segundo lugar, detectar el contorno. No obstante, ambos tipos de filtrado se pueden combinar de manera que con una sola operación se consigan ambos efectos, como por ejemplo con la siguiente

---

resolución espacial de las gammacámaras. También existen versiones en 3 dimensiones para chequeo de equipos tomográficos.

máscara (fig.2.3.6):

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

fig.2.3.6: matriz o máscara de un filtro detector de contornos.

La figura 2.3.7 nos muestra el resultado de aplicar este filtro a la misma imagen de antes (fig.2.3.3). Observamos que el fondo ha desaparecido casi totalmente y que las líneas quedan más nítidas. Como puede apreciarse, la diferencia de resultados respecto al suavizado es notable.

Cuando los filtros se expresan de forma matricial es difícil establecer una relación entre la dimensión del filtro y los valores de sus pesos con el efecto que producirán. No es fácil determinar de antemano, por ejemplo, el grado de suavizado al variar los pesos del filtro.

Una forma alternativa y totalmente equivalente de filtrar imágenes consiste en emplear filtros frecuenciales. Para entender lo que esto significa es preciso, en primer lugar, saber lo que se entiende por representación frecuencial de imágenes.



fig.2.3.7: imagen resultado de aplicar un filtro para detectar contornos a la imagen del maniquí.

Nota: para el lector curioso, la expresión matemática de la convolución en 2 dimensiones empleando el filtro de suavizado de la fig. 2.3.2 tiene la siguiente expresión:

$$S(i,j) = \frac{1}{16} \left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot O(i-1,j-1) + 2 \cdot O(i,j-1) + 1 \cdot O(i+1,j-1) + \\ 2 \cdot O(i-1,j) + 4 \cdot O(i,j) + 2 \cdot O(i+1,j) + \\ 1 \cdot O(i-1,j+1) + 2 \cdot O(i,j+1) + 1 \cdot O(i+1,j+1) \end{array} \right\}$$

donde  $O(i,j)$  representan los valores de la matriz original,  $S(i,j)$  los de la imagen resultado (suavizada). Los píxeles se localizan por fila y columna. Empleando la notación clásica matricial, el símbolo "i" da cuenta de la posición vertical (filas) y el "j" de la posición horizontal (columnas) siendo el primer elemento el (1,1) en el ángulo superior izquierdo. Así, la expresión (i-1,j-1) se refiere al punto situado "arriba y a la izquierda" del punto central de la máscara que está en (i, j) o sea, en la fila superior y en la columna anterior, el (i,j-1) al de "encima" (línea superior), etc, hasta el (i+1,j+1) que se refiere al punto "abajo a la derecha" (fila inferior y columna posterior).

Obsérvese que en este ejemplo se divide por 16, que es la suma de los 9 valores del filtro (1+2+1+2+4+2+1+2+1=16), para evitar que el número total de cuentas de la imagen filtrada sea distinto al de la original; lo que hace este filtro es redistribuir las cuentas conservando el número total de ellas. Si no fuera así se aumentaría el número de cuentas de las imágenes de forma totalmente artificial.

La expresión matemática anterior es totalmente generalizable a cualesquiera pesos y dimensiones (los filtros de realce no conservan el número de cuentas ya que su propósito es puramente extraer o evidenciar una información que está en la imagen).

### 3 Representación frecuencial de imágenes

#### 3.1 Introducción

Todo el mundo sabe que la música tanto puede ser escuchada como leída en una partitura. En una partitura, que es la transcripción de lo que escuchamos, se indican notas, intensidades, duraciones, silencios, etc., es decir, todos aquellos parámetros que permiten generar el sonido que escuchamos. De forma parecida, la representación frecuencial de una imagen es la "partitura" de la imagen que vemos. En ella también están representadas frecuencias e intensidades. El carácter estático de una imagen hace que su "partitura" corresponda musicalmente a la transcripción de lo que se escucha en un momento dado.

#### 3.2 Frecuencia espacial

Cuando un fenómeno se repite cada cierto tiempo, a este intervalo de tiempo se le llama **período** y a su inverso, **frecuencia**, ya que indica el número de veces que ocurre este

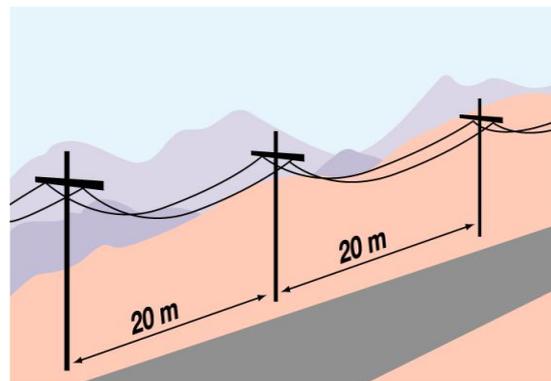


fig.3.2.1: secuencia en una dimensión.

fenómeno por unidad de tiempo.

Exactamente lo mismo ocurre en el espacio. Cuando algo se repite cada cierta longitud (período), la frecuencia indica el número de veces que este algo ocurre por unidad de longitud. Por ejemplo, si los postes de teléfono que bordean una carretera (fig.3.2.1) están clavados cada 20 metros, el período es de 20 metros y su frecuencia es de 1 poste cada 20 metros, lo que matemáticamente se expresa por el cociente  $1/(20 \text{ m})=0.05 \text{ m}^{-1}$  (recordemos que un exponente  $^{-1}$  "es una nomenclatura matemática que significa una magnitud que está dividiendo).

En dos dimensiones, como podría ser una plantación de árboles frutales, existen dos direcciones distintas de frecuencias espaciales, una en cada dirección del plano (X ,Y) , como

por ejemplo, un árbol cada 10 metros en la dirección X ( $f_x=1/(10\text{ m})=0.1\text{ m}^{-1}$ ) y uno cada 8 metros en la dirección Y ( $f_y=1/(8\text{ m})=0.125\text{ m}^{-1}$ ) (fig. 3.2.2).

Obsérvese que  $f_y$  es mayor que  $f_x$  ya que los árboles están más cerca según la dirección Y que según la dirección X y que, consecuentemente, al desplazarse según la dirección Y es

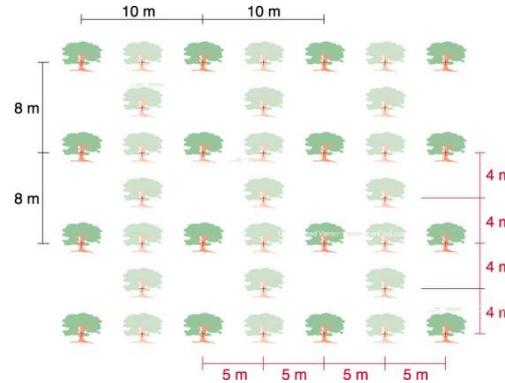


fig.3.2.2: distribución bidimensional.

más frecuente observar árboles que si el desplazamiento es según X. Podemos describir la plantación de dos formas: una, especificando las coordenadas de cada árbol, lo que exige dar 2 números (X,Y) por árbol y otra, más general, dando las coordenadas de una esquina (origen  $O_{x,y}$ ) y decir que a partir de este punto los árboles están plantados con frecuencias  $f_x$  y  $f_y$ . Ambas formas son totalmente equivalentes, es decir, podemos pasar de una a otra sin merma de información.

Si, por ejemplo, se decide intercalar nuevos árboles entre los ya existentes, de manera que haya uno cada 5 metros según X y 1 cada 4 metros según Y, el nuevo conjunto se podrá representar por 2 nuevas frecuencias ( $f_x' = 1/(5\text{ m}) = 0.2\text{ m}^{-1}$ ,  $f_y' = 1/(4\text{ m}) = 0.25\text{ m}^{-1}$ ) (fig.3.2.2). Si quisiéramos representar alguna magnitud que variase con una frecuencia determinada, por ejemplo la altura de los árboles o la de los postes telegráficos, se necesitaría además de la frecuencia un segundo parámetro denominado **amplitud** que la representara. Hay un tercer parámetro que se llama **fase** y que es necesario para acabar de representar totalmente una magnitud periódica. En efecto, una cosa es que un valor varíe regularmente con cierta frecuencia y otro que en el momento de iniciar su medida ( $t=0$  o  $x=0$ ) su valor no corresponda con el que debería tener, Esta diferencia se tiene en cuenta mediante un desplazamiento que debe hacerse al empezar a medir (corrimiento en el origen) para que la magnitud se repita con una determinada frecuencia. En el caso de los postes separados 20 m entre sí, si empezamos a contarlos a 5m de uno de ellos, habrá un desajuste de 15m

(desplazamiento inicial) y luego seguirán uno cada 20 m. La fase sería de 15 m (o de -5m).

### 3.3 Funciones sinusoidales

Si queremos representar alguna magnitud continua en función de la posición, a los parámetros que dan la posición (frecuencia y fase) habrá que añadir un tercer parámetro (amplitud) que dé cuenta de la magnitud que se quiere representar. Una forma matemática usual que aglutina estos tres parámetros (amplitud, frecuencia y fase) lo constituyen las funciones sinusoidales<sup>3</sup>:

$$f(x) = A \cdot \sin (f_x \cdot x + \Phi)$$

donde A simboliza la amplitud,  $f_x$  la frecuencia, x la posición y  $\Phi$  la fase. Las figuras 3.3.1 ilustran las variaciones en la forma de una función sinusoidal (fig. 3.3.1(a)) al variar cada uno de sus tres parámetros: amplitud en la fig. 3.3.1(b), frecuencia en la fig. 3.3.1(c) y fase en la 3.3.1 (d).

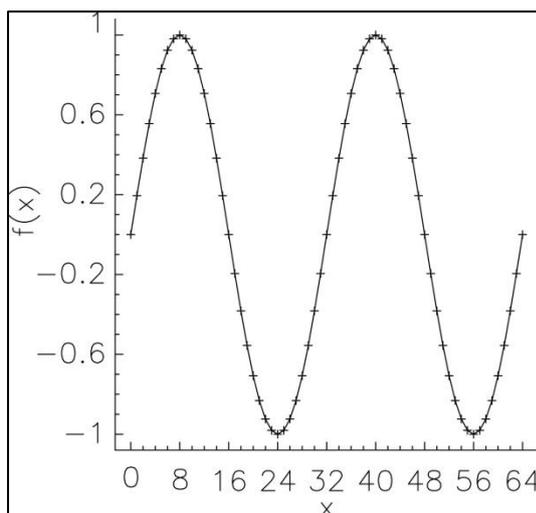


fig.3.3.1 (a): función original.

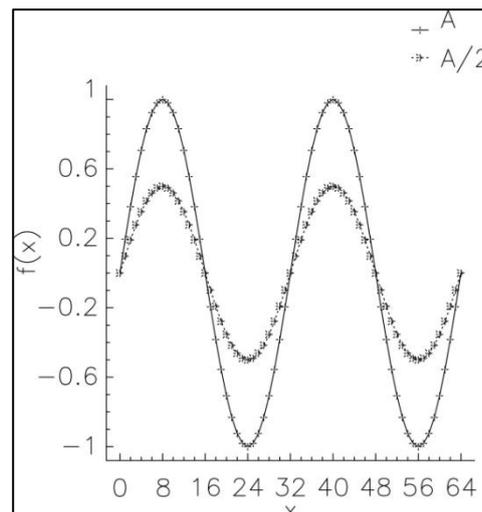


fig. 3.3.1(b): cambio de amplitud.

Al lector acostumbrado a interpretar estudios de motilidad cardíaca no le pueden extrañar estos conceptos. Ha de recordar que en ellos se generan imágenes paramétricas de amplitud y fase, una que representa el grado de motilidad (amplitud del movimiento) y otra que informa

<sup>3</sup> Las funciones sinusoidales o sinusoides son una forma de representar de forma compacta alguna magnitud que varía periódicamente. En vez de explicitar cada uno de sus valores se da la manera de generarlos y representarlos. Un ejemplo de función sinusoidal es el sonido producido por un diapasón. El diapasón de la nota "La" genera vibraciones/oscilaciones periódicas en el aire con una frecuencia de 440 Hz (oscilaciones/segundo). Su amplitud dependerá de lo fuerte que se golpee para hacerlo vibrar e irá disminuyendo con el tiempo no así su frecuencia que es constante.

del grado de sincronismo del movimiento (imagen de fase) entre distintas zonas del miocardio.

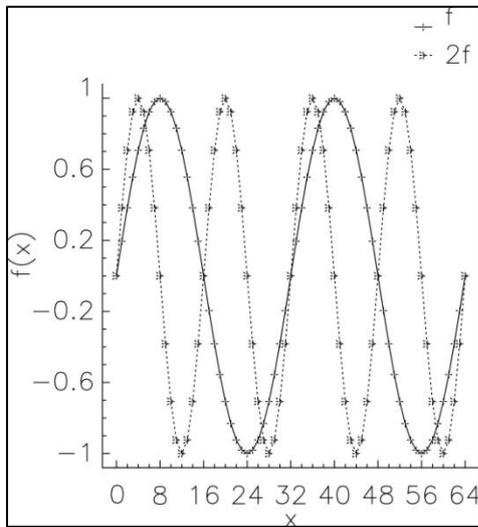


fig. 3.3.1 (c): cambio de frecuencia.

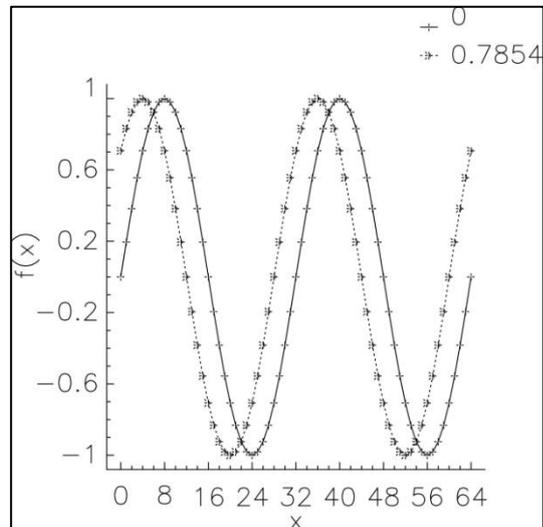


fig. 3.3.1 (d): cambio de fase.

Una vez introducidos los conceptos de frecuencia espacial y fase y haber recordado las funciones sinusoidales, estamos en condiciones de abordar los conceptos de análisis y representación frecuenciales.

### 3.4 Análisis frecuencial en una dimensión

Consideremos en primer lugar una curva como la de la figura 3.4.1.

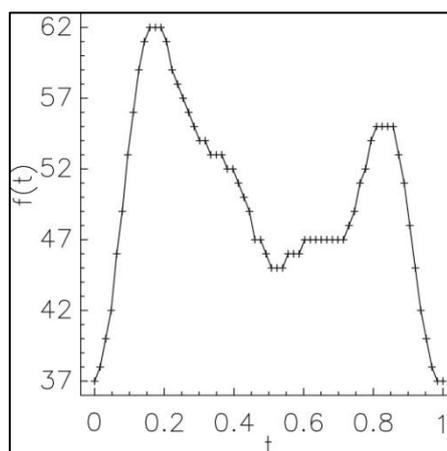


fig. 3.4.1: curva actividad/tiempo.

La forma de esta curva es compleja y difícil de analizar directamente. No obstante, existe un

teorema del análisis matemático (Teorema de Fourier) que asegura que las funciones continuas periódicas pueden ser aproximadas mediante funciones periódicas sencillas de manera que la suma infinita (serie) de estas funciones más sencillas reproduzca la función original. Las funciones sinusoidales son las funciones elementales más empleadas en este tipo de análisis. Esto significa que podemos descomponer la función de la figura 3.4.1 en una suma de funciones sinusoidales. La figura 3.4.2 nos muestra cómo sumando 4 funciones sinusoidales de frecuencias cada vez más altas se consigue reproducir correctamente la función original. Estas frecuencias no son cualesquiera, sino que son múltiplos de una frecuencia fundamental <sup>4</sup>. La idea subyacente es buscar el valor medio de la función (que es un valor constante y por lo tanto de frecuencia cero -por no variar) y modularlo con funciones

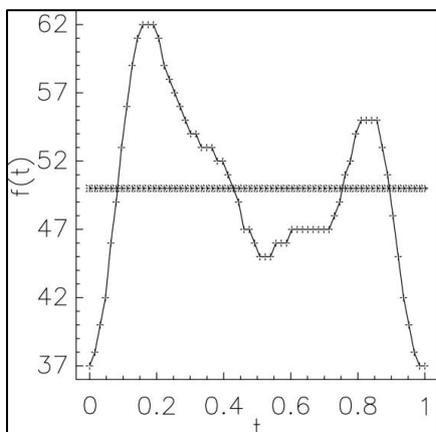


fig.3.4.2 (a): original y valor medio.

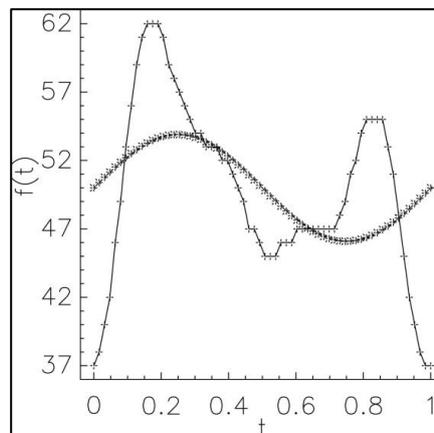


fig.3.4.2 (b): original, valor medio y 1 senoide.

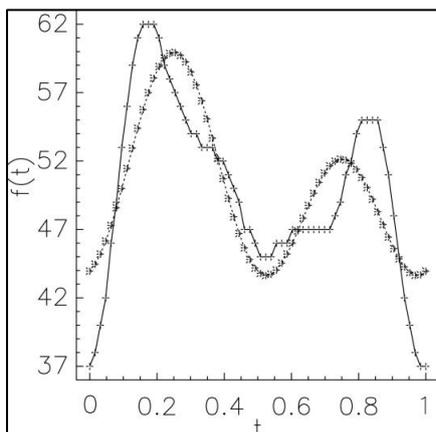


fig.3.4.2 (c): original, valor medio y 2 senoideas.

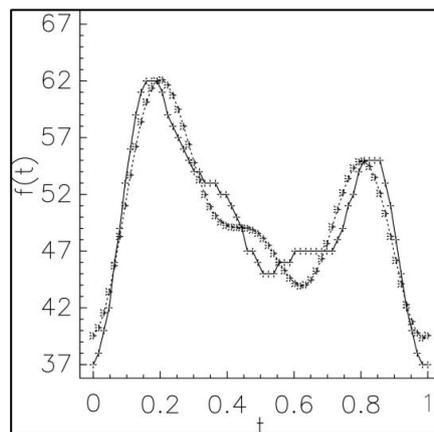


fig.3.4.2 (d): original, valor medio y 3 senoideas.

<sup>4</sup> Para funciones periódicas, la frecuencia fundamental es el inverso de su período. Para funciones no periódicas, a fin de poder aplicar las técnicas de las funciones periódicas, se considera que su período es la duración de la función.

sinusoidales de frecuencias crecientes (términos armónicos) a fin de aproximarlos, cada vez más exactamente, al perfil de la función originaria.

Es importante observar que el número de sinusoides en el que se descompone la función original no está definido de antemano <sup>5</sup>. Es como si fuera un "ajuste" (descomposición en serie de Fourier) en el que el número de términos dependiera del tipo de función, variando su número según las distintas frecuencias que sean necesarias para conseguir reproducir correctamente el perfil de la función. En este caso bastan 4 sinusoides para obtener una aproximación excelente (fig.3.4.2 (e)).

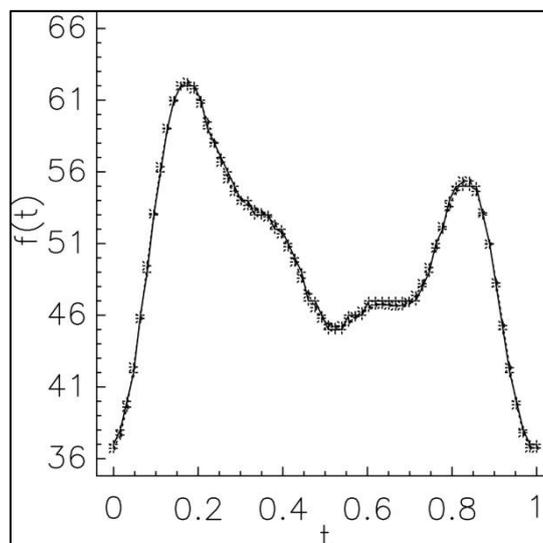


fig. 3.4.2 (e): original , valor medio + 4 sinusoides.

La forma concreta de obtener los coeficientes que multiplican las funciones elementales de este tipo de descomposición excede el propósito de este texto. Cabe decir que se trata de números complejos y que éstos se representan mediante dos cantidades, el módulo o amplitud y el argumento o fase. Este tipo de descomposición de señales periódicas se generaliza a funciones aperiódicas mediante la **transformada de Fourier**. Análogamente, los valores obtenidos en esta transformación serán también números complejos y su representación gráfica tiene dos partes: una que refleja las variaciones de la amplitud con la frecuencia denominada **espectro de amplitudes** (clasificación de la amplitud en función de la frecuencia) y otra que muestra la dependencia de la fase con respecto a la frecuencia, que es el **espectro de fases**. En el ejemplo que acabamos de ver se han obtenido los espectros de

<sup>5</sup>Si la función es continua se precisan infinitas funciones. Si, como ocurre en la práctica, la curva está formada por un cierto número de puntos N, el número máximo de funciones o de frecuencias que se podrán emplear es N/2 (Ver apartado 4.2).

amplitud y de fase que se muestran en las fig. 3.4.3 y fig. 3.4.4. Las abscisas indican los factores (k) empleados para obtener las frecuencias como múltiplos de la frecuencia fundamental. La amplitud para k=0 corresponde al valor medio. Nótese la gran diferencia que existe entre este valor y las amplitudes de las sinusoides para frecuencias superiores y como éstas, aunque decrecientes, son prácticamente idénticas a partir de k=4. Esto significa que el detalle aportado por frecuencias superiores es muy pequeño. De ello se infiere que las variaciones suaves pueden reproducirse de forma precisa con pocas sinusoides de bajas frecuencias (k pequeño), diciéndose que las variaciones suaves son de bajo contenido frecuencial. La fase sólo presenta en este caso dos valores 0 y  $\pi/2$  (~1.6).

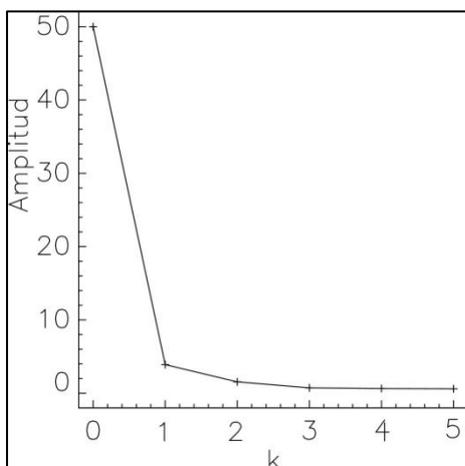


fig. 3.4.3: espectro de amplitud.

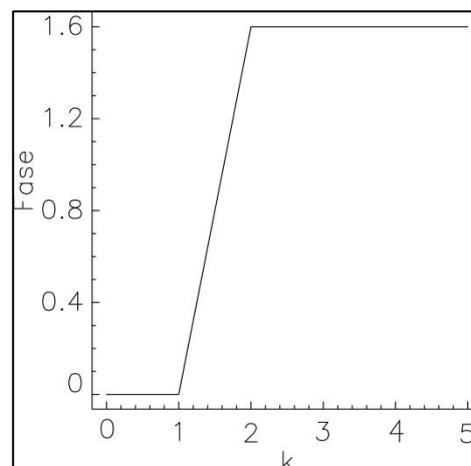


fig. 3.4.4: espectro de fases.

En la figura 3.4.5 se presenta el caso de una función cuadrada. Se trata de una función con unos cambios repentinos que sugieren un contenido frecuencial mucho mayor que en el caso anterior.

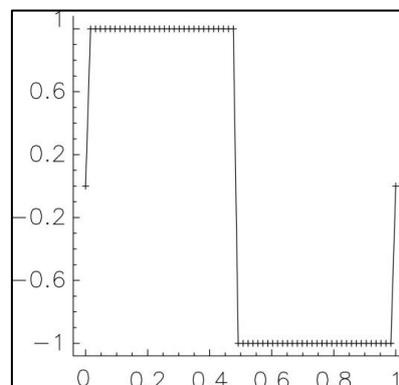


fig. 3.4.5: onda cuadrada.

Como puede observarse en la sucesión de gráficas de la fig. 3.4.6, 4 términos son totalmente

insuficientes para conseguir reproducir este perfil. En consecuencia, se deduce que los cambios bruscos precisan de un mayor número de frecuencias que los contornos suaves para su reproducción<sup>6</sup>.

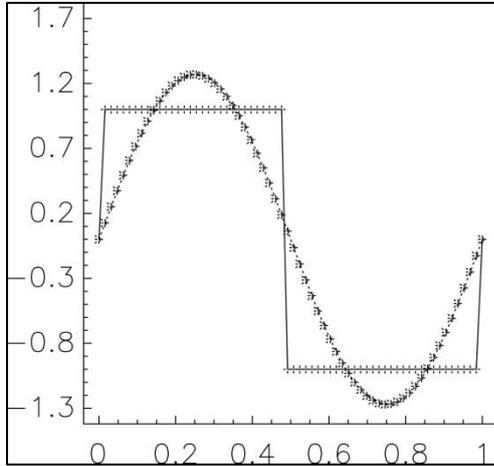


fig. 3.4.6 (a): original y una senoide.

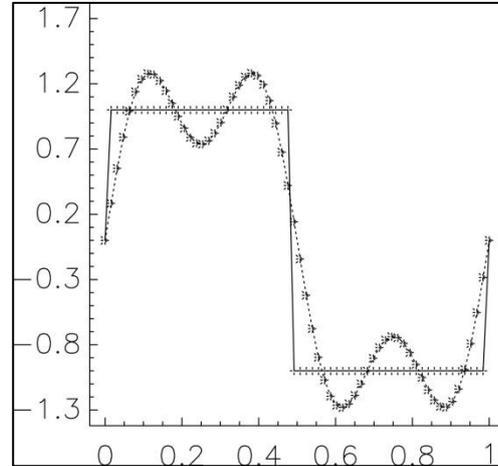


fig. 3.4.6 (b): original y suma de 2 sinusoides.

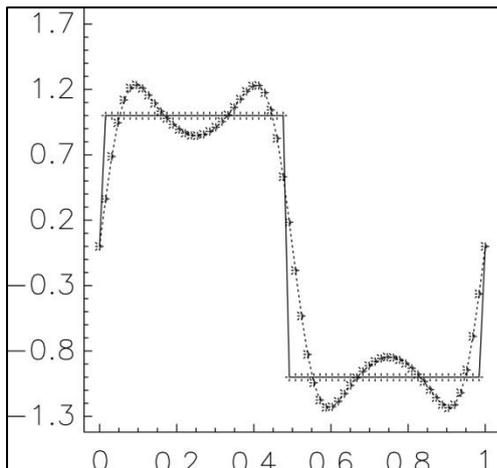


fig. 3.4.6 (c): original y suma de 3 sinusoides.

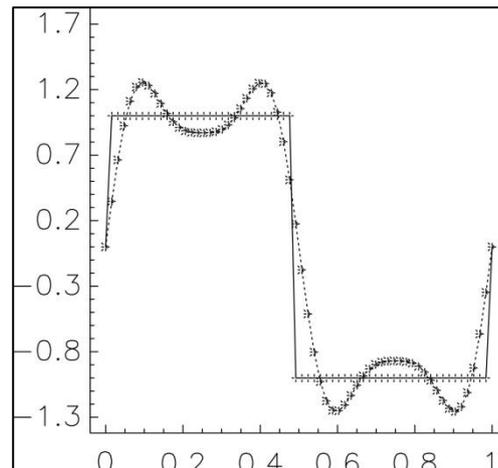


fig. 3.4.6 (d): original y suma de 4 sinusoides.

### 3.5 Análisis frecuencial de imágenes

Esta forma de análisis de funciones no está limitada a las curvas sino que esta metodología rige de forma totalmente equivalente en las imágenes: en efecto, hemos visto que la forma

<sup>6</sup> Este caso, al tratarse de una función discontinua, a pesar de aumentar el número de términos no se consigue reproducir exactamente la función debido al llamado fenómeno de Gibbs que hace aparecer oscilaciones en las discontinuidades.

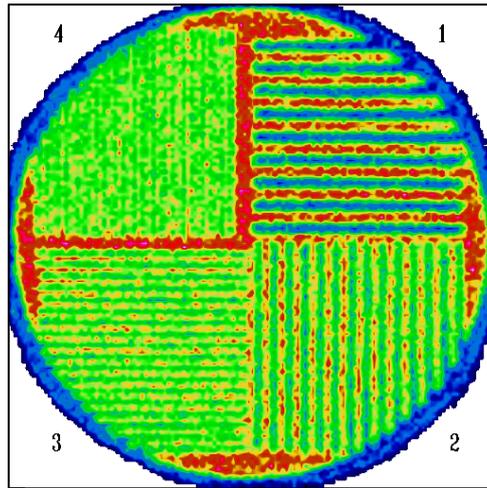


fig 3.5.1 (a): imagen original de maniquí de barras

usual de representar una distribución de actividad consiste en asignar a cada punto de una matriz un valor que corresponde a la actividad detectada. Una forma alternativa consiste en disponer de un conjunto de funciones elementales que adecuadamente combinadas representen la misma distribución de actividad, como si de un ajuste se tratara. Esto es, se basa en ajustar la imagen a tantas sinusoides como sea posible para reproducir la distribución original de actividad. En el caso de las imágenes, por tratarse de distribuciones en dos dimensiones, el "ajuste" o "descomposición" en sinusoides se debe hacer en ambas direcciones (X e Y) ya que existirán variaciones según X que se representarán mediante sus frecuencias ( $f_x$ ) y otras según Y que se representarán mediante ( $f_y$ ).

Ya que se trata de imágenes (2 dimensiones), la representación de las amplitudes y la de las fases también serán imágenes, en las que un eje corresponderá a la frecuencia horizontal ( $f_x$ ) y el segundo eje a la frecuencia vertical ( $f_y$ ). En estas imágenes el origen de frecuencias, es decir,  $f_x=0, f_y=0$  se sitúa en el centro de la imagen y tienen simetría central con lo que basta considerar un cuadrante. En la imagen de amplitud las coordenadas de cada pixel son las frecuencias ( $f_x, f_y$ ) y el valor de cada pixel corresponde a la amplitud para estas frecuencias. En la de fase, el valor del pixel corresponde al valor de la fase. La fig. 3.5.1 muestra la imagen de un maniquí de barras (3.5.1(a)) junto con sus imágenes de amplitud y de fase. Cada cuadrante de la imagen original ha sido numerado por orden decreciente del grosor de las barras (1,2,3,4). Obsérvese que a mayor grosor, al estar más separadas, las barras forman una distribución de menor frecuencia (hay menos por unidad de longitud) que otras más delgadas.

La imagen de amplitud (3.5.1.(b)) permite visualizar directamente cuáles son las frecuencias características (que aparecen como puntos de valor elevado) así como la extensión frecuencial, es decir, la mayor frecuencia que interviene significativamente en la imagen. Como puede apreciarse, la imagen de amplitud presenta simetría respecto al centro, por lo que basta con restringir su estudio a un cuadrante. Obsérvese también que aparte del punto brillante central (que representa el valor medio de la imagen que corresponde a las frecuencias nulas) aparecen, en este caso, 2 puntos brillantes en cada semieje. Cada uno de ellos corresponde a cada uno de los tipos de barras del maniquí. En esta imagen se han numerado estos puntos según el cuadrante de la imagen

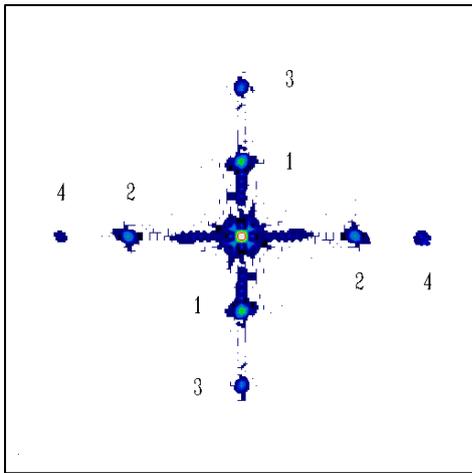


fig.3.5.1 (b): imagen de amplitud

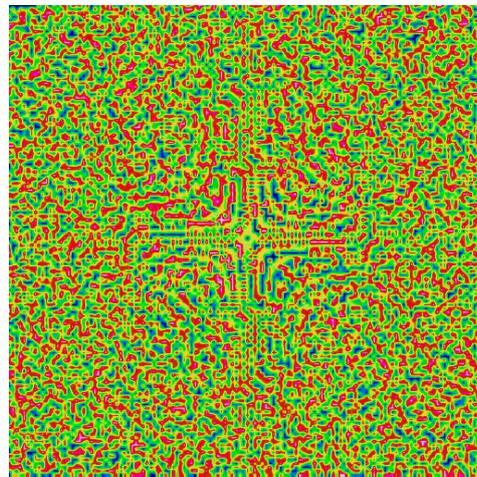


fig.3.5.1(c): imagen de fase.

original de donde proceden. Cómo puede observarse, al cuadrante 1 le corresponde un punto más cercano al origen (que es el centro de la imagen) que al cuadrante 2, éste que al cuadrante 3 y finalmente éste que al cuadrante 4 que es el de mayor frecuencia.

Observar que las barras horizontales (cuadrantes 1 y 3) corresponden a frecuencias verticales ya que es al recorrer la imagen en este sentido como son detectadas y por lo tanto están representadas en el eje vertical. Análogamente ocurre con las barras verticales que se detectan al recorrer la imagen horizontalmente y en consecuencia les corresponderán frecuencias horizontales (cuadrantes 2 y 4).

La imagen de fase, que también es simétrica respecto al centro, no aporta directamente ninguna información sobre la imagen en este caso<sup>7</sup>.

Para facilitar la interpretación de la imagen de amplitud, se obtiene un perfil que sintetiza en

<sup>7</sup> Para un estudio en profundidad de la fase es referencia el trabajo de Oppenheim y Lim: The importance of phase in signals. Proceedings of the IEEE, vol 69, no 5, 1981, pág: 529-541

una curva el contenido frecuencial de la imagen. Este perfil, que se obtiene promediando sobre anillos sucesivos centrados en el centro de la imagen (espectro circular), aunque mezcle las frecuencias en todas direcciones, indica la contribución (amplitud) de cada frecuencia a la distribución global.

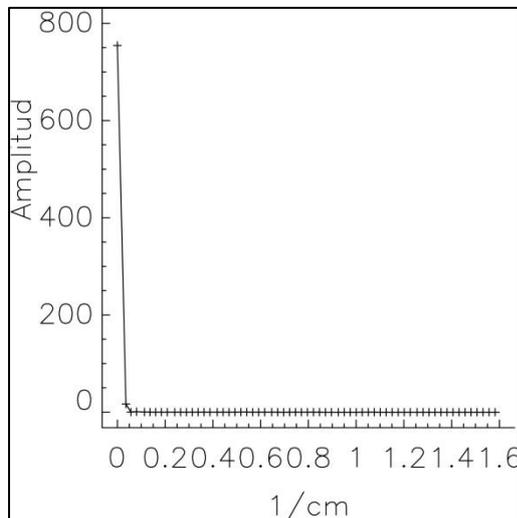


fig. 3.5.2(a): espectro circular

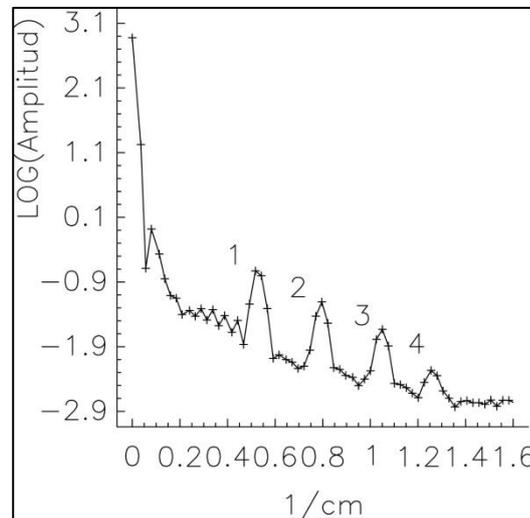


fig.3.5.2 (b): logaritmo del espectro circular

Debido a la gran diferencia de valores entre el valor de la amplitud a frecuencia cero y los valores para el resto de frecuencias (fig.3.5.2(a)), se emplea el logaritmo en vez de los valores directos (fig. 3.5.2(b))<sup>8,9</sup>.

Como vemos, la gráfica se expande considerablemente, permitiendo identificar la amplitud para cada frecuencia de las barras. La figura 3.5.2 (b) se puede considerar como la superposición de una serie de picos sobre una curva que disminuye a medida que aumenta la frecuencia. Esto nos indica la naturaleza misma de la imagen del maniquí de barras. La componente continua corresponde a la actividad "uniforme" de la placa de cobalto utilizada para obtener la imagen y los picos se deben a la disposición de las barras. en concordancia con lo que se observa en la imagen de amplitud (fig. 3.5.1 (b)). Además se observa que la

<sup>8</sup> Además de los espectros habituales, a menudo se emplea el espectro de potencia ("power spectrum") que indica la energía asociada a cada frecuencia.

<sup>9</sup> Los logaritmos son una forma alternativa de representar un número. Así, se fija un valor de referencia llamado base, por ejemplo 10, y se busca a que valor hay que elevar la base para obtener tal número. Este valor es el logaritmo. Por ejemplo, el logaritmo de 1000 en base 10 es 3, ya que  $10^3=1000$  y el de 1000000 es 6. Esto permite que cantidades muy distintas entre sí les correspondan valores suficientemente próximos para ser representados en una misma gráfica. También permiten convertir una relación exponencial en una relación lineal, cosa que simplifica mucho los cálculos.

altura de estos "picos" relativa a la curva continua, disminuye al aumentar la frecuencia, lo que corresponde al hecho de que las barras anchas (de menor frecuencia) se distinguen mejor que las barras más finas (de frecuencia mayor). Cabe mencionar que al igual que se han empleado logaritmos en el espectro también se pueden tomar logaritmos directamente en la

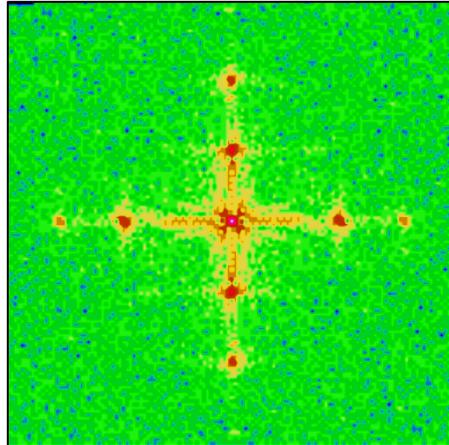


fig. 3.5.3: logaritmo de la imagen 3.5.1 (b).

imagen de amplitud (fig.3.5.1(b)) obteniéndose una imagen en la que aparecen claramente los máximos correspondientes a cada secuencia de barras (fig.3.5.3).

La total equivalencia entre las representaciones directas y frecuenciales de las imágenes hace que toda transformación en una representación tenga su traducción en la otra. Así, si la imagen de barras estuviera girada (p.e.  $45^\circ$ ) (fig.3.5.4(a)), la imagen de amplitudes tendría

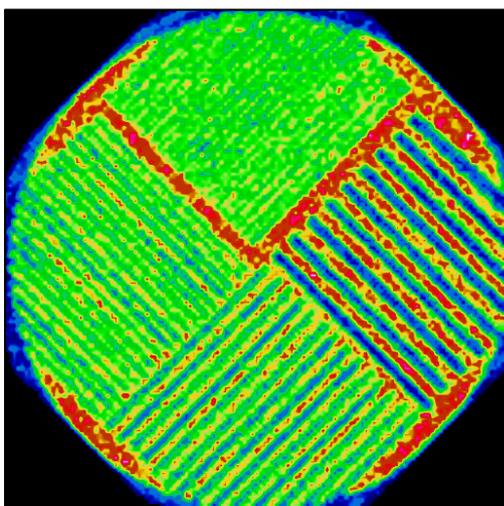


fig. 3.5.4 (a): maniquí de barras girado  $45^\circ$  en sentido horario.

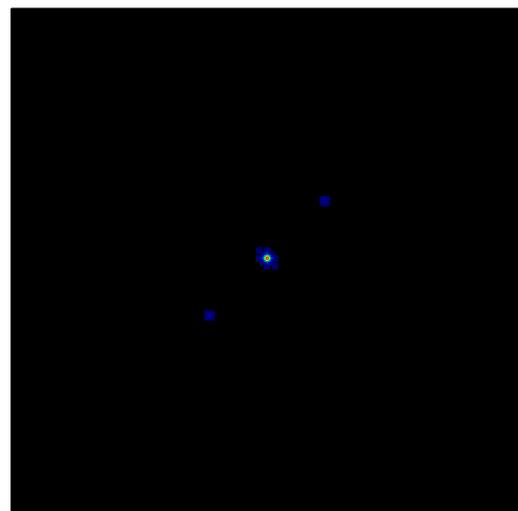


fig.3.5.4 (b): imagen de amplitud del maniquí de barras girado  $45^\circ$ .

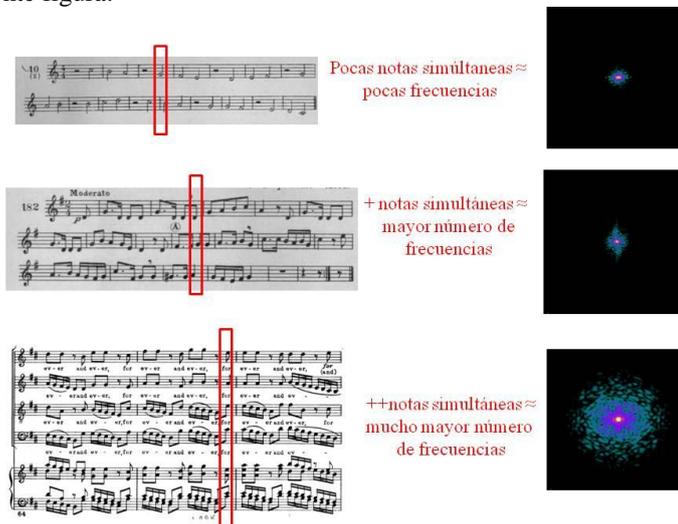
los máximos de las barras también girados el mismo ángulo (fig.3.5.4(b)).

El recíproco también es cierto, esto es, toda modificación de las imágenes de amplitud y fase se traduce en una modificación de la imagen original o directa; como se verá, éste es el fundamento de la aplicación de filtros frecuenciales<sup>10</sup>.

### 3.6 Imágenes de Medicina Nuclear

Retomando el símil musical, veamos cómo se establece un nuevo paralelismo: las frecuencias espaciales, que son las que nos ocupan, son similares a las frecuencias temporales. Así, un sonido grave, que corresponde a pocas oscilaciones por segundo, es de baja frecuencia. Un sonido agudo, de muchas oscilaciones por unidad de tiempo, es de alta frecuencia. Paralelamente, una distribución de actividad que varíe suavemente al recorrerla se representará adecuadamente con sinusoides de baja frecuencia mientras que una distribución que varíe mucho al pasar de un punto al siguiente precisará de oscilaciones de alta frecuencia.

<sup>10</sup> Se puede establecer una similitud con la música. Ésta consiste en una sucesión organizada de sonidos generados por la voz o instrumentos musicales en el tiempo. Estos sonidos- que son conjuntos de variaciones de presión del aire de distintas frecuencias- se representan mediante una sucesión de notas en un pentagrama que forma una partitura. Según la complejidad de la partitura en un corto espacio de tiempo se oirán simultáneamente unas pocas notas (melodía simple) o una superposición compleja de ellas. Lo mismo ocurre con las imágenes. Éstas pueden ser "sencillas", es decir, con poco contenido frecuencial o "complejas" pensando que una imagen correspondería a un momento de una pieza musical (ya que no varía en el tiempo) como se intenta ilustrar en la siguiente figura:



La similitud musical consistiría en pensar que toda modificación en una partitura se traduce en un cambio en el sonido que representa y que- dentro de ciertos límites- todo cambio en una pieza musical se traduciría en un cambio en su partitura. Alterar la imagen de fase sería equivalente a alterar el momento en que se tocan determinadas notas o la entrada de algún instrumento y alterar la amplitud de algunas frecuencias sería , por ejemplo, que algún instrumento alterara la intensidad de sus notas pasando de un forte a un pianissimo.

Cuanto más suave sea la distribución, menor número de frecuencias distintas serán necesarias para reproducirla (menor extensión tendrá la imagen de amplitud). Un caso límite lo constituye una distribución constante que estará perfectamente definida por un solo valor que es precisamente su magnitud y que corresponde al caso de frecuencia nula ya que no hay cambios al desplazarse por la imagen. Otro caso límite, opuesto al que acabamos de ver, lo constituye la imagen de un punto. En este caso se precisan todas las frecuencias disponibles (si fuera un punto "ideal" se precisaría un número infinito) ya que se trata de la variación más brusca que puede existir (cero-todo-cero). Si una fuente es de dimensiones muy reducidas ("puntual") sólo podrá reproducirse correctamente si disponemos de un gran número de frecuencias. Entre ambos extremos se sitúan las imágenes habituales.

Desde el punto de vista frecuencial podemos considerar que las imágenes de Medicina Nuclear están formadas por tres grupos de frecuencias (bajas, medias y altas) variando la importancia relativa de unas u otras según el tipo de imágenes de que se trate. Tal como se ha comentado anteriormente (apartado 2.2), podemos considerar las imágenes "nucleares" formadas por la superposición del fondo con la actividad del órgano o zona de interés (objeto) y del ruido estadístico ("noise") hecho que se refleja "frecuencialmente" como se ilustra en la figura 3.6.1 que corresponde a un corte transversal obtenido de un SPECT cerebral. Obsérvese cómo las frecuencias bajas y medias configuran el objeto y como el ruido "altera" las amplitudes de todas las frecuencias, siendo esta alteración relativa más importante a medida que la frecuencia es mayor. Esto se debe a que las amplitudes del objeto disminuyen al aumentar la frecuencia y por ser la amplitud del ruido aproximadamente independiente de la frecuencia (ruido blanco)<sup>11</sup>

---

<sup>11</sup> Los procesos de reconstrucción tomográfica modifican las características del ruido introduciendo dependencias con la frecuencia. La figura 3.6.1 es un ejemplo para ilustrar cómo el ruido emmascara las imágenes.

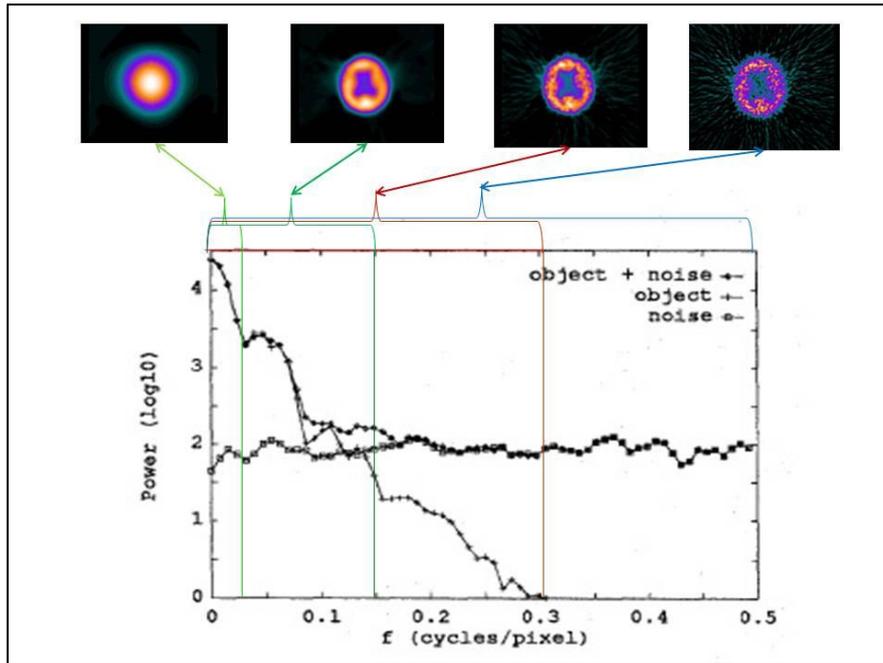


fig. 3.6.1: relación entre imagen y espectro de potencia  
(basada en el artículo de Beis J.S., Celler A., Barney J.S)

Una imagen que se puede obtener fácilmente y que sirve para caracterizar el funcionamiento de las gammacámaras es una imagen de uniformidad. Su espectro frecuencial teórico hemos visto que se reduce a un sólo punto; su espectro real, no obstante, dependerá del equipo detector y, sobre todo, del número de cuentas, es decir, del nivel de ruido. Su espectro para distinto número de cuentas se muestra en la fig. 3.6.2. En ella puede observarse como al aumentar el número de cuentas, la importancia relativa de las amplitudes de las altas frecuencias respecto a las de las bajas frecuencias disminuye. Esto permite suponer que al ruido presente en estas imágenes le corresponde un espectro "plano" cuyo valor medio disminuye al aumentar el número de cuentas. De ello deducimos que el espectro puede considerarse que tiene dos componentes: uno, que va decreciendo a medida que las frecuencias aumentan y que informa de cómo el detector modifica la amplitud asociada a cada frecuencia (independiente del número de cuentas) y otro aproximadamente constante para todas las frecuencias que corresponde al ruido y depende del nivel de cuentas. Se deduce que el nivel de ruido determina la proporción del espectro de interés que sobresale por encima de dicho ruido.

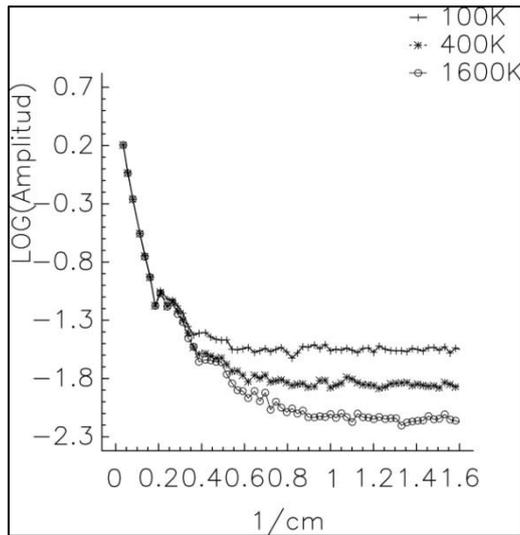


fig.3.6.2: variación del espectro de uniformidad con el número de cuentas.

El comportamiento frecuencial de las imágenes de uniformidad puede asemejarse al comportamiento del fondo de las gammagrafías, ya que ambos provienen de una distribución más o menos homogénea de actividad.

En los espectros del maniquí de barras obtenidos a distinto número de cuentas (fig.3.6.3) ocurre el mismo fenómeno que con el espectro del fondo. En ellos observamos como a mayor número de cuentas (menor ruido) se distinguen más las frecuencias características del maniquí.

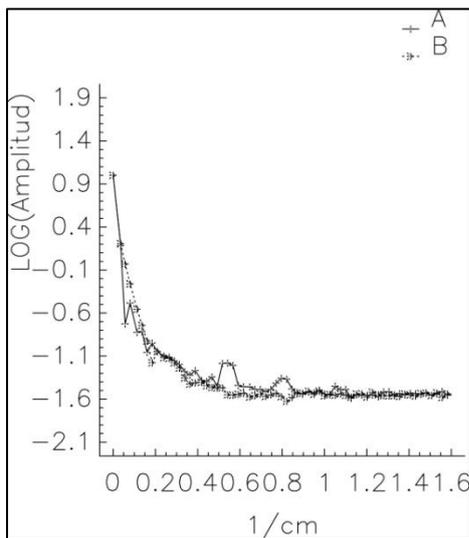


fig.3.6.3 (a): espectros de : A:maniquí, B:fondo número de cuentas=100.000.

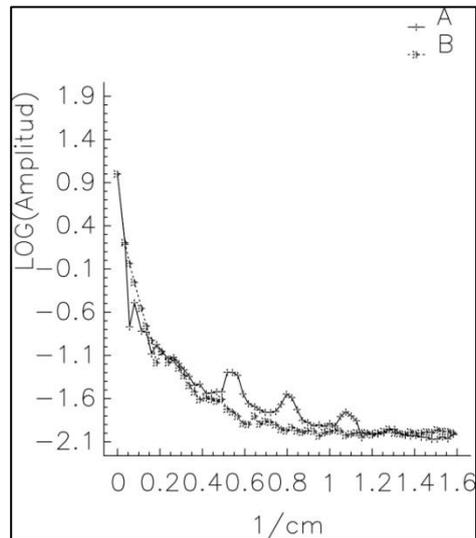


fig.3.6.3 (b): Espectros de :A:maniquí, B:fondo número de cuentas: 1.000.000.

A medida que el nivel de ruido disminuye afloran frecuencias que de otro modo no se

distinguirían de las del ruido. En las figuras 3.6.3 se observa además que el espectro del maniquí se puede considerar formado por el espectro ideal del maniquí (que serían 4 barras de igual altura) modificado por la respuesta del detector (que las acampana y achata), al que se superpone el espectro del fondo (como los de la figura 3.6.2) debido a que la imagen se obtiene experimentalmente mediante el maniquí interpuesto entre una fuente de radiación uniforme (como en la determinación de la uniformidad) y el detector. Lo que se obtiene es una combinación de ambos espectros no existiendo una separación clara entre ellos.

A medida que aumenta la complejidad de la imagen, aumenta el número de frecuencias necesarias para reproducirla. Se dice entonces que el contenido frecuencial aumenta.

Una imagen característica de Medicina Nuclear es la captación localizada de trazador en un órgano homogéneo como puede ser la captación de plaquetas por el bazo (fig. 3.6.4(a)).

En este tipo de imágenes, existe una cierta elevación de las frecuencias intermedias para dar cuenta del incremento localizado de actividad. Observar que aunque haya una elevación importante de la actividad en el bazo, la imagen en su totalidad es en conjunto "suave" lo que se traduce en una imagen de amplitud (fig.3.6.4(b)) concentrada alrededor del origen de frecuencias.

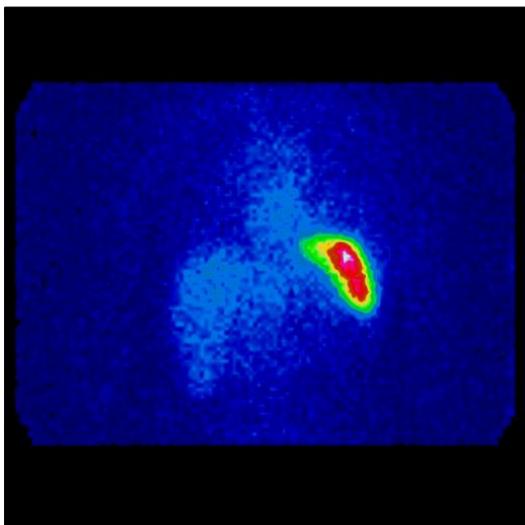


fig.3.6.4 (a): captación de plaquetas en el bazo.

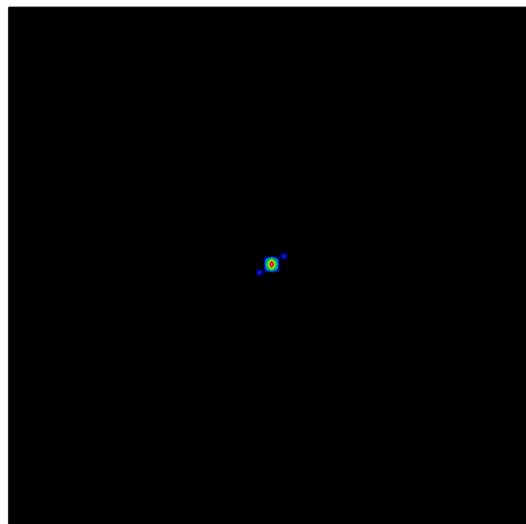


fig.3.6.4 (b): imagen de amplitud de la 3.6.4 (a).

Compárese el espectro correspondiente (fig. 3.6.5) con el espectro del fondo para un nivel de cuentas equivalente. Se observa un incremento de las amplitudes en el intervalo de frecuencias  $0.20-0.70 \text{ cm}^{-1}$ .

La fig.3.6.6 (a) corresponde a una exploración ósea en la que destaca el contraste entre el fondo y el hueso. Obsérvese como la amplitud se distribuye alrededor del centro de forma

más o menos homogénea extendiéndose mucho más que la correspondiente a una captación de plaquetas en bazo . Su gama de frecuencias es más extensa que la del ejemplo anterior,

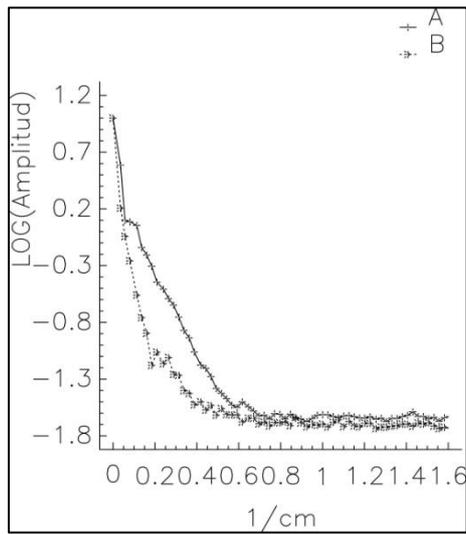


fig.3.6.5: espectros de : A:bazo, B:fondo.

debido a que una gammagrafía ósea muestra una distribución de actividades más heterogénea que una gammagrafía esplénica con plaquetas.

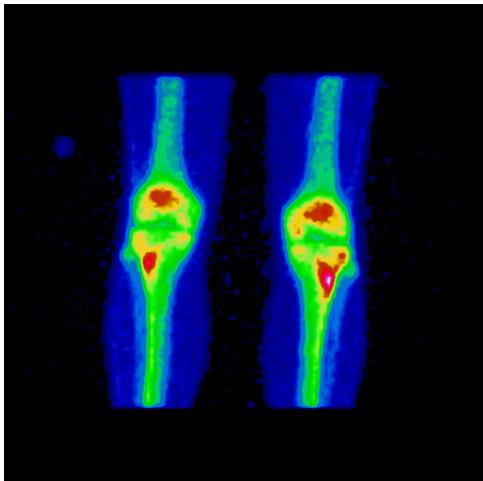


fig. 3.6.6 (a): exploración ósea.

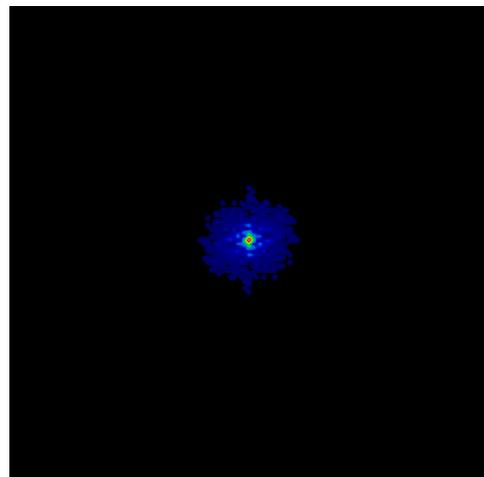


fig.3.6.6 (b): imagen de amplitud de 3.6.6 (a).

La superposición del espectro de amplitudes de esta imagen y el del fondo (fig.3.6.6) pone de manifiesto un aumento significativo de las frecuencias en el intervalo  $0.10-1.3 \text{ cm}^{-1}$ .

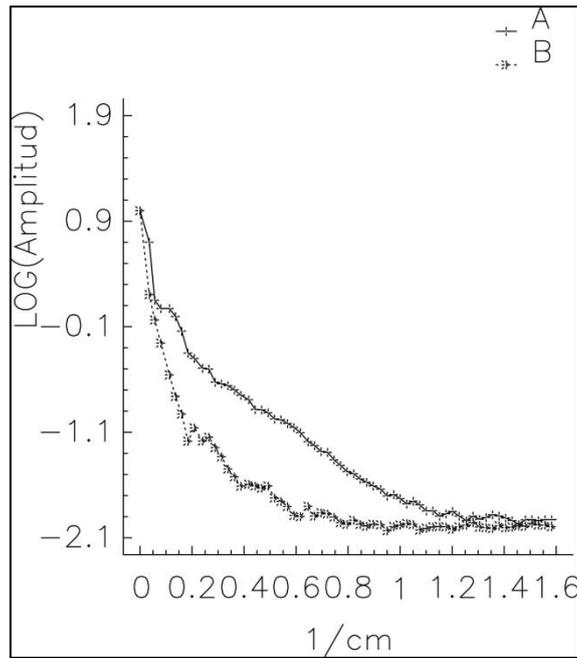


fig.3.6.7: espectros de A:rodillas, B:fondo.

Se dice que el contenido frecuencial es tanto más alto cuanto mayor número de estructuras distintas tenga el órgano explorado, o para ser más precisos, cuanto más estructurada ("barroca") es la imagen: la imagen planar correspondiente a un corte del maniquí de cerebro de Hoffman es un buen ejemplo (fig.3.6.8).

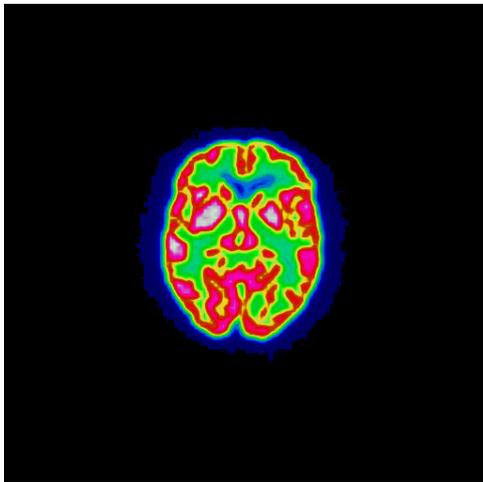


fig. 3.6.8 (a): maniquí de cerebro.

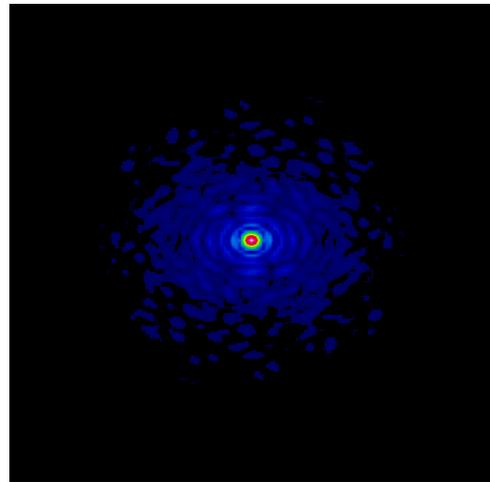


fig. 3.6.8 (b): imagen de amplitud de 3.6.8 (a).

Se trata de una distribución de actividad con zonas homogéneas y con zonas de morfología complicada. Esto se traduce en una imagen de amplitud que presenta valores significativamente distintos de cero a frecuencias elevadas (fig. 3.6.9).

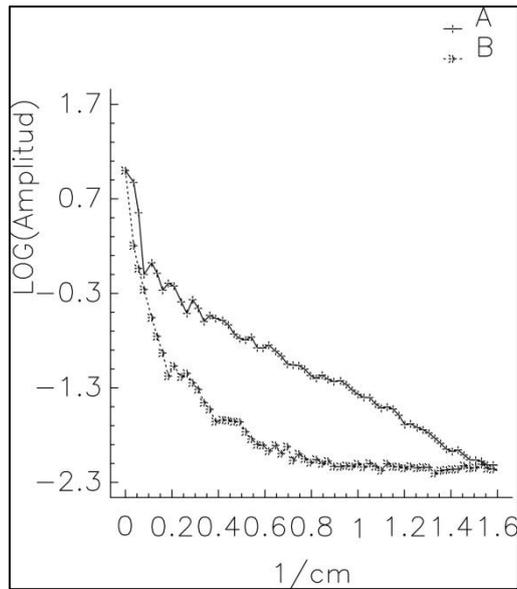


fig. 3.6.9: espectro del maniquí de cerebro: A: cerebro, B: fondo.

### 3.7 Imágenes de SPECT

La composición frecuencial de las imágenes de SPECT es más compleja que la de las imágenes planares. Esto es debido fundamentalmente a que se obtienen por cálculo a partir de unas imágenes planares que han sido registradas desde distintos ángulos, a que estos cálculos pueden fácilmente introducir artefactos y a que la aplicación de filtros puede modificar sustancialmente las imágenes primitivas. No obstante, y a pesar de las manipulaciones imprescindibles para su obtención, las imágenes de SPECT, cuando son técnicamente correctas, proporcionan mayor información estructural que las planares al haber eliminado la superposición de estructuras que estas ineludiblemente presentan. Un ejemplo del cambio introducido por la técnica de SPECT en la composición frecuencial de las imágenes es el ofrecido por la imagen de perfusión miocárdica planar obtenida en la proyección LAO 45° (fig.3.7.1) y por uno de los cortes del estudio tomográfico del mismo paciente (fig.3.7.2). La imagen planar está artefactada por la superposición de radiación extracardíaca y por el emborronamiento debido al movimiento del corazón. El corte tomográfico sólo está degradado por el movimiento cardíaco.

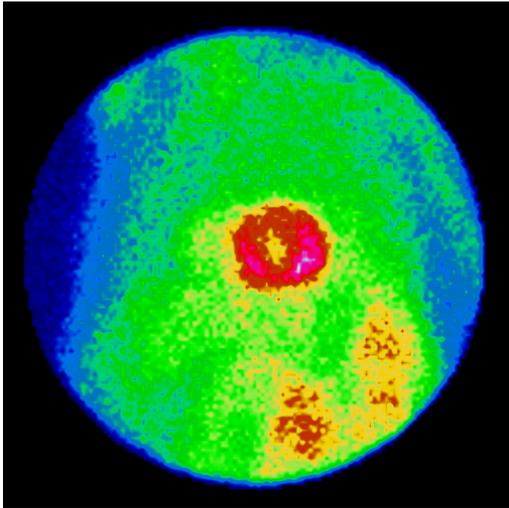


fig. 3.7.1: imagen planar de perfusión miocárdica.

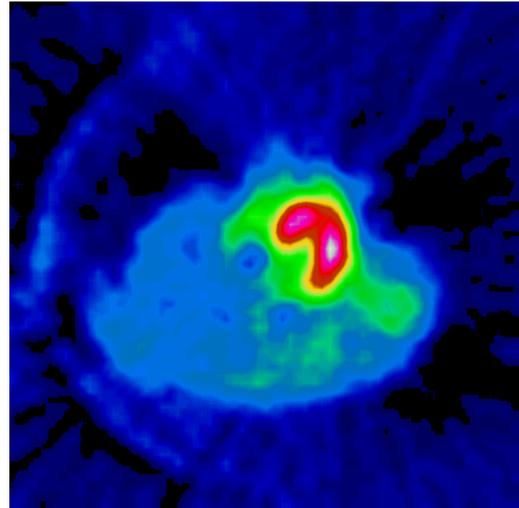


fig.3.7.2:corte transversal de estudio de perfusión miocárdica

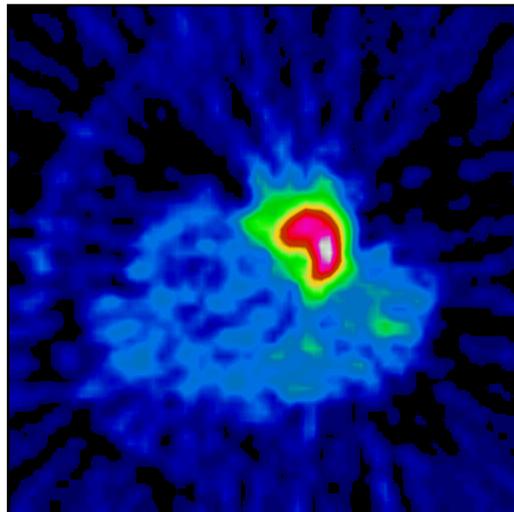


fig.3.7.3:imagen de SPECT- sincronizado correspondiente al corte de la figura 3.7.2.

Un grado mayor de calidad se consigue con la adquisición tomográfica sincronizada (gated-SPECT o tomo-gated) (fig.3.7.3) que consigue reducir el emborronamiento debido al movimiento del corazón si bien a expensas de una disminución del número de cuentas, lo que hace que la interferencia del ruido estadístico sea mayor que con las otras dos técnicas.

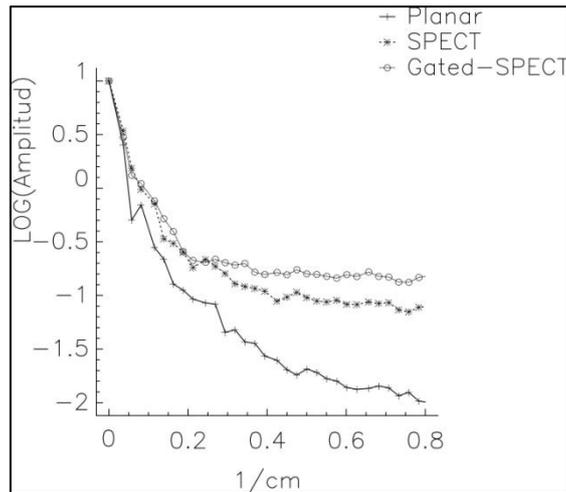


fig. 3.7.4: espectros de imágenes planar, SPECT y GATED-SPECT.

Como puede observarse en la figura 3.7.4, el espectro correspondiente al corte tomográfico (SPECT) posee, en la zona de las frecuencias intermedias ( $0.2-0.6 \text{ cm}^{-1}$ ) mucha mayor amplitud que el del registro planar. El espectro de la imagen gated-SPECT posee unas frecuencia intermedias todavía mayores que el del SPECT convencional, si bien no representa una ganancia tan espectacular como la del paso de planar a tomografía.

Las mejoras aportadas por el SPECT son altamente dependientes del procesado, esto es, del método de reconstrucción empleado y los filtros utilizados en la reconstrucción y que se detallan en los capítulos 5 y 6. Es interesante comparar, no obstante, los 3 espectros de la figura 3.7.4 - en este caso se había empleado el método de la retroproyección filtrada sin ningún filtro adicional - con los de las figuras 3.7.5, en que se aplica un filtro muy común de suavizado, y 3.7.6, en que se aplica un filtro de restauración<sup>12</sup>.

De estas gráficas se desprende que si se aplica un suavizado las amplitudes de las frecuencias medias y altas se reducen considerablemente haciendo que sea menos "ruidosa" pero también menos nítida. Por otra parte, la aplicación de un filtro de restauración incrementa las frecuencias intermedias consiguiendo así una imagen con más detalle y disminuye el efecto del ruido a frecuencias altas ( $> 0.6 \text{ 1/cm}$ ).

<sup>12</sup> Explicados en 5.4.3 estos filtros intentan restaurar las amplitudes atenuadas por el equipo detector.

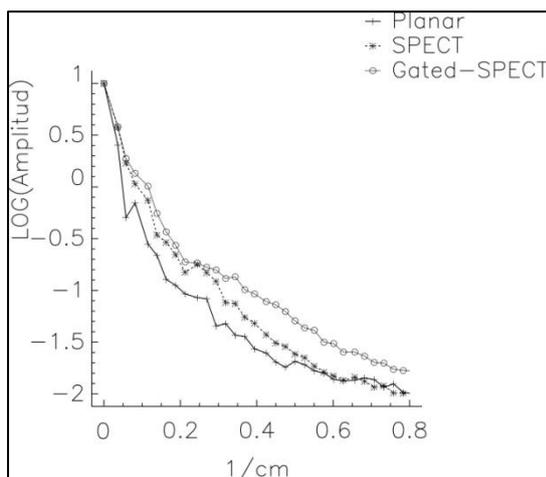


fig. 3.7.5: espectros al aplicar un filtro de suavizado.

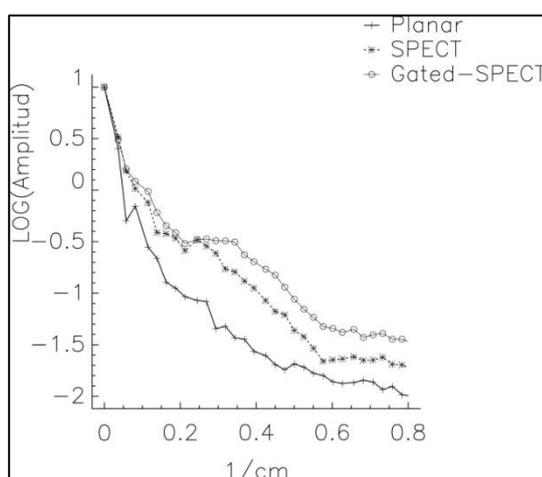


fig.3.7.6: espectros al aplicar un filtro de restauración.

El nivel de detalle de las imágenes (gammagrafías) se refleja en su espectro. Así, una imagen de perfusión cerebral (fig.3.7.7) con una estructura complicada, posee un contenido frecuencial elevado, mayor que, por ejemplo, la imagen de perfusión miocárdica vista anteriormente (fig. 3.7.2). Este hecho queda claramente reflejado cuando se comparan los espectros de ambas imágenes (fig.3.7.8).

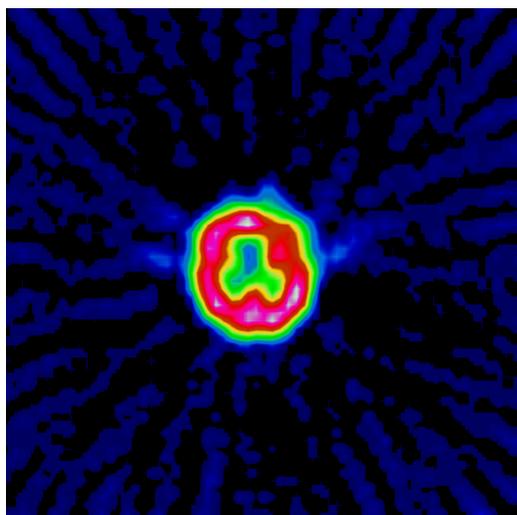


fig.3.7.7: imagen de SPECT de perfusión cerebral.

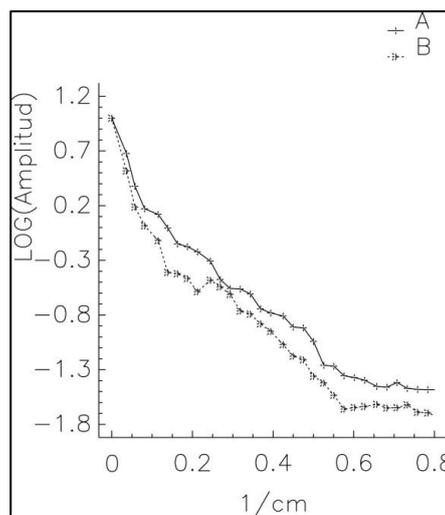


fig. 3.7.8: espectros de: A: Cerebro, B:Corazón .

Nótese cómo en los espectros de la fig. 3.7.8, la línea correspondiente a cerebro (A) presenta valores superiores respecto a los de corazón, indicando una mayor amplitud en todas las frecuencias, lo que traduce el hecho que al aumentar la complejidad de una imagen aumenta su contenido frecuencial.

La dependencia de la calidad de los resultados respecto a los parámetros de adquisición y

manipulaciones posteriores es bien conocida. Sin embargo, es interesante observar las consecuencias de algunos cambios de estos parámetros desde el punto de vista frecuencial.

### 3.7.1 Dependencia con el número de cuentas o tiempo por proyección.

Uno de los aspectos a los que más atención se presta en la adquisición de estudios es la obtención de un número satisfactorio de cuentas número de cuentas por proyección compatible con el confort y la inmovilidad del paciente. La fig. 3.7.1.1 nos muestra como varía un determinado corte tomográfico ya reconstruido en función del número de cuentas por proyección. En este caso, como se trataba de un maniquí de Hoffman de actividad prácticamente constante durante el experimento habiéndose variado el tiempo de adquisición por proyección.

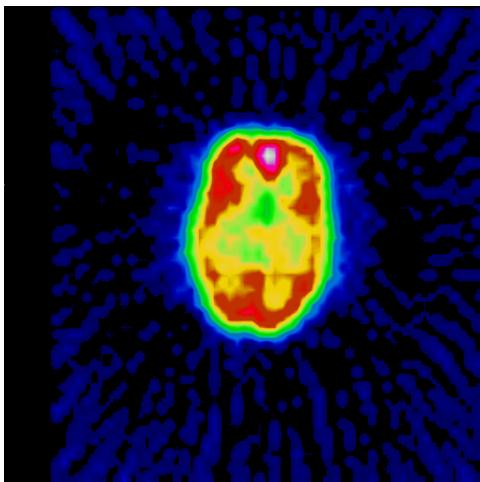


fig. 3.7.1.1 (a): reconstrucción de una adquisición a 20 s por proyección.

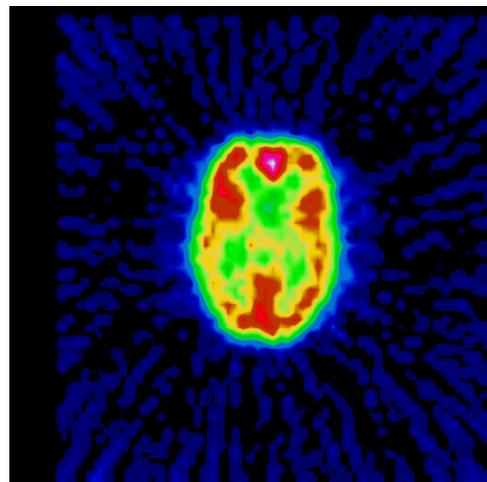


fig.3.7.1.1 (b): reconstrucción de una adquisición a 10 s por proyección

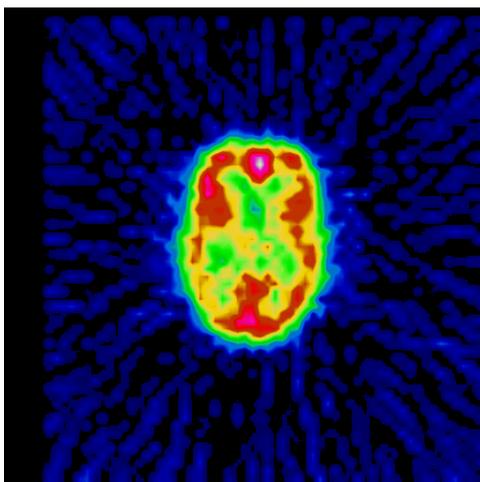


fig. 3.7.1.1 (c): reconstrucción de una adquisición a 5 s por proyección.

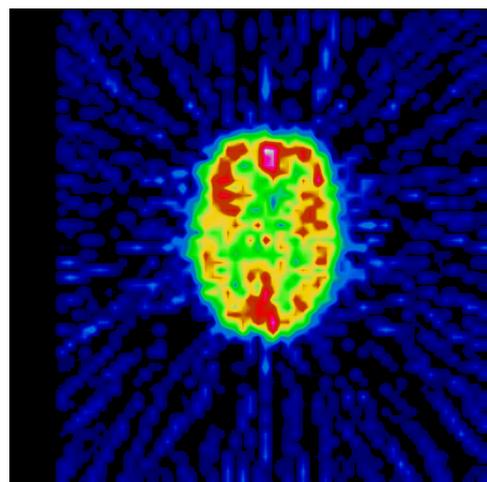


fig.3.7.1.1 (d): reconstrucción de una adquisición a 2s por proyección.

En los espectros de la figura 3.7.1.2 se observa cómo al disminuir el tiempo y por lo tanto el

número de cuentas adquiridas, el nivel de ruido va "invadiendo" cada vez frecuencias más bajas, desdibujándose consecuentemente cada vez más la imagen. O dicho de otra manera, a medida que aumenta el número de cuentas aumenta la separación entre la señal y el ruido aunque debido a que se trata de imágenes reconstruidas la relación entre el número de cuentas y calidad (cociente señal/ruido) no es directa como en las gammagrafías planares.

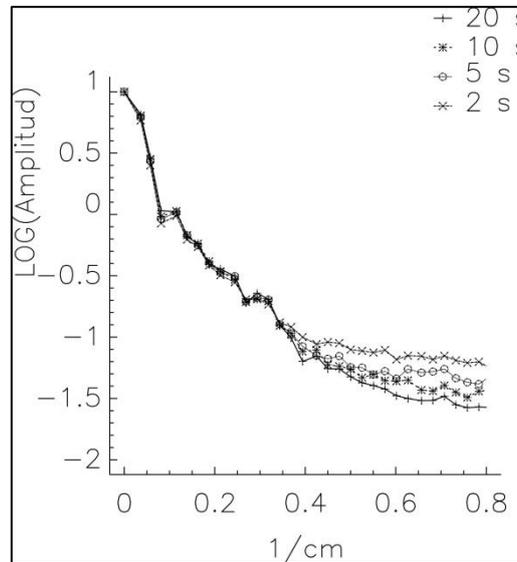


fig. 3.7.1.2: espectros en función del tiempo por proyección.

### 3.7.2 Distancia entre colimador y paciente

Analicemos la influencia de la distancia entre el colimador y el cuerpo del paciente, distancia que viene determinada por el radio de giro en una gammacámara. La figura 3.7.2.1 muestra 2 imágenes del maniquí de Hoffman, una procedente de un estudio adquirido a la distancia normal de trabajo, aproximadamente a 20 cm del borde del maniquí para simular la presencia de los hombros, que corresponde a un radio de 30 cm y otra obtenida aproximando el cabezal al máximo (radio de 12-13 cm que corresponde a una distancia de 2-3 cm respecto al borde del maniquí). Ambos estudios fueron adquiridos al mismo tiempo por proyección (mismo número de cuentas) con matriz de 64x64 y 64 proyecciones.

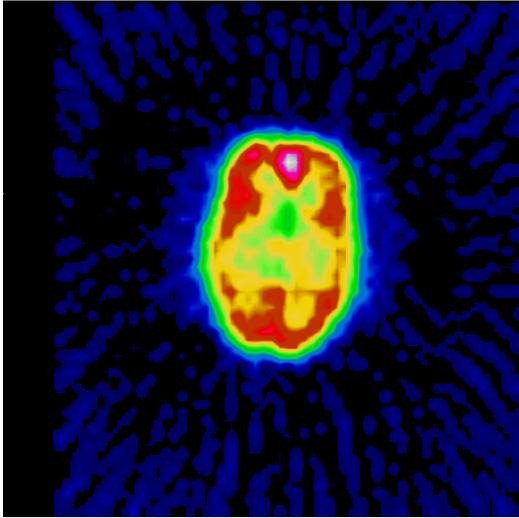


fig. 3.7.2.1(a):imagen obtenida a una distancia de 20 cm.

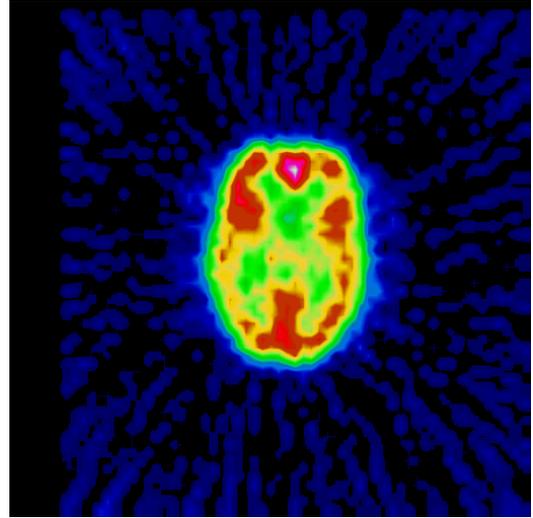


fig.3.7.2.1(b):imagen obtenida a una distancia de 2-3 cm .

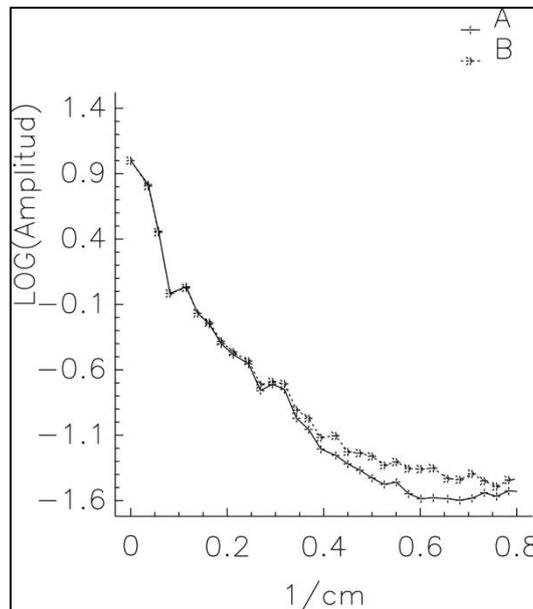


fig.3.7.2.2: A: espectro de la imagen 3.7.11 (a).  
B: espectro de la imagen 3.7.11 (b).

Obsérvese el ligero incremento de las amplitudes en el margen 0.4-0.8 en el espectro a corta distancia (B) respecto al de mayor distancia (A) en la figura 3.7.2.2 que se traduce en una mayor definición de la imagen a 2-3 cm (fig.3.7.2.1 (b)) que a 20 cm (fig.3.7.2.2(a)). Esta mejora en la resolución del corte tomográfico es consecuencia directa de la mejora de la resolución de las proyecciones originales que dependen, a su vez, del colimador utilizado en la adquisición en SPECT. El conocido empeoramiento de las imágenes con la distancia en gammagrafía planar también tiene repercusión en tomografía.

### 3.7.3 Relación entre distancia y matriz de adquisición

Si se repiten las dos adquisiciones anteriores empleando una matriz de 128x128 y 128 proyecciones pero manteniendo el tiempo total de adquisición, y se obtienen los cortes tomográficos equivalentes (fig. 3.7.3.1), no se consigue la mejora que cabría esperar por el hecho de emplear una matriz de mayor dimensión. De hecho se obtienen imágenes de peor calidad al haber disminuido el número de cuentas por pixel de las imágenes originales debido tanto al incremento de la dimensión de la matriz ( $64 \times 64 \rightarrow 128 \times 128$ ) como a la disminución del tiempo por proyección a fin de mantener aproximadamente el mismo tiempo total de la exploración.

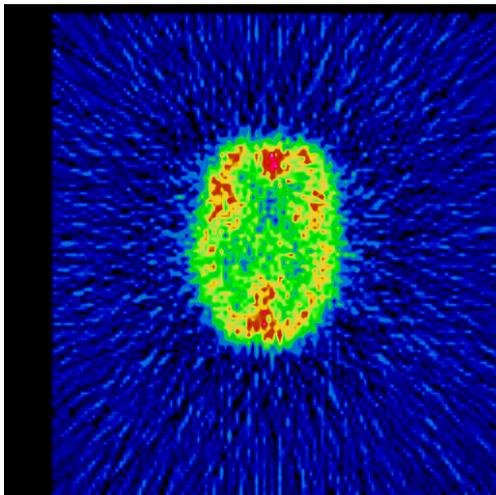


fig. 3.7.3.1(a):imagen obtenida del estudio a 20 cm de distancia y matriz de 128x128.

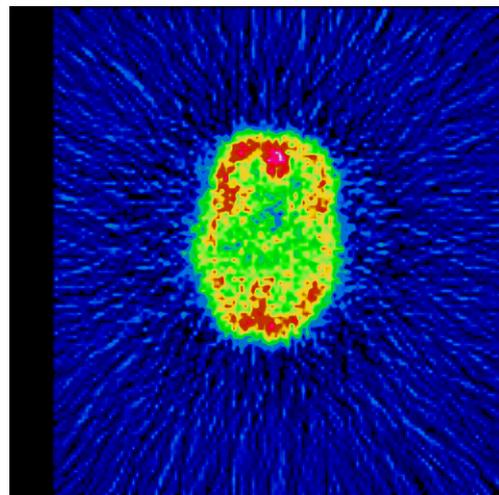


fig.3.7.3.1(b):imagen obtenida del estudio a 2-3 cm de distancia y matriz de 128x128.

Los espectros correspondientes (fig.3.7.3.2) indican claramente que, para las condiciones de adquisición empleadas (colimador, distancia, etc.) , ambas imágenes son equivalentes y que a partir de una frecuencia de  $\approx 0.5 \text{ cm}^{-1}$  puede considerarse que la señal no se distingue del ruido. En consecuencia, el empleo de matrices más finas no siempre mejora la imagen como queda de manifiesto en la fig.3.7.3.3, en la que se muestra el espectro obtenido con matriz de 64x64 y el obtenido con 128x128 ambos a la misma distancia. Obsérvese que el espectro correspondiente a 64x64 se mantiene por encima del de 128x128 hasta alrededor de  $0.4 \text{ cm}^{-1}$  situándose por debajo a frecuencias superiores a  $0.5 \text{ cm}^{-1}$ , indicando en este caso que la imagen de 64x64 posee mejor relación señal/ruido que la de 128x128 y con una resolución equivalente a la de ésta.

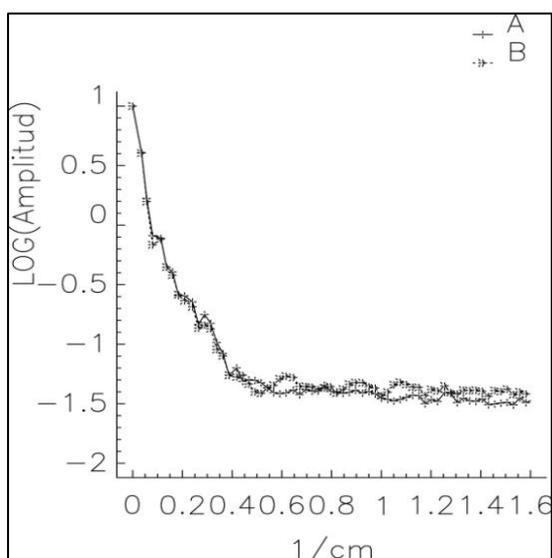


fig.3.7.3.2 :espectros correspondientes a A: Imagen del estudio a distancia normal, B: Imagen del estudio a corta distancia.

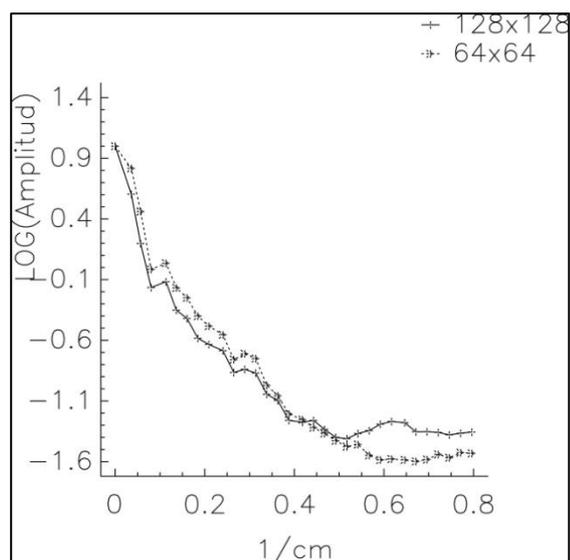


fig.3.7.3.3: espectros correspondientes a la misma distancia obtenidos a partir de imágenes de 64x64 y de 128x128.

### 3.7.4 Número de proyecciones

Dentro de las dependencias de los resultados con los parámetros de adquisición, es interesante observar cómo influye el número de proyecciones manteniendo la dimensión de la matriz. Se obtuvieron 2 estudios, ambos con matriz de 64x64, programando en uno 64 proyecciones y en otro 128 a fin de hacer disminuir el artefacto de barras radiales característico del método de reconstrucción por retroproyección filtrada<sup>13</sup>. Este artefacto, que es debido a un muestreo angular insuficiente, disminuye al aumentar el número de proyecciones. El corte reconstruido con 128 proyecciones (fig. 3.7.4.1 (b)) nos permite apreciar cómo la densidad de "barras" alrededor de la imagen ha disminuido respecto al de 64 proyecciones (fig.3.7.4.1 (a)). Estas alteraciones del fondo en forma de radios, aunque sólo visibles fuera del órgano estudiado, también alteran las intensidades dentro de él. Los espectros (fig.3.7.4.2) muestran un ligero incremento de las frecuencias altas, lo que indica tanto un ligero incremento de la resolución como un ligero empeoramiento de la relación señal/ruido. No obstante se tiene mayor garantía de ausencia de alteraciones de la intensidad dentro del órgano de interés.

<sup>13</sup> Véase para mas detalles apartado 6.2.1. Este método de reconstrucción, al no precisar de gran capacidad de cálculo, es el que ha permitido que los estudios tomográficos (CT,SPECT,PET) sean totalmente rutinarios en la clínica.

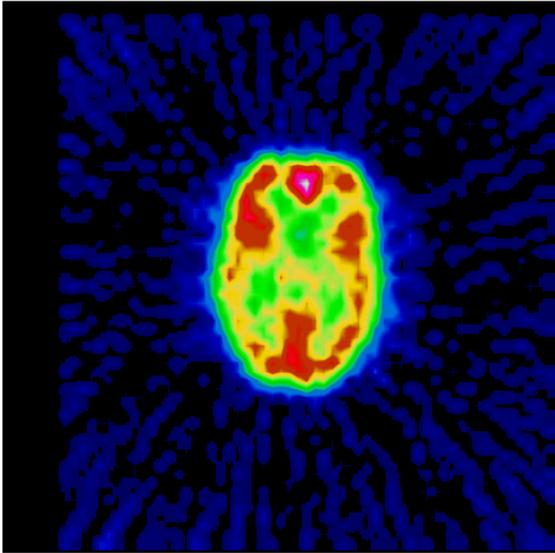


fig.3.7.4.1 (a): corte obtenido con matriz de 64x64 y 64 proyecciones

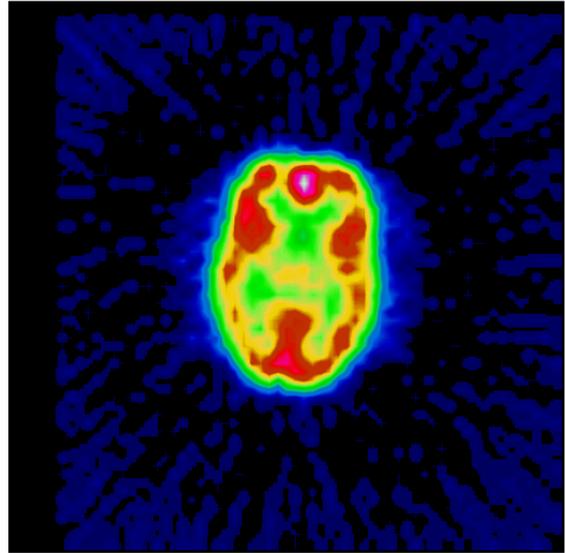


fig. 3.7.4.1 (b): corte obtenido con matriz de 64x64 y 128 proyecciones.

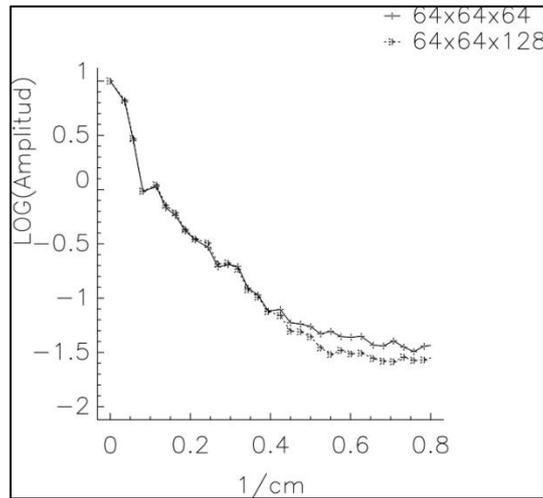


fig.3.7.4.2: espectros de los cortes correspondientes a distinto número de proyecciones.

### 3.7.5 Reorientación de imágenes

Dentro del procesado es muy usual la reorientación de imágenes. Se trata de reposicionar el órgano estudiado a fin de uniformizar la presentación de imágenes y sirve para corregir defectos de posicionamiento del paciente en el momento de la adquisición o para obviar

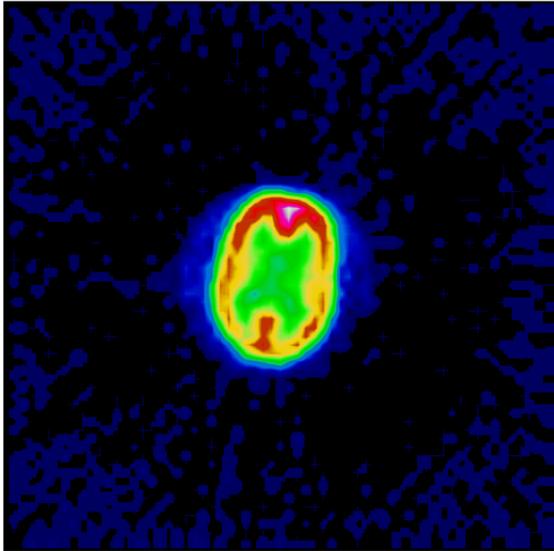


fig.3.7.5.1 (a): imagen original.

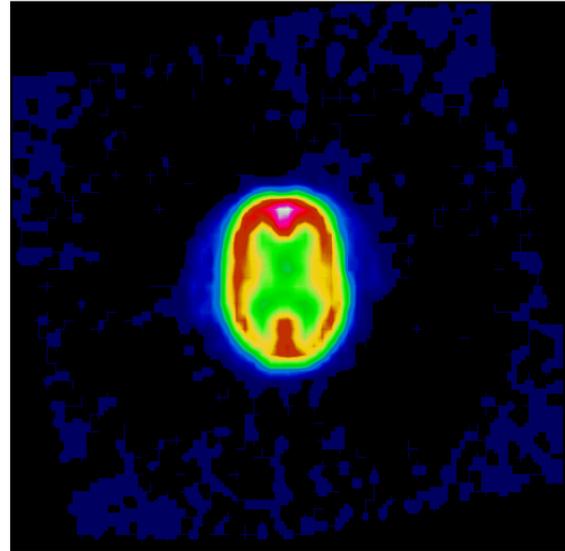


fig.3.7.5.1 (b): imagen reorientada.

diferencias anatómicas entre unos y otros pacientes. La reorientación consiste en calcular la intensidad de cada pixel en su nueva posición. Excepto si se giran las imágenes en múltiplos de  $90^\circ$  ( $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ) en todos los otros casos se deben interpolar los valores, introduciendo un suavizado "extra" de la imagen.

La figura 3.7.5.1 nos muestra dos imágenes: una original (a) y otra ligeramente reorientada (b) por cálculo que presenta un ligero suavizado debido a que los nuevos valores se obtienen por promedio ponderado de los originales. Los espectros de ambas imágenes reflejan cómo la imagen girada presenta una disminución de las amplitudes en la zona de altas frecuencias (fig.3.7.5.2) debido a este suavizado.

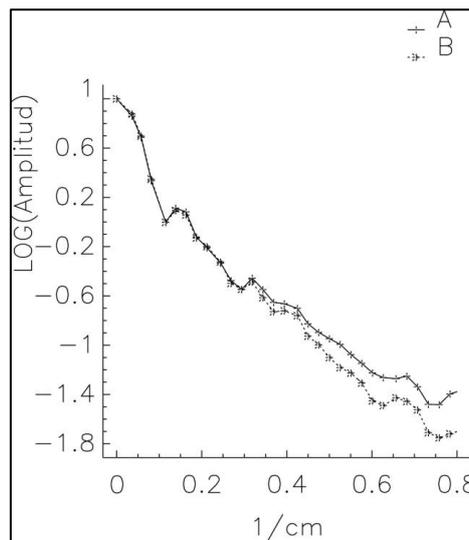


fig. 3.7.5.2: espectro de la imagen original (A) y reorientada(B).

Ahora ya se ha presentado el bagaje conceptual y de nomenclatura para analizar las imágenes convencionales desde el punto de vista frecuencial. No obstante, antes de entrar de lleno en el tema, hace falta conocer las limitaciones impuestas por el equipo detector y por las matrices empleadas en la adquisición de las imágenes.

## **4. Obtención de imágenes en Medicina Nuclear**

### **4.1 Introducción**

Hasta ahora se ha visto cómo el contenido frecuencial de una imagen depende de la distribución de radiactividad en el objeto que se explora, en el supuesto que el sistema de registro no imponga ninguna limitación a las imágenes. Esto no es exacto. Son conocidas las limitaciones que los colimadores imponen a la resolución de las gammacámaras y también cómo las dimensiones de las matrices afectan la imagen final. Los tomógrafos PET también presentan limitaciones debidas al tamaño de los cristales y a la distancia del centro del campo de visión. Naturalmente, estos efectos se reflejan en la representación frecuencial. Estas limitaciones deben coordinarse con el fin de optimizar recursos y evitar la degradación final tanto como sea posible.

### **4.2 Limitaciones del equipo detector**

Consideremos un detector como un equipo que transforma y transmite información de un objeto (distribución de radiactividad en el paciente) en una información inteligible (imagen de actividad). Si el equipo no es capaz de detectar variaciones sutiles entonces en la imagen que se genera estas variaciones se habrán perdido, no estarán presentes. Ya que se ha visto que una distribución de actividad puede representarse como una distribución de frecuencias, un equipo ideal sería aquel que no modificase dicho contenido. Los equipos reales presentan limitaciones una de las cuales se manifiesta atenuando amplitudes de ciertas de frecuencias (normalmente las más elevadas y que corresponden a los detalles). La manera que se ha establecido en los equipos de imagen para cuantificar la calidad de la transmisión ("de los detalles") es la resolución espacial.

Se entiende por resolución espacial de un detector la mínima distancia a la que pueden estar situados dos puntos para que se detecten como separados. Esto es consecuencia de que la imagen de un punto no es puntual, sino una mancha aproximadamente circular denominada función de dispersión puntual (FDP) en español o "Point Spread Function" (PSF) en inglés. El perfil de actividad <sup>14</sup>de esta mancha determinará la distancia a la que pueden estar dos puntos para ser detectados como separados, tomándose como criterio basado en la experiencia que esta distancia es la anchura a mitad de altura del perfil de actividad (FWHM:

---

<sup>14</sup> Por perfil de actividad ("count profile") se entiende la curva obtenida al representar la actividad de cada celda de una imagen en función de su posición al seguir una fila o una columna. También puede obtenerse como suma de perfiles de filas o columnas colindantes.

"Full Width at Half Maximum" en inglés o AIMA: Anchura Integral a Mitad de Altura, en español) de un punto. En la fig. 4.2.1 se muestra la aplicación de este criterio mediante 2 PSF idénticas separadas exactamente una distancia igual a su anchura a mitad de altura. En la figura 4.2.1(a) se muestra cómo se detectarían cada una por separado y en la 4.1.1(b) el perfil suma de cuando se registran las dos al mismo tiempo.

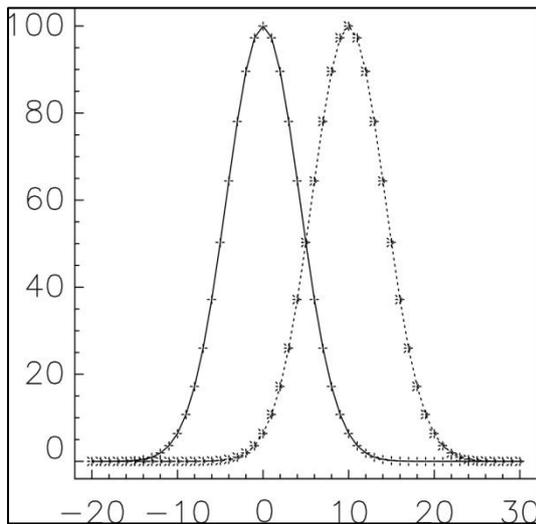


fig.4.2.1 (a): perfiles de 2 PSF de FWHM=10.

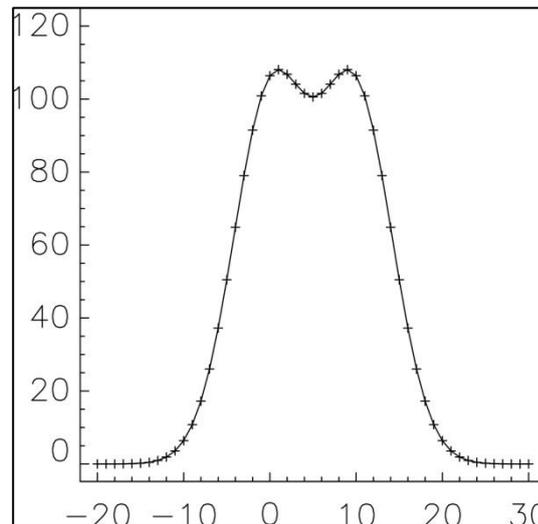


fig.4.2.1 (b): perfil suma de 2 PSF separadas una distancia igual a su FWHM.

Esto significa que el equipo detector sólo distingue, como distintas, zonas separadas por una distancia mayor o igual que FWHM cm (se pierden todas las diferencias que pueda haber dentro de un círculo de diámetro FWHM centrado en cada punto). Esto es equivalente a decir que el intervalo más pequeño con el que tiene sentido muestrear (digitalizar) es precisamente igual a la FWHM ya que muestras más pequeñas (celdas más pequeñas) no aportan más detalle ya que están "emborronadas" por la PSF.

Si la distancia mínima de muestreo es FWHM (es decir, lo mas "fino" que se puede detectar) entonces la frecuencia máxima ( $v_{\max}$ ) que puede transmitir el equipo detector es  $1/\text{FWHM}$ . La caracterización frecuencial de un detector se denominada función de transferencia de modulación (FTM) o en inglés MTF ("Modulation Transfer Function") e informa de cómo el sistema detector es capaz de reproducir las frecuencias del objeto. Por lo tanto, cuanto mayor resolución tenga el detector (menor FWHM) más alta será la frecuencia máxima detectable. Se deduce, en consecuencia, que a medida que aumenta la FWHM (fig.4.2.2(a)) disminuye la frecuencia en la que la MTF se anula (fig.4.2.2(b)), comprobándose que efectivamente para

1/FWHM las respuestas frecuenciales son prácticamente nulas (las unidades de longitud y frecuencia son arbitrarias)<sup>15</sup>.

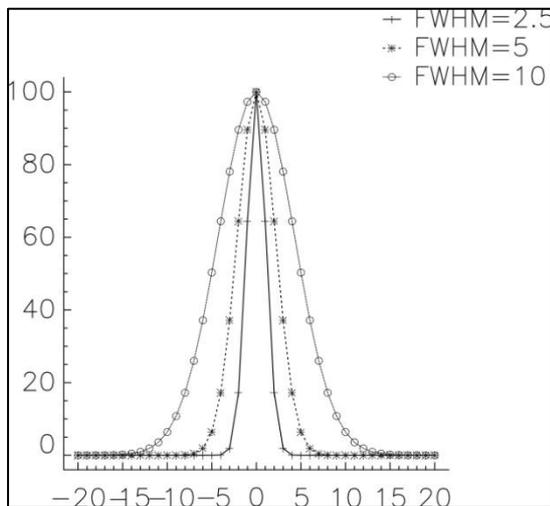


fig.4.2.2 (a): perfil de actividad de PSFs.

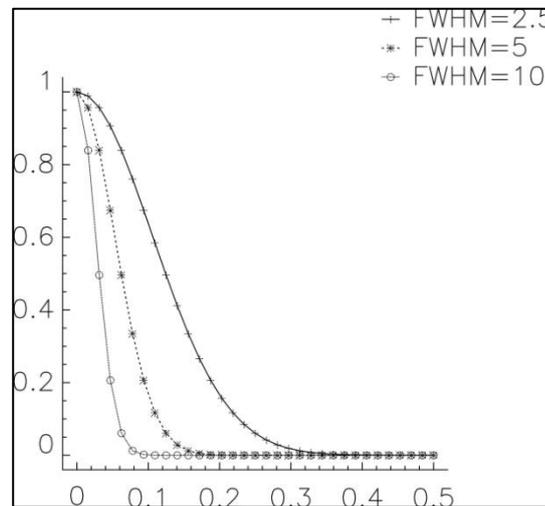


fig.4.2.2 (b): respuestas frecuenciales de 4.2.2(a) "MTFs"

### 4.3 Gammacámara planar

Como es bien sabido, la resolución espacial de una gammacámara depende del detector, del colimador y de la distancia entre colimador y fuente de radiación (cada punto del objeto). Consecuentemente, esta misma dependencia se reflejará en la frecuencia máxima que puede reproducir el equipo. Experimentalmente se han obtenido estos valores para 3 colimadores y 4 distancias:

Distancia [cm]	0	5	10	20
FWHM [cm]	0.57	0.71	0.83	1.23
$v_{\max}$ [ $\text{cm}^{-1}$ ]	1.75	1.41	1.20	0.81

Tabla 4.3.1 Alta Resolución (HR)

<sup>15</sup> Utilizando la analogía con el sonido, la calidad de los equipos de música se aprecia por su capacidad para reproducir frecuencias y cambios sutiles de intensidad. Piénsese en la diferencia de matices en la música entre la de un buen equipo y el de una radio portátil! El primero tiene una "MTF" mucho más extensa que la segunda !

Distancia [cm]	0	5	10	20
FWHM [cm]	0.63	0.76	1.06	1.54
$\nu_{\max}$ [cm <sup>-1</sup> ]	1.59	1.32	0.94	0.65

Tabla 4.3.2 Usos generales (AP)

Distancia [cm]	0	5	10	20
FWHM [cm]	0.64	0.85	1.25	1.97
$\nu_{\max}$ [cm <sup>-1</sup> ]	1.56	1.18	0.80	0.51

Tabla 4.3.3 Alta Sensibilidad (HS)

En estas tablas se observa cómo, para un mismo colimador, al aumentar la distancia disminuye la frecuencia máxima que puede transmitir la gammacámara y cómo esta frecuencia disminuye al aumentar la sensibilidad de los colimadores. Estos hechos son bien conocidos si se recuerda que disminuir frecuencia máxima es lo mismo que perder resolución espacial. Para ver cómo estas prestaciones del equipo detector repercuten en las imágenes reales se han obtenido imágenes de un maniquí de barras en las condiciones que figuran en las tablas anteriores. Para facilitar su interpretación se dan a continuación las características del maniquí empleado.

#### 4.3.1 Maniquí de barras

El maniquí de barras ("bar phantom") consiste en una sucesión de barras de plomo dentro de un bloque de plástico, que están espaciadas entre sí una distancia igual a su anchura. Si llamamos "d" a esta anchura, tendremos una barra cada 2d cm, o lo que es lo mismo, las barras están situadas a una frecuencia igual a  $1/2d$  cm<sup>-1</sup>. El modelo más común consiste en cuatro anchuras de barras dispuestas en cuadrantes. El maniquí empleado en estos ejemplos tiene las siguientes características (anchuras y frecuencias):

$$3/8"=0.952 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ barra cada } 2 \times 0.952 \text{ cm} = 1.904 \text{ cm} \Rightarrow 1/1.904 \approx 0.5 \text{ cm}^{-1}$$

$$1/4"=0.635 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ barra cada } 2 \times 0.635 \text{ cm} = 1.270 \text{ cm} \Rightarrow 1/1.270 \approx 0.8 \text{ cm}^{-1}$$

$$3/16"=0.476 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ barra cada } 2 \times 0.476 \text{ cm} = 0.952 \text{ cm} \Rightarrow 1/0.952 \approx 1.0 \text{ cm}^{-1}$$

$$5/32''=0.397 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ barra cada } 2 \times 0.397 \text{ cm} = 0.794 \text{ cm} \Rightarrow 1/0.794 \approx 1.3 \text{ cm}^{-1}$$

Para que una barra sea detectable se ha de cumplir que su frecuencia sea significativamente menor que la frecuencia máxima que se pueda detectar. Así, en las figuras (4.3.1.1 ,4.3.1.2 y 4.3.1.3) se observa como las barras van "desapareciendo" a medida que aumenta la distancia al detector. Esta misma desaparición se pone de manifiesto al analizar los espectros de amplitudes. El hecho de que el maniquí posea unas frecuencias características hace que su representación frecuencial sea fácilmente interpretable ya que sabemos a qué cuadrante corresponde cada pico de frecuencia: así, si una frecuencia característica deja de aparecer en el espectro, significará que las barras correspondientes no se distinguen del fondo.

Consideremos (fig. 4.3.1.1) la imagen del maniquí de barras adquirida con el colimador de alta resolución y con el maniquí directamente apoyado en él (distancia=0 cm) . Se distinguen las barras de los 4 cuadrantes. En el espectro se observan 4 picos superpuestos a una curva de variación suave. Cada pico corresponde a una de las frecuencias de las barras y la curva continua corresponde al fondo de la imagen. Como puede comprobarse, la posición del máximo de los picos coincide con los valores de las frecuencias de las barras. Conforme aumenta la distancia detector-maniquí, van desapareciendo los picos representativos de las barras que dejan de visualizarse, confundiéndose con el fondo.

Al observar la imagen de HS20 vemos que no se distinguen las barras del maniquí y que sólo aparecen las separaciones entre los distintos cuadrante. Su espectro muestra un pequeño pico situado sobre  $0,06 \text{ cm}^{-1}$  que corresponde a los límites de cada uno de los cuadrantes ya que están separados unos 16 cm ( $1/16.2=0,06$ ). Este pequeño pico, que es de muy baja frecuencia, aparece en todos los espectros de todas las imágenes del maniquí.

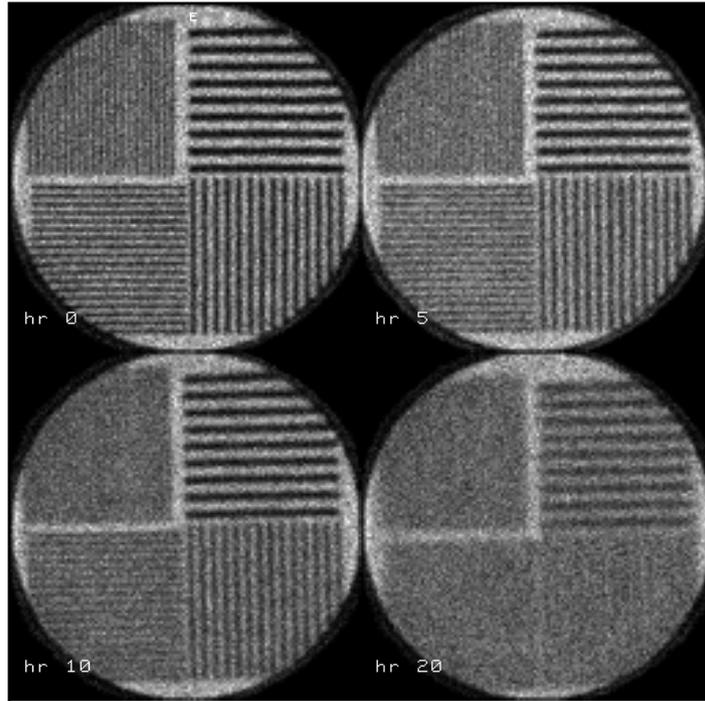
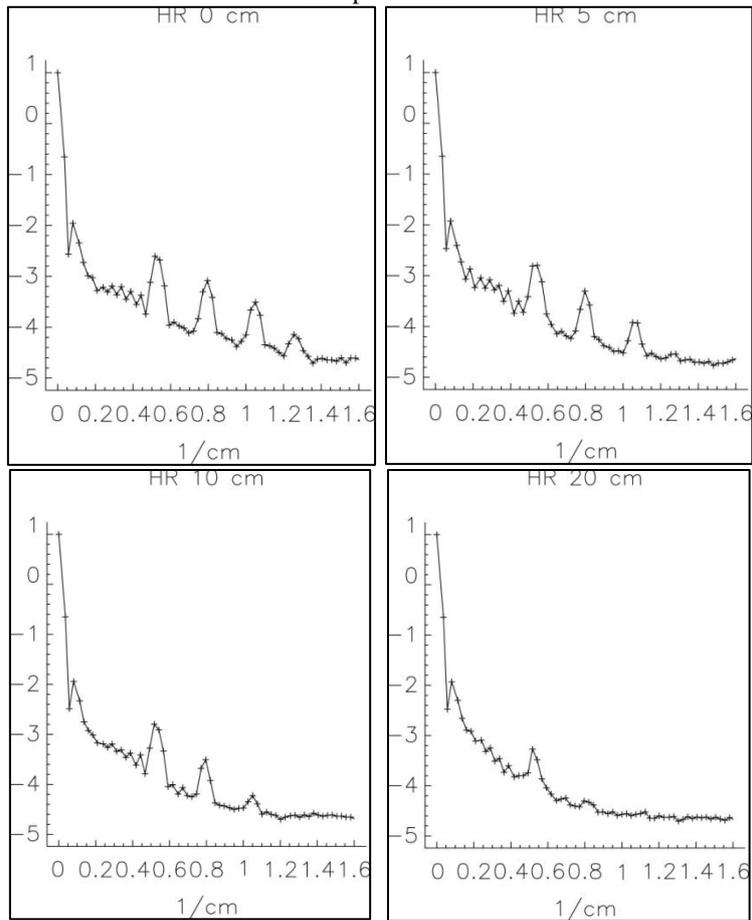
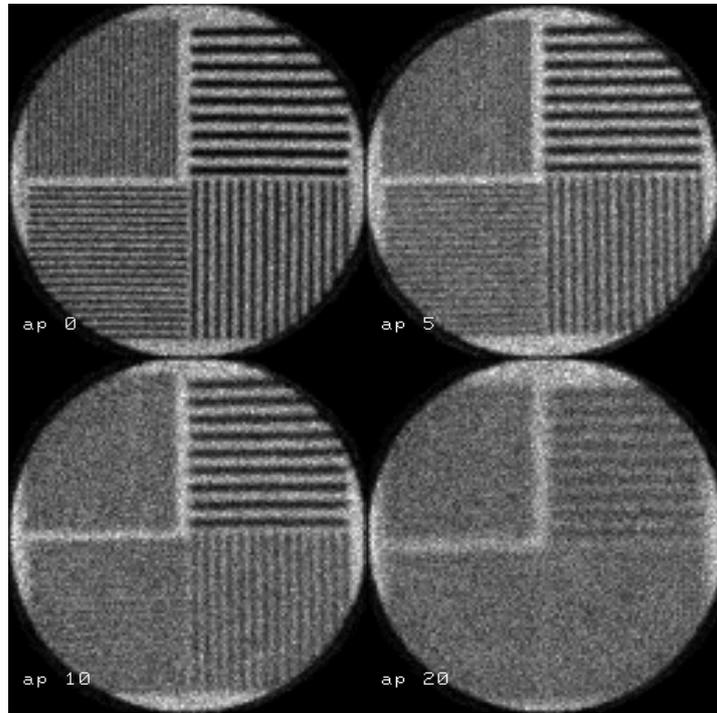
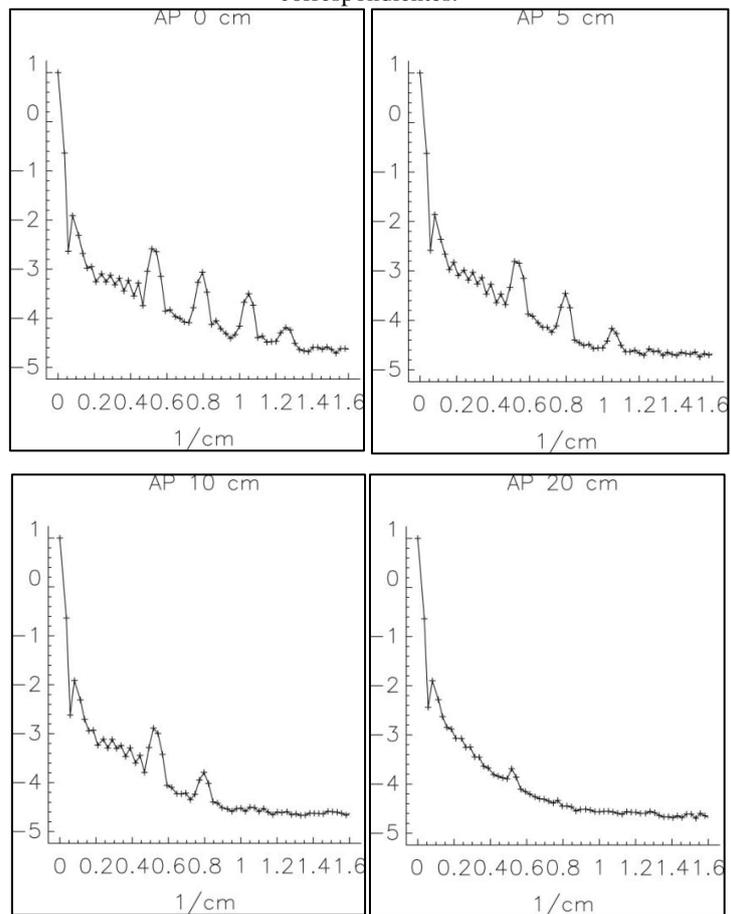


fig. 4.3.1.1: imágenes del maniquí de barras con colimador HR (alta resolución) a 0, 5, 10 y 20 cm de distancia. Espectros correspondientes





.fig. 4.3.1.2: imágenes del maniquí de barras con colimador AP (usos generales) a 0, 5, 10 y 20 cm de distancia. Espectros correspondientes.



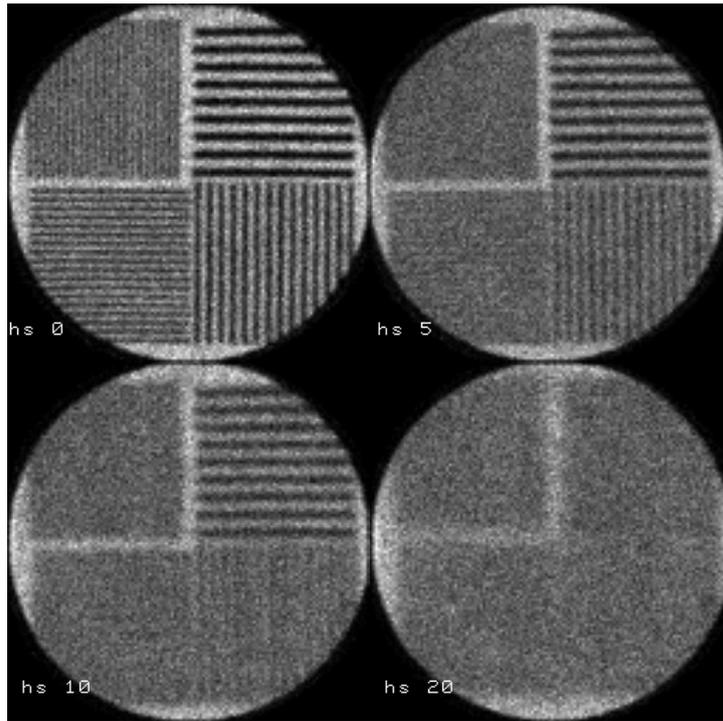
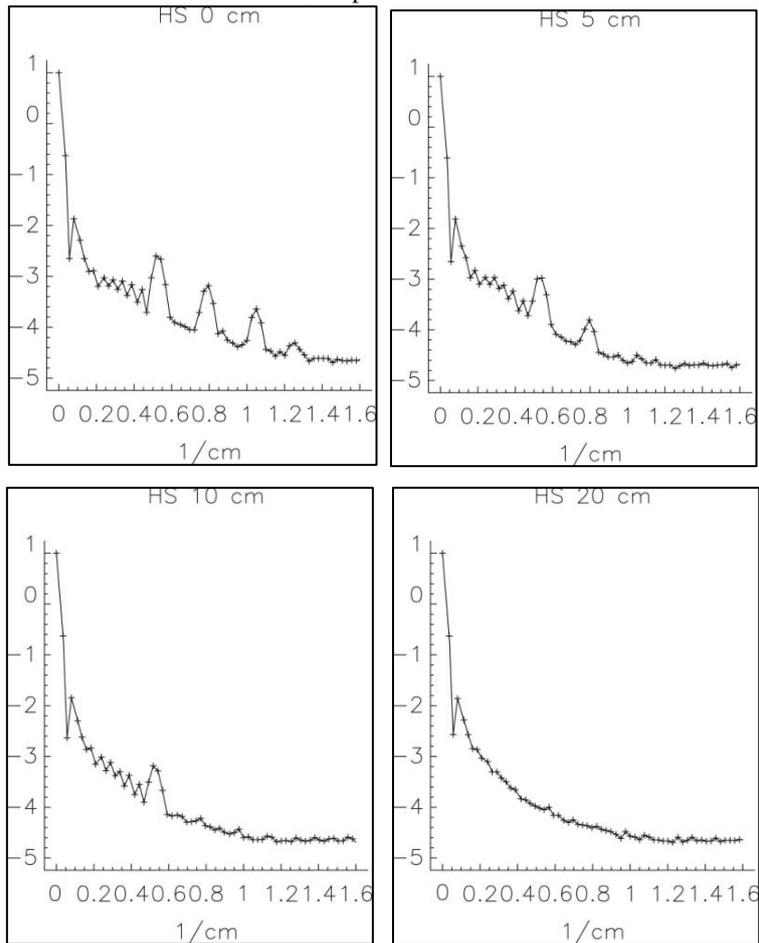


fig. 4.3.1.3: imágenes del maniquí de barras con colimador HS (alta sensibilidad) a 0, 5, 10 y 20 cm de distancia. Espectros correspondientes.



### 4.3.2 Interferencia de colimadores

Los colimadores, además de incidir en la resolución espacial y en la sensibilidad, pueden interferir en la calidad de la imagen. La utilización de emisores de media y alta energía obliga a emplear colimadores de septos suficientemente gruesos como para atenuar las rayos gamma que inciden oblicuamente al colimador lo que determina la separación mínima que puede existir entre los orificios del colimador. Si estos orificios no concuerdan con la estructura reticular cuadrada que forman las celdas de la matriz aparece un artefacto de estructura hexagonal debido a la distribución hexagonal de los orificios. La figura 4.3.2.1 muestra la imagen original (a) y la imagen de amplitud de su transformada de Fourier(b). En ésta se observa claramente unos máximos de amplitud en distribución hexagonal. Si se eliminan estas localizaciones mediante una máscara desaparecen sus efectos tal como muestra la imagen (c).

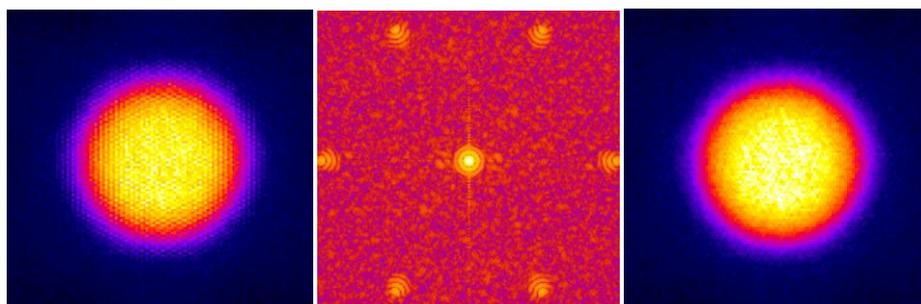


fig. 4.3.2.1: imagen original (a), amplitud (b) y filtrada (c)

( Imagen obtenida a partir de Perez-Garcia H., Barquero R. Rev Esp Med Nucl Imagen Mol 2017;36:27-36)

Si comparamos estas imágenes (a) y (b) con las correspondientes al maniquí de barras (fig.3.5.1 a y b) vemos una vez más que la misma información está contenida en las dos representaciones -directa y frecuencial- y que la frecuencial permite detectar y evidenciar fácilmente variaciones que siguen un patrón periódico, barras en un caso, orificios del colimador en el otro.

### 4.4 Tomógrafo de positrones

La detección de los fotones resultantes de la aniquilación de positrones se lleva a cabo mediante detectores de centelleo sólido dispuestos en un círculo que delimita el campo de detección . Los dos fotones son emitidos simultáneamente en sentidos opuestos en una misma dirección que se determina como la recta subtendida entre los dos detectores que los

han detectado (línea de respuesta o LOR en inglés). Basándose en la simultaneidad de la emisión sólo se consideran válidos aquellos fotones que han sido detectados en una estrecha ventana temporal (detección por coincidencia ). La figura 4.4.1 muestra la simulación de la generación de LORs de una exploración cardiológica.

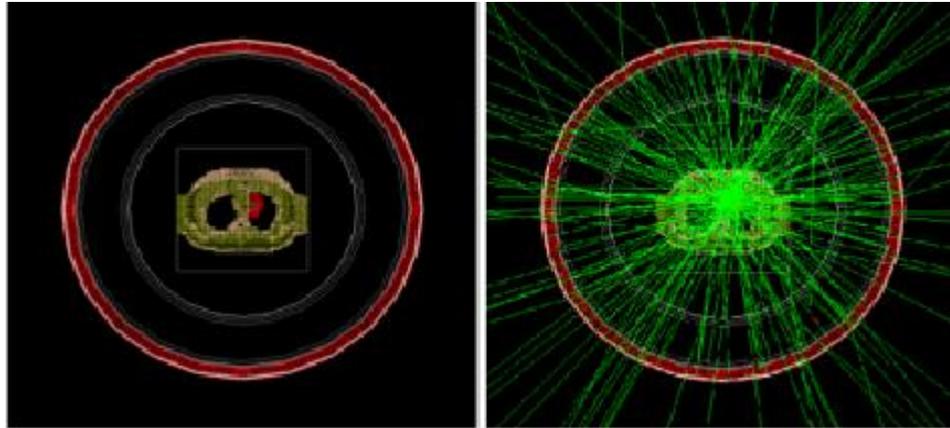


fig. 4.4.1: modelo de torso con el miocardio emisor de positrones y líneas de respuesta generadas (extraída de Florez Pacheco E, Shiguemi Furuie S. Computing in Cardiology 2014; 41:949-952)

Las líneas de respuesta representan unas líneas virtuales donde en algún punto de ellas se ha producido la aniquilación no sabiendo de antemano su posición exacta. Sin más, todos los puntos tienen la misma probabilidad de ser el foco emisor y esto es la base de la tomografía PET convencional. Si se emplea la diferencia de tiempos que los fotones necesitan para llegar a los dos detectores (tiempo de vuelo- "time of flight" TOF) entonces se delimita la zona más probable de aniquilación del positrón lo que permite aumentar la relación señal ruido al eliminarse mucha información que no contribuía a la localización (figura 4.4.2). De hecho, si se dispusiera de una electrónica todavía más rápida que permitiera determinar a nivel de píxel el punto de la aniquilación, no haría falta reconstruir la imagen, directamente se obtendría un corte transversal.

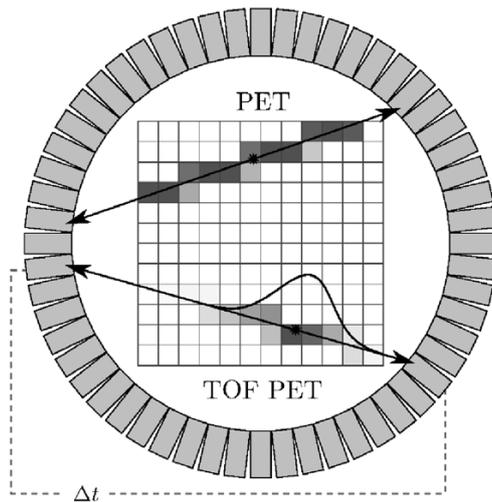


fig.4.4.2: líneas de respuestas convencionales (PET) y con tiempo de vuelo (TOF-PET) donde  $\Delta t$  simboliza la diferencia en el tiempo de llegada a los detectores. (obtenida de PET: PHYSICS, INSTRUMENTATION, AND SCANNERS, Simon R. Cherry and Magnus Dahlbom en PET Molecular Imaging and its biological applications. Phelps M. )

La disposición circular de los detectores produce dos tipos de desviaciones respecto a lo que sería lo ideal. Uno es que según la dirección en que incidan los fotones gamma su interacción con los cristales de centelleo puede producirse en distintos cristales contiguos, es decir, que pueden penetrar en uno pero no acabar de ser absorbidos hasta el segundo o tercero, como se ejemplifica en la figura 4.4.3. Los fotones producidos en el centelleo son detectados por mas de un elemento detector lo que hace que la PSF no sea simétrica y mas ancha.

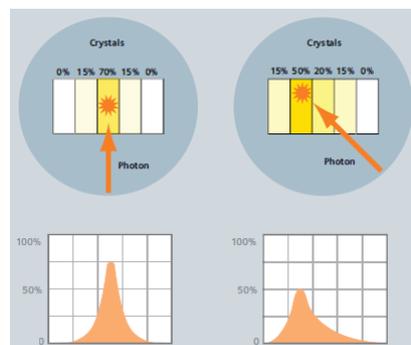


fig.4.3.3: variación de la PSF en función del ángulo de incidencia  
(Extraída de Siemens Brochure: Are you HD ready?)

Por otra parte, aún incidiendo perpendicularmente al cristal, la interacción no ocurre siempre a la misma profundidad. Esto hace que el ancho de la PSF varíe con ella ("Depth of Interaction" - DOI) haciendo que la resolución espacial no sea constante. En la figura 4.4.4 se observa como la resolución parametrizada por la FWHM varía con la distancia al centro y

con la profundidad de la interacción.

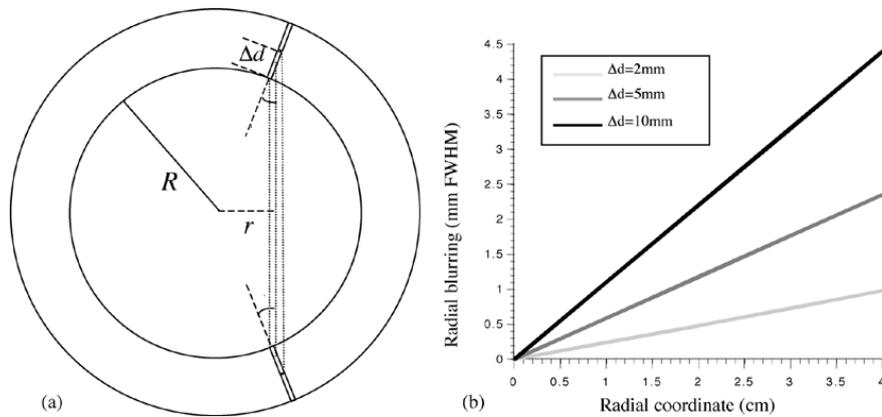


fig. 4.4.4: variación de la FWHM en función de la distancia al centro del campo ( $r$ ) y de la profundidad de interacción ( $\Delta d$ ) siendo  $R$  el radio del campo de visión. (Extraída de C.Levin Proceedings of the IEEE | Vol. 96, No. 3, March 2008)

En consecuencia, esto hace que no se asignen correctamente las líneas de respuesta al haber una diferencia importante entre el punto de entrada (que sería lo correcto) con el punto calculado que se obtiene a partir de la respuesta de los cristales implicados (figura 4.4.5). Este error se denomina de paralelaje ("Parallax") .

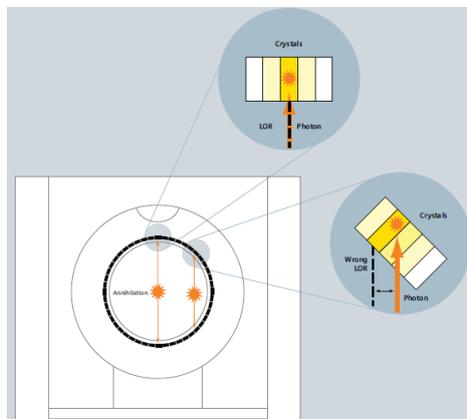


fig. 4.4.5: asignación errónea de LOR por la inclinación de los detectores. (Extraída de Siemens Brochure: Are you HD ready?)

La otra distorsión también debida a la disposición circular de los detectores es de origen geométrico ya que a medida que aumenta la distancia al centro para rayos paralelos , el ángulo que forman los detectores también aumenta pasando de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ . En consecuencia, el área efectiva va disminuyendo desde la máxima que es la anchura del cristal hasta 0. Esto hace que las líneas de respuesta no estén igualmente espaciadas, juntándose al aumentar la

distancia al centro. El resultado es que el muestreo no sea constante en la dirección del radio. Además de lo hasta ahora descrito en los tomógrafos PET el tamaño de los cristales es determinante por cuanto inciden directamente en su resolución espacial de forma muy importante. En efecto, una fuente puntual situada en el centro del campo genera una FWHM igual al ancho del cristal/2. A medida que aumenta su distancia del centro, o, lo que es lo mismo, se acerca al anillo de detectores, la FWHM se va incrementando hasta valer el grosor del cristal cuando esté en contacto con él (fig. 4.4.6). Se puede decir que la resolución espacial intrínseca depende de la posición del punto emisor dentro de la línea de respuesta

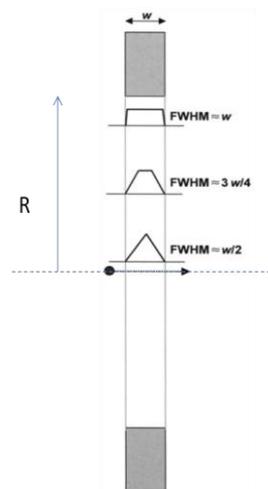


fig.4.4.6 Variación de la resolución espacial intrínseca con la distancia al centro del campo.

W es el grosor de los cristales y R el radio del campo de visión.

(obtenida de PET: PHYSICS, INSTRUMENTATION, AND SCANNERS,

Simon R. Cherry and Magnus Dahlbom en PET Molecular Imaging and its biological applications. Phelps M. )

Todas las limitaciones expuestas sobre las imposiciones o limitaciones del equipo detector actualmente se corrigen en la adquisición o durante la reconstrucción.

Es importante observar que la resolución final, es decir, la capacidad para situar correctamente la emisión de un positrón, viene limitada por física implicada en su detección. Por una parte, la aniquilación del positrón sólo se lleva a cabo cuando éste está prácticamente en reposo. Si está totalmente parado, los dos rayos gamma son emitidos exactamente a  $180^\circ$  uno respecto al otro. Si existe una pequeña energía residual ("prácticamente parado") entonces se produce una desviación entre uno y otro de hasta  $0,35^\circ$  que es el llamado error de no-colinealidad que no es muy importante a efectos prácticos. Lo que sí es importante es el alcance de un positrón dentro del cuerpo del paciente. Este valor, que indica la distancia máxima promedio que desde su punto de emisión un positrón puede recorrer hasta que se

aniquile, depende de su energía. Así, para positrones de  $^{18}\text{F}$  (fig.4.4.7) de 630 keV esta distancia es de unos 2,3 mm mientras que para  $^{15}\text{O}$  es de 8,0 mm. Esto significa que aunque

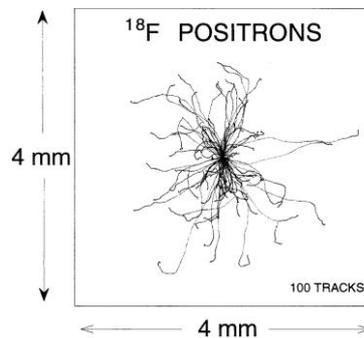


fig.4.4.7: simulación de las trayectorias de los positrones emitidos por  $^{18}\text{F}$  en un medio similar al tejido blando.  
(Extraída de: Levin C.S., Hoffman E.J. Phys. Med. Biol. **44** (1999)).

un equipo perfecto se disponga de un equipo perfecto nunca se podrá precisar en qué punto de la esfera de radio el alcance del positrón se ha producido la emisión y, por tanto, donde se sitúa el radiofármaco emisor. Es una imprecisión inherente a la PET.

La gran ventaja de la PET respecto al SPECT en lo que a instrumentación se refiere es su gran sensibilidad lo que significa una mejor calidad de imagen por tener una relación señal ruido muy alta.

#### 4.5 Imposiciones de la digitalización

La obtención de imágenes digitales se lleva a cabo mediante una matriz que consta de numerosos píxeles o celdas ordenados según un sistema de coordenadas cartesianas. En las gammacámaras la matriz recubre generalmente todo el campo útil por lo que a cada pixel se le hace corresponder una zona determinada del cristal de centelleo. Según el lugar del cristal de centelleo donde se produzca el impulso, éste será asignado a uno u otro pixel. Así, si se emplea una matriz de 64x64, la imagen queda descompuesta en 4096 elementos, como si de un mosaico se tratase. Estos elementos, generalmente cuadrados poseen unas medidas, que se denominan **tamaño de píxel (Px)**, y que se calculan a partir del campo de visión útil de la gammacámara (UFOV: "Useful Fiel Of View" en inglés, CTVU: Campo Total de Visión Util en español), de la dimensión de la matriz (DIM) y del factor de magnificación (ZOOM) que se emplee. El tamaño de pixel viene dado por

$$Px = \frac{UFOV}{ZOOM \cdot DIM} [cm]$$

si UFOV viene expresado en cm. Obsérvese que la medida de los píxeles es otro factor que limita, una vez más, la resolución espacial de la imagen. Si dos impulsos correspondientes a posiciones ligeramente distintas son asignados a un mismo pixel, en la imagen tendrán exactamente las mismas coordenadas, con lo que no podremos diferenciarlos. Dado que las matrices recubren todo el campo, es decir, que no hay espacio vacío entre los píxeles, la distancia entre píxeles es igual a su tamaño. Esto hace que la frecuencia espacial sea exactamente el inverso del tamaño del pixel.

$$v = \frac{1}{Px} [cm^{-1}]$$

Cada etapa del proceso de detección impone sus limitaciones. No obstante, en lo que a la digitalización se refiere, existen unas condiciones que, de cumplirse, garantizan que la digitalización no degrada la señal, o de forma recíproca, que de la señal digitalizada podemos reproducir la señal original. Estas condiciones (teorema del muestreo o de Shannon) establecen cómo ha de ser el tamaño del pixel (período de muestreo) para no perder información. En este contexto, este teorema establece que para un objeto cuya frecuencia máxima es  $v_{max}$ , para que en la digitalización no se pierda información, esta digitalización debe hacerse, como mínimo, al doble de esta frecuencia máxima, de manera que se tengan por lo menos dos muestras por período para poder reproducir cada frecuencia. Este valor del intervalo o período de muestreo (mínimo) estará determinado por la frecuencia máxima del objeto, y vendrá dado por:

$$T_{min} = \frac{1}{2 \cdot v_{max}} [cm]$$

Recíprocamente, si se muestrea cada  $Px [cm]$ , la frecuencia máxima del objeto que se puede visualizar vendrá dada por

$$v_{max} = \frac{1}{2 \cdot Px} [cm^{-1}]$$

esto es, el inverso de dos veces el tamaño de pixel. Esta frecuencia máxima se denomina frecuencia de Nyquist (Nyq). Desde el punto de vista del usuario de Medicina nuclear, este teorema establece, por tanto, los límites de la resolución a la que podemos aspirar en función del tamaño de pixel. Es importante tener en cuenta, por consiguiente, que si no se quiere perder resolución en la digitalización, el tamaño de pixel ha de ser tal que la frecuencia

máxima que podamos recomponer sea mayor o igual a la frecuencia máxima que nos proporciona el detector

$$\frac{1}{(2 \cdot px)} \geq \frac{1}{FWHM}$$

Supongamos un UFOV de 40 cm, según la dimensión de la matriz y el zoom obtendremos distintas frecuencias de Nyquist (Tabla 4.5.1):

Dimensión de la matriz	Factor de Magnificación	Tamaño de pixel [cm]	Frecuencia de Nyquist [cm <sup>-1</sup> ] o ciclos/cm
64	1	0.626	0.80
64	1.5	0.417	1.20
64	2	0.313	1.60
128	1	0.313	1.60
128	1.5	0.209	2.39
128	2	0.157	3.18

Comparando las frecuencias de Nyquist de esta tabla con las frecuencias máximas de las tablas 4.3.1, 4.3.2 y 4.3.3, se ve que para no sacrificar la mejor resolución (la mayor frecuencia máxima = 1.75 cm<sup>-1</sup>) debe emplearse, por lo menos, una matriz de 128x128 con un zoom de 1.5 que tiene una frecuencia máxima de 2.39 cm<sup>-1</sup>. Esta comparación también indica que no siempre es mejor trabajar con la matriz más fina (p.e. de 256x256 o 512x512) ya que implica aumentar el número de píxeles sin lograr por ello mayor resolución. Además, al doblar la dimensión de la matriz se cuadruplica el número de píxeles, lo que hace que disminuya la calidad estadística (relación entre señal y el ruido) al dividir por 4 el número de cuentas por píxel.

Estas consideraciones son teóricas y sólo sirven de ejemplo para clarificar conceptos. Las

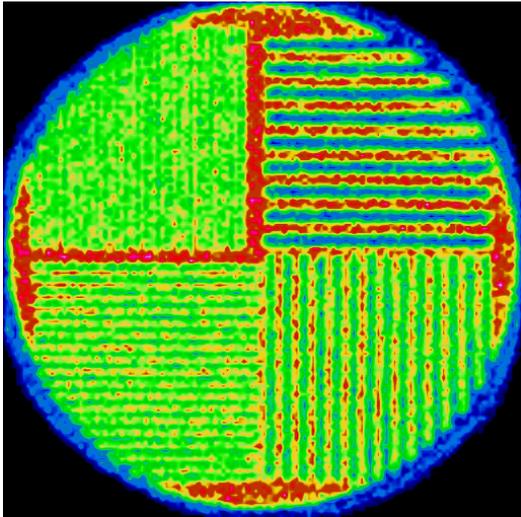


fig.4.5.1: imagen con matriz de 128x128.

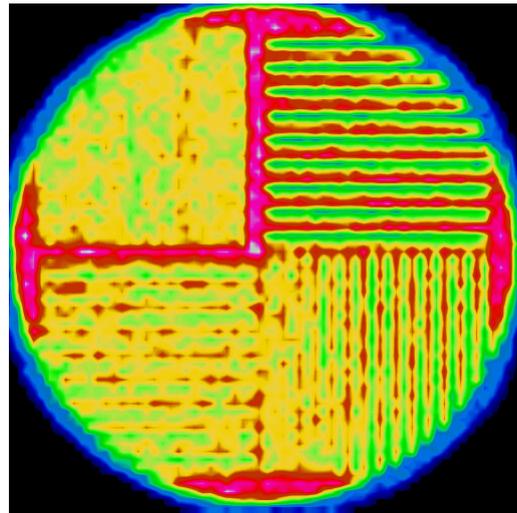


fig.4.5.2: imagen con matriz de 64x64.

figuras 4.5.1 y 4.5.2 nos muestran las imágenes del maniquí adquiridas con matriz de 128x128 y con 64x64. En la de 128x128, las barras se observan correctamente ya que la

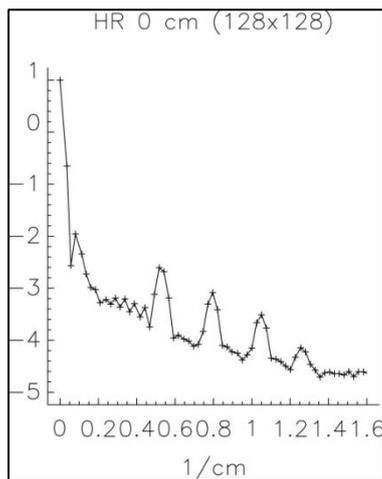


fig.4.5.3: espectro de la imagen con matriz de 128x128.

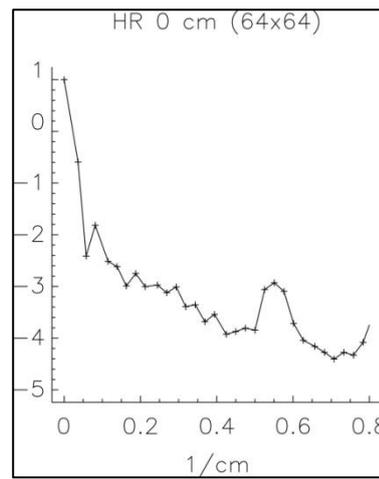


fig. 4.5.4: espectro de la imagen con matriz de 64x64.

frecuencia de Nyquist para 128x128 ( $1.60 \text{ cm}^{-1}$ ) es mayor que la de las barras más finas ( $1.3 \text{ cm}^{-1}$ ) tal como se comprueba en el espectro correspondiente (fig.4.5.3). Si se utiliza una matriz de 64x64 entonces sólo se pueden discernir los dos cuadrantes con las barras más gruesas ( $0.5$  y  $0.8 \text{ cm}^{-1}$ ) ya que son las únicas cuyas frecuencias características son inferiores a la de Nyquist ( $0.80 \text{ cm}^{-1}$ ) para esta matriz (ver fig 4.5.4). Esta última figura muestra claramente como con matrices de 64x64 el rango de frecuencias es la mitad que con 128x128 y que por lo tanto la resolución también lo será.

Aunque de forma menos aparente, el mismo efecto ocurre en cualquier tipo de imagen, como

es el caso de un maniquí de un corte tomográfico cerebral. En las dos imágenes siguientes (fig.4.5.5, 4.5.6) se observa cómo afecta el cambio de dimensión de la matriz, siendo la obtenida con 128x128 más nítida que la conseguida con matriz de 64x64.

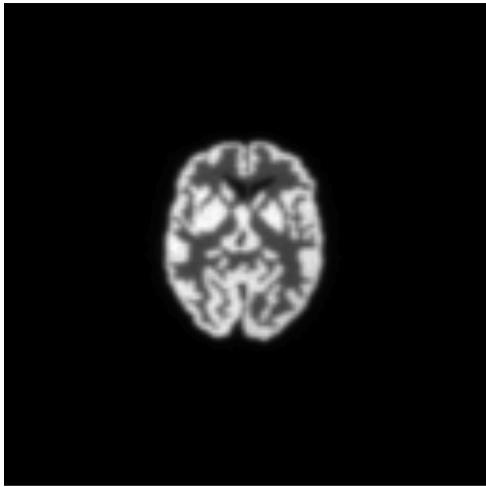


fig. 4.5.5: maniquí de cerebro con matriz de 128x128.

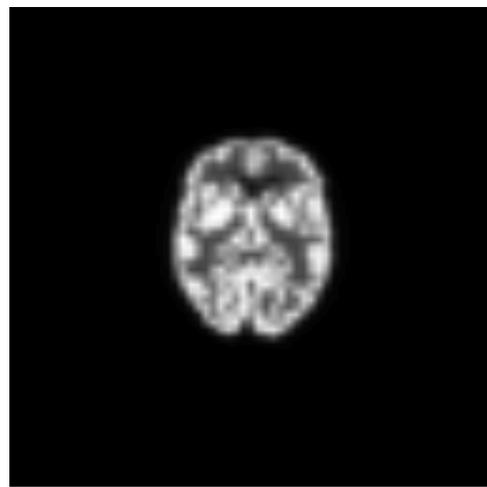


fig. 4.5.6: maniquí de cerebro con matriz de 64x64.

La pérdida de definición debida al incremento de distancia objeto-colimador se documenta en la fig. 4.5.7. Los cambios que se observan quedan reflejados en los espectros correspondientes (fig.4.5.8). En este caso, con el colimador (HR) y la matriz de 128x128, a partir de 10 cm de distancia el espectro es plano para frecuencias superiores a  $1.2 \text{ cm}^{-1}$ . Esta frecuencia coincide con la obtenida a partir de la FWHM para este colimador y distancia (tabla 4.1). Lo mismo ocurre para la distancia de 20 cm, siendo la frecuencia máxima en este caso de  $0.8 \text{ cm}^{-1}$ .

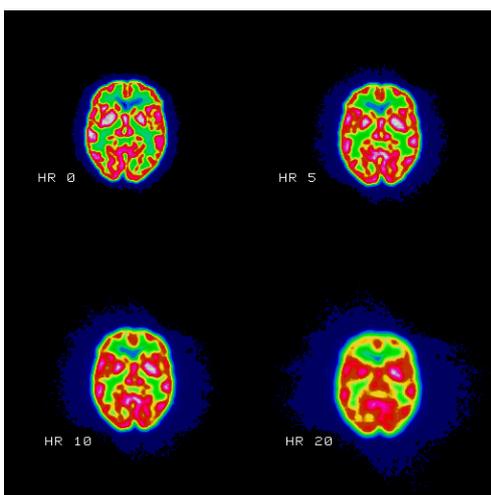


fig. 4.5.7: maniquí de cerebro obtenido a 0,5,10 y 20 cm de distancia con colimador HR y matriz de 128x128.

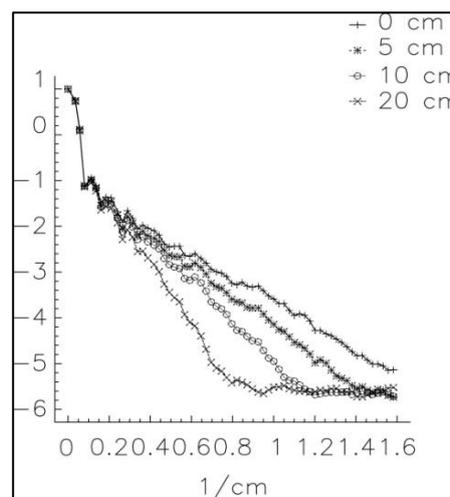


fig. 4.5.8: espectros del maniquí a 0,5,10 y 20 cm de distancia.

De ello se desprende que colimador, distancia y dimensión de la matriz han de estar coordinados. Así, con el colimador de alta resolución empleado, a distancias mayores de 20 cm , basta emplear matrices de 64x64 ya que la máxima frecuencia transmitida por el sistema detector ( $0.8 \text{ cm}^{-1}$ ) es igual a la máxima que puede registrarse con esta. El empleo de una de 128x128 sólo aportaría una disminución de la relación señal/ruido.

Recíprocamente, a distancias menores de 10 cm, para las que el equipo detector transmite frecuencias superiores a  $0.8 \text{ cm}^{-1}$ , es apropiado emplear matrices que puedan reproducir frecuencias superiores a ésta.

A partir de los valores de las tablas 4.3.1,4.3.2 y 4.3.3 y de la 4.5.1 se puede establecer una relación entre colimador, distancia y matriz (tabla 4.5.2). En ella se indica la dimensión óptima. No se han indicado los factores de zoom que podrían utilizarse hasta conseguir la frecuencia máxima.

Distancia [cm]	0	5	10	20
Colimador HR	256	128	128	64
Colimador AP	128	128	128	64
Colimador HS	128	128	64	64

Tabla 4.5.2: relación de dimensiones de matriz en función de la distancia y del colimador.

El último factor a tener en cuenta es la relación señal/ruido. En la figura 4.5.9 se observa como a medida que aumenta el número de cuentas (100.000, 500.000, 1.000.000 y 5.000.000) cada vez se destacan más las frecuencias características del maniquí. Obsérvese que la posición de éstas es constante y también cómo varía la curva haciendo que aumente la relación entre la amplitud de las frecuencias de interés (señal) y las del ruido al aumentar el número de cuentas (en todos estos casos se ha empleado escala logarítmica para la amplitud).

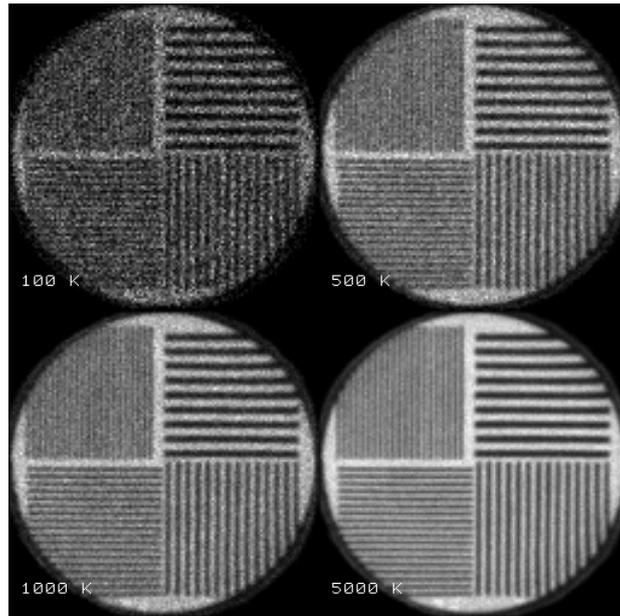


fig. 4.5.9 (a): maniquí de barras a distinto número de cuentas.

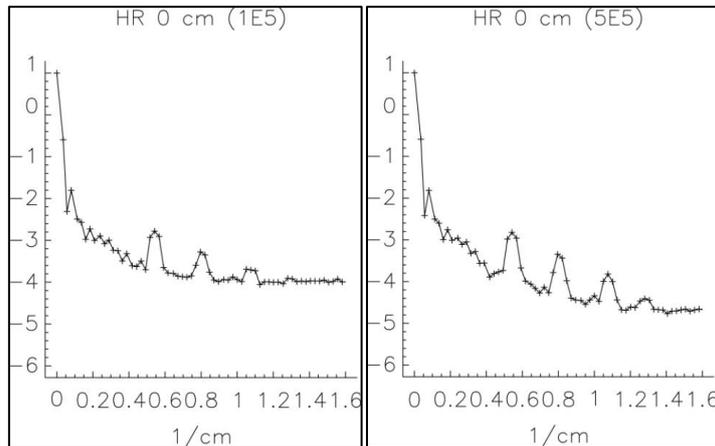


fig. 4.5.9 (b): espectro a 100.000 cuentas.

fig.4.5.9 (c): espectro a 500.000 cuentas.

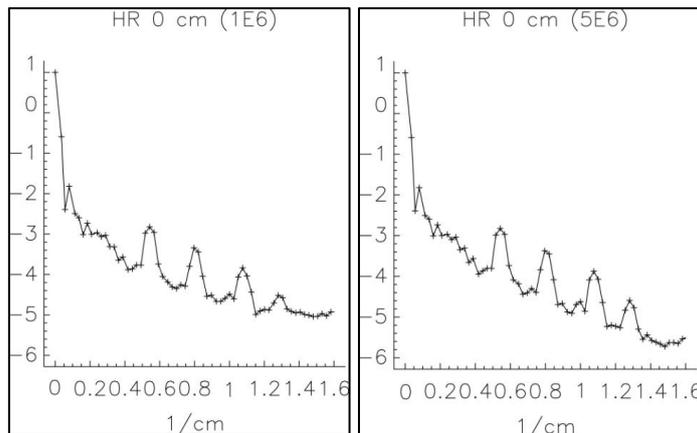


fig.4.5.9 (d): espectro a 1.000.000 cuentas.

fig.4.5.9 (e): espectro a 5.000.000 cuentas.

De esto último se deduce que el número de cuentas/píxel es fundamental para poder obtener la mejor resolución posible. A igualdad de resolución deberá siempre buscarse aquella combinación de detector y colimador que posea la mayor sensibilidad para que el ruido "enturbie" lo menos posible las amplitudes de las frecuencias que el sistema detector ha conseguido reproducir.

## 5. Filtros frecuenciales

### 5.1 Introducción

Después de una larga introducción ya se dispone de las herramientas necesarias para retornar al tema de los filtros. En el capítulo 2 se dijo que, en primera aproximación, filtrar es transformar una señal según una pauta predeterminada. Ahora se puede decir que filtrar una señal consiste en modificar selectivamente su contenido frecuencial a fin de obtener el efecto deseado. Para ello, lo que se hace es eliminar o modificar la amplitud asociada a las frecuencias sobre las que deseamos actuar.

Dado que en la imagen de amplitud el valor de cada pixel corresponde a la amplitud para cada par de frecuencias  $(f_x, f_y)$ , bastará multiplicar el valor de los píxeles correspondientes a las frecuencias sobre las que deseamos actuar por un factor adecuado: 0 para anular, entre 0 y 1 para atenuar, mayor que 1 para amplificar.

Un filtro es por lo tanto una matriz de factores, de dimensión igual a la de la imagen que se quiere filtrar (64x64, 128x128,...), y que actúa multiplicando a las imágenes de amplitud y de fase. A partir de estas dos nuevas imágenes (amplitud y fase filtradas), mediante la transformada inversa de Fourier, se obtiene la imagen filtrada. Si la transformada directa de Fourier descomponía una imagen en sinusoides, la transformada inversa de Fourier reconstruye una imagen a partir de sinusoides.

### 5.2 Representación de los filtros frecuenciales

Aunque los filtros frecuenciales son matrices, nunca se utiliza este tipo de representación en Medicina Nuclear. Se emplea una forma mucho más cómoda e inteligible, consistente en una curva que muestra la variación de la ganancia en función de la frecuencia ( fig. 5.2.1). Estos esquemas indican cómo se modifica la contribución de cada frecuencia de la imagen original para formar la imagen filtrada. Un valor nulo indica que aquella frecuencia no se transmite, es decir, que no aparecerá en la imagen filtrada. Un valor unidad significa que no queda modificada. Así, para disminuir el efecto del ruido reduciremos la amplitud de las altas frecuencias ya que es en este margen de frecuencias donde se hace notar más. Por el contrario, para detectar contornos se deberán realzar las medias y altas frecuencias. El filtro de la figura 5.2.1, es un filtro que prácticamente no modifica las amplitudes de las frecuencias inferiores al 35% de la de Nyquist para luego disminuir su amplitud suavemente hasta 0 para el 100% de dicha frecuencia. Es decir, que aplicado al maniquí de barras, conservará

"inalteradas" las barras más gruesas que están situadas sobre el 30% de Nyquist y disminuirá la amplitud de las frecuencias (de las sinusoides) que intervienen en la representación de las barras de (1/4") por un factor  $\approx 0.7$  por estar situadas alrededor del 50% de Nyquist. Las barras siguientes, que corresponden aproximadamente al 62.5 %, han visto reducido fuertemente su contraste ( $\approx 0.3$ ) y las que corresponden al 81.25% de Nyquist se volverán indistinguibles ya que las frecuencias que dan cuenta de ellas han sido prácticamente anuladas ( $\approx 0.07$ ). Haciendo girar esta curva alrededor del eje Y se genera una matriz (fig. 5.2.2) que se empleará para multiplicar las imágenes de amplitud y fase.

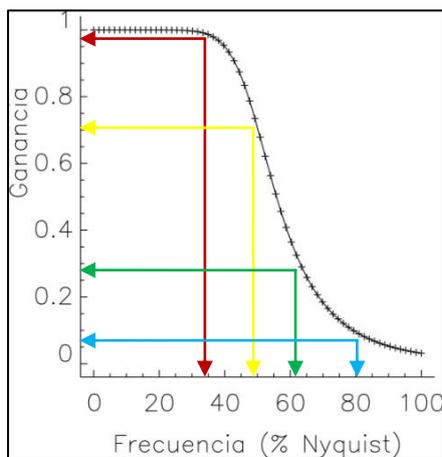


fig.5.2.1: filtro unidimensional.

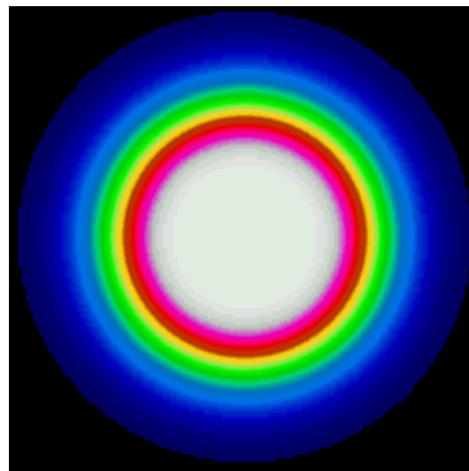


fig.5.2.2: filtro bidimensional obtenido por rotación del filtro unidimensional.

El efecto de este filtro se observa directamente en la imagen de amplitud "filtrada" (fig. 5.2.4) obtenida multiplicando la imagen de amplitud original (fig.5.2.3 ) por la matriz obtenida a partir del filtro (fig.5.2.2) . En la imagen de amplitud filtrada (fig. 5.2.4) han desaparecido los puntos más distantes al centro de la fig. 5.2.3. Esto significa que las barras más "finas" verticales no se destacarán del fondo, como documenta la fig. 5.2.5(b). Esta imagen

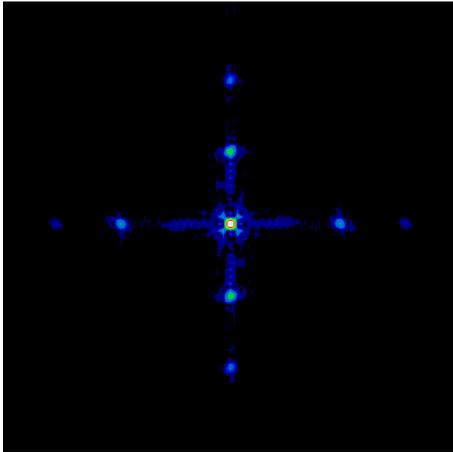


fig. 5.2.3: imagen de amplitud original.

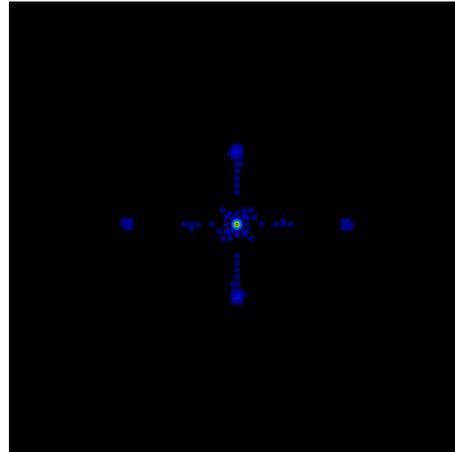


fig. 5.2.4: imagen de amplitud filtrada.

se obtiene aplicando la transformada inversa de Fourier a las representaciones filtradas de la imagen 5.2.4.

La comparación de las dos figuras 5.2.5 sirve para aclarar el efecto del filtro aplicado. Por una parte se ha disminuido el moteado o irregularidades en las cuentas en toda la imagen (ruido), siendo más claro este efecto en el primer cuadrante y algo menos en el segundo. Por otra parte también observamos que las barras del tercer cuadrante casi no se distinguen del fondo y que las del cuarto cuadrante han sido borradas. Éste es un ejemplo más de cómo los filtros de suavizado reducen el ruido y también detalles de las imágenes que pueden ser de valor diagnóstico.

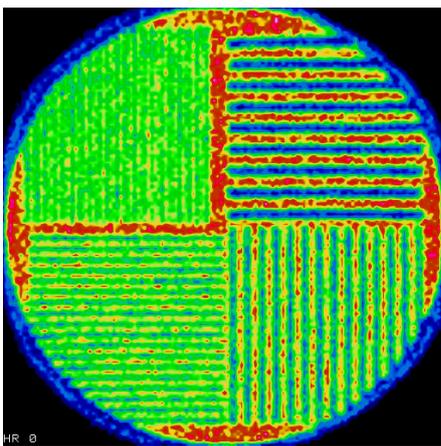


fig. 5.2.5(a): imagen original

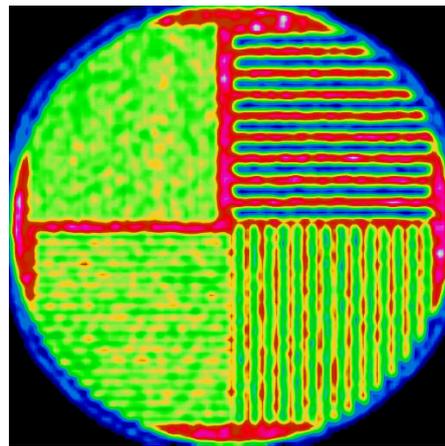


fig. 5.2.5 (b): imagen filtrada

La figura 5.2.6 muestra los espectros de frecuencias de la imagen original y filtrada donde se pone de manifiesto cómo han disminuido las amplitudes de las frecuencias que corresponden a las barras que ya no son visibles (en azul) y casi indistinguibles (verde) siguiendo la misma

codificación de colores que en la figura 5.2.1.

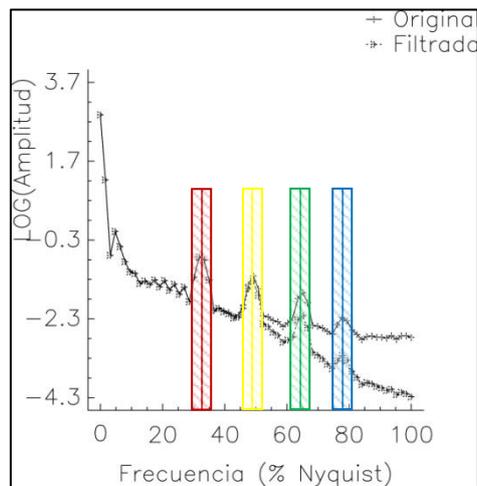


fig.5.2.6: espectros pre y post filtrado.

El proceso completo de filtrado en el espacio frecuencial consiste en:

- 1) Aplicar la transformada directa de Fourier a una imagen para "pasarla" al espacio frecuencial.
- 2) Multiplicar las imágenes de amplitud y fase por el filtro.
- 3) Aplicar la transformada inversa de Fourier para "volver" al espacio real.

### 5.3 Equivalencia de representaciones

Es interesante observar que los procesos de filtrado descritos, el uno en el espacio real (capítulo 2), el otro en el espacio frecuencial, son absolutamente equivalentes. Esto significa la absoluta concordancia de resultados por ambos métodos siempre que se empleen exactamente los mismos filtros: así como los filtros empleados en la convolución (máscaras) tienen su representación frecuencial (obtenida por la transformada de Fourier), los filtros definidos en el espacio frecuencial (que son los que se describen más adelante) tienen su equivalente en la forma de máscara de pesos. La figura 5.3.1 corresponde al perfil frecuencial del filtro de suavizado que se citó en el capítulo 2.

Algunos fabricantes de ordenadores de Medicina Nuclear trabajan exclusivamente en el espacio real aunque los usuarios definan los filtros en el espacio frecuencial. Otros actúan

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

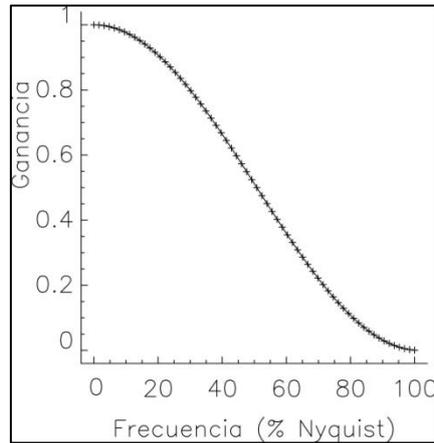


fig. 5.3.1: máscara de pesos (filtro directo) y su representación frecuencial equivalente.

solamente en el espacio frecuencial tanto en la definición como en la ejecución. El esquema (fig. 5.3.2) resume la equivalencia y los procesos básicos de la filtración.

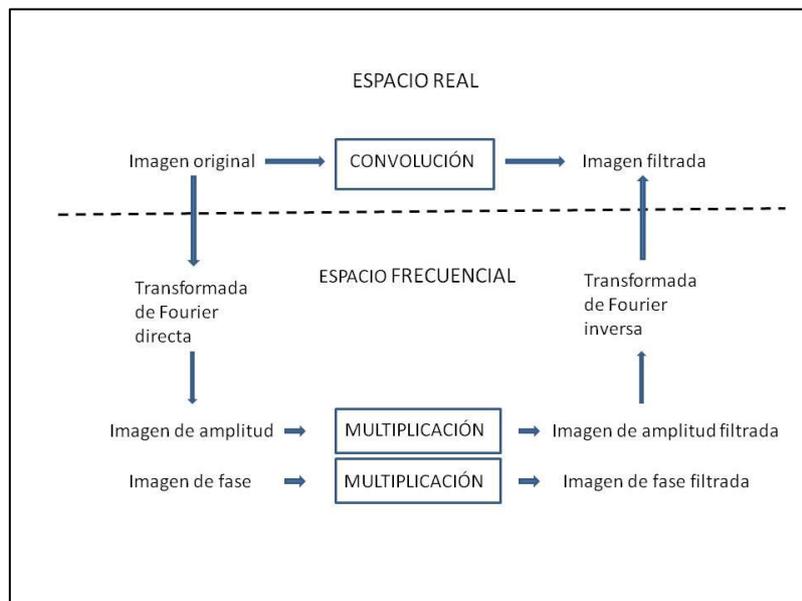


fig. 5.3.2: esquema de la equivalencia de métodos de filtración.

## 5.4 Tipos de filtros

En forma frecuencial los filtros vienen definidos mediante funciones más o menos complicadas. Sin embargo, para su utilización usual, basta con saber interpretar su representación gráfica, que indica de forma bastante aproximada el efecto que producirán. Según la zona del espectro en el que actúan, los filtros se clasifican en:

**Paso todo:** dejan pasar todas las frecuencias aunque modificándolas.

**Paso alta** ("high-pass"): sólo dejan pasar las altas frecuencias, eliminando las bajas.

**Paso baja**("low-pass"): sólo dejan pasar las bajas frecuencias, eliminando las altas.

**Paso banda**("bandpass"): sólo dejan pasar las frecuencias comprendidas entre dos límites.

### 5.4.1 Filtros ideales

Un filtro ideal del tipo paso baja será aquél que valga 1 para todas las frecuencias que deja pasar y que vale 0 a partir de una frecuencia predeterminada llamada **frecuencia de corte**. La figura 5.4.1.1 representa un filtro de este tipo con frecuencia de corte=  $0.8 \text{ cm}^{-1}$  que corresponde al 50% de la frecuencia de Nyquist de la digitalización utilizada y en la figura 5.4.1.2 se representa el resultado de aplicarlo a la imagen del maniquí de barras. Observamos tres fenómenos en la imagen. Primero, que al desaparecer la mitad superior de las frecuencias se han perdido las barras del maniquí de mayor frecuencia ( $1.05$  y  $1.26 \text{ cm}^{-1}$ ). Segundo, que ha desaparecido el típico moteado del fondo debido al ruido al haber hecho desaparecer también parte de las frecuencias que le representan y tercero; que han aparecido unos artefactos (alargamiento de las barras fuera de la imagen) y que enmascaran toda la imagen que debidos a que el filtro empleado (fig. 5.4.1.1) corta abruptamente el espectro de frecuencias. Para evitar este efecto, todos los filtros que se aplican en la práctica han de presentar un contorno suave como el ya expuesto en el apartado anterior.

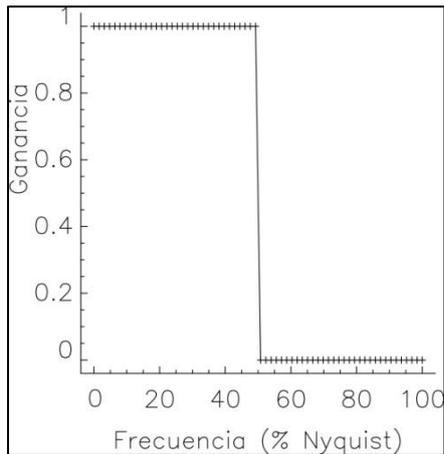


fig. 5.4.1.1: filtro paso-baja con frecuencia de corte 50% de Nyquist.

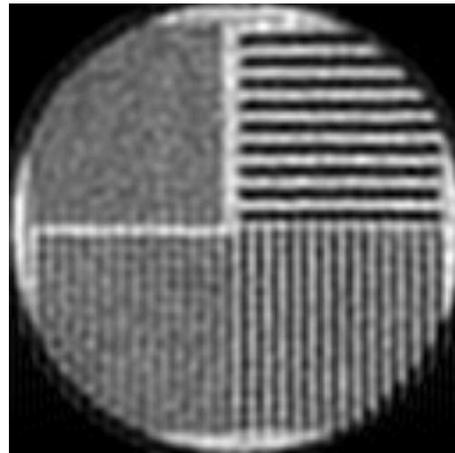


fig.5.4.1.2: imagen filtrada .

Como ejemplo de filtro paso alta, volvemos a utilizar un filtro ideal (fig. 5.4.1.3) cuya frecuencia de corte es también el 50% de la frecuencia de Nyquist. Vemos como en este caso

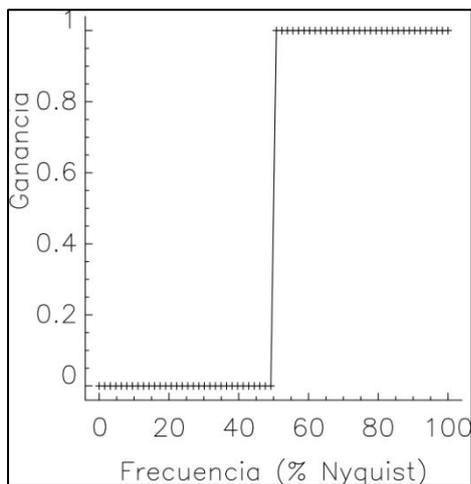


fig. 5.4.1.3: filtro paso-alta con frecuencia de corte 50% de Nyquist.



fig.5.4.1.4: resultado de aplicar el filtro paso-alta.

el fondo de la imagen (fig. 5.4.1.4) ha desaparecido (por corresponder a las bajas frecuencias) y que sólo se observan las zonas de cambio de actividad, es decir, las que corresponden a los bordes de las barras del maniquí. También aparecen las barras del segundo y tercer cuadrantes prolongadas hacia abajo a causa del artefacto generado por el corte brusco de frecuencias.

Un filtro ideal paso-banda como el de la fig. 5.4.1.5, que deja pasar sólo las frecuencias comprendidas entre el 25% y el 75% de la frecuencia de Nyquist, eliminará por un lado el fondo (ya que está situado en la zona de bajas frecuencias) y reduciendo por otro lado el

ruido, conservando algo del tramado más fino (ya que éste se sitúa sobre los  $1.3 \text{ cm}^{-1}$ ) como se ve en la figura 5.4.1.6.

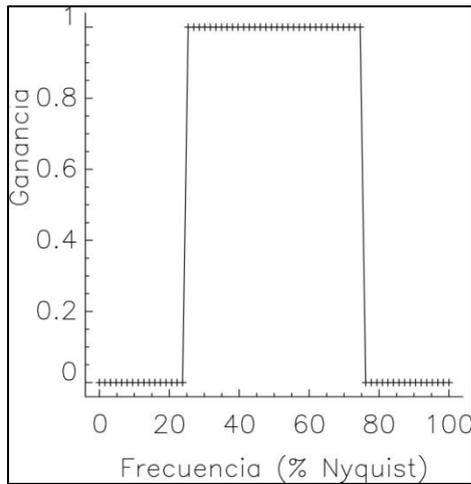


fig. 5.4.1.5: filtro paso-banda de frecuencias de corte 25% y 75% de Nyquist.

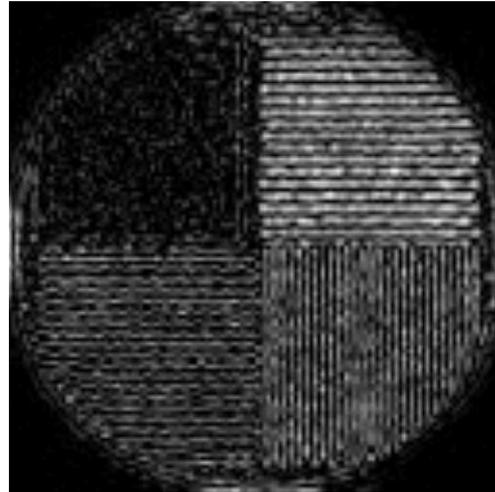


fig. 5.4.1.6: resultado de aplicar el filtro paso-banda.

Los filtros también pueden clasificarse por el tipo de efecto que producen, como es de suavizado y restauración.

#### 5.4.2. Filtros de suavizado

Los filtros de suavizado ("smoothing filters") se han diseñado para reducir, en caso extremo anular, las amplitudes de la zona de las frecuencias altas. Se trata, por lo tanto, de filtros del tipo paso-baja ideados primariamente para reducir ruido. La forma concreta dependerá de la expresión matemática empleada para definir su perfil. No obstante, en todos ellos hay que considerar básicamente 2 parámetros: uno, que da el umbral de frecuencias a partir del cual no se transmiten amplitudes (frecuencia de corte) y otro, que aunque en muchos casos está en forma explícita ya que viene determinado por la fórmula matemática que lo define, que regula la rapidez con la que el filtro tiende a anularse. Estos filtros, al reducir y/o eliminar las frecuencias altas de las imágenes, además de reducir el ruido, reducen la definición ("sharpness") de todos los contornos, produciendo un suavizado.

Ejemplos de ellos son los filtros Butterworth, Shepp-Logan, Parzen que se describen en el capítulo 6 (fig.5.4.2.1).

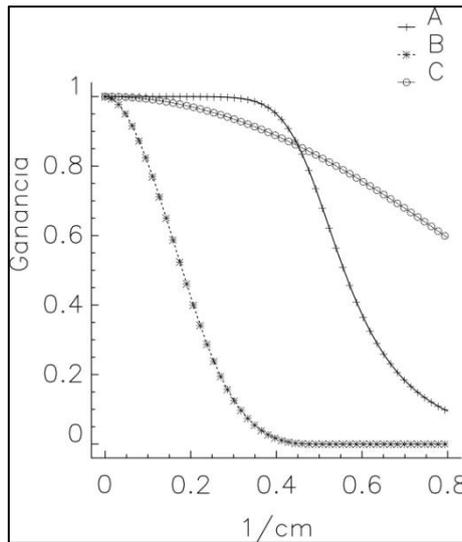


fig. 5.4.2.1: filtros de suavizado. A: Butterworth, B: Parzen, C: Shepp-Logan.

Observar que por su misma definición, los valores de la ganancia de los filtros de suavizado son siempre iguales o menores de la unidad ya que atenúan las amplitudes.

### 5.4.3 Filtros de restauración

La finalidad primera de los filtros de restauración ("restoration filters") consiste en compensar la degradación que el detector produce en la imagen. Como ya se ha visto anteriormente (4.1 y 4.2) la resolución de las imágenes depende de los elementos detectores, de la distancia y de la matriz empleados. En el espacio directo, la forma de caracterizar esta respuesta es mediante la función de dispersión puntual (PSF), y en el espacio frecuencial, con la transformada de Fourier de ésta, que es la función de transferencia de modulación (MTF).

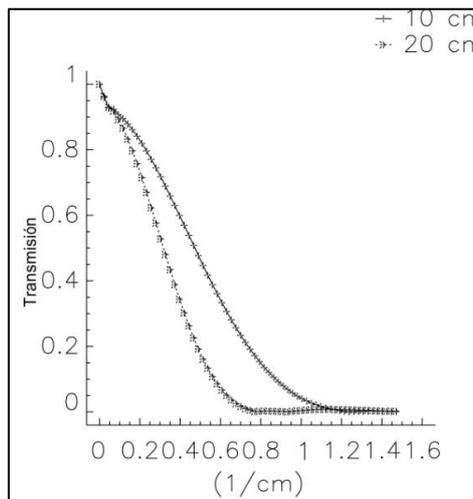


fig.5.4.3.1: funciones de transferencia de modulación (MTF) para colimador de alta resolución a 10 y 20 cm de distancia.

La fig. 5.4.3.1 muestra la MTF para una gammacámara con un colimador de alta resolución, a 10 y 20 cm de distancia empleando una matriz de 128x128.

Basándose en el hecho de que una imagen se considera formada por puntos y de que el sistema detector se puede caracterizar por su respuesta a un punto, resulta que las imágenes se generan por convolución de la distribución original de puntos (objeto) con la respuesta del detector para cada punto (PSF).

La restauración consiste en invertir, dentro de lo posible, la degradación ("emborronamiento", "blurring" en inglés) introducida por el detector. Se trata, por consiguiente, de "desconvolucionar" la imagen generada por el detector con la función que le caracteriza (PSF) en el espacio real o (MTF) en el espacio frecuencial para obtener una estimación de la distribución de actividad (objeto). Este proceso tanto puede llevarse a cabo en el espacio directo<sup>16</sup> como en el frecuencial.

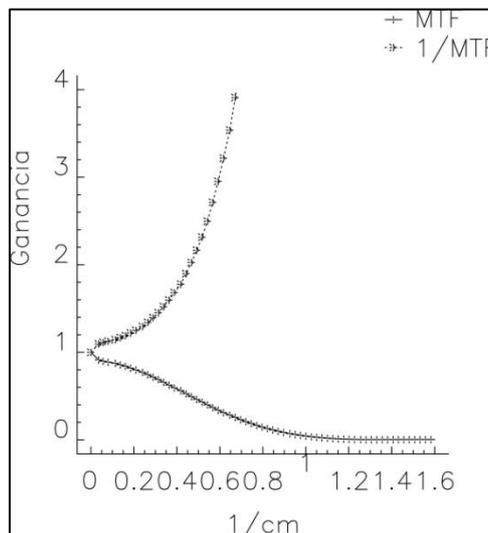


fig.5.4.3.2: MTF y su inversa.

En el espacio frecuencial, la estimación de la distribución real de la radiactividad en el objeto se puede obtener, en principio, aplicando un filtro que sea el inverso de lo que produce el emborronamiento, es decir, el inverso de la MTF (1/MTF). Desgraciadamente, la MTF toma valores muy cercanos a cero, lo que hace que a partir de ciertas frecuencias su inverso crezca desmesuradamente como se observa en la fig. 5.4.3.2 en la que se muestra una MTF y parte

<sup>16</sup>La restauración en el espacio directo permite aplicar métodos de cálculo que tengan en cuenta la variación de la respuesta de las gammacámaras y tomógrafos PET con la posición de la detección permitiendo la corrección, por ejemplo, de la variación de la PSF con la distancia al eje central en los tomógrafos PET.

de su inversa al presentar éstos valores muy elevados a partir de  $0.8 \text{ cm}^{-1}$ . La aplicación directa de esta inversión no es viable, ya que, entre otros problemas, amplificaría de forma desmesurada los valores correspondientes a frecuencias que sólo son debidas al ruido. Esto hace que deba modificarse la función  $1/\text{MTF}$  para que incluya un término de suavizado que actúe en la zona alta del espectro de frecuencias consiguiéndose de esta forma

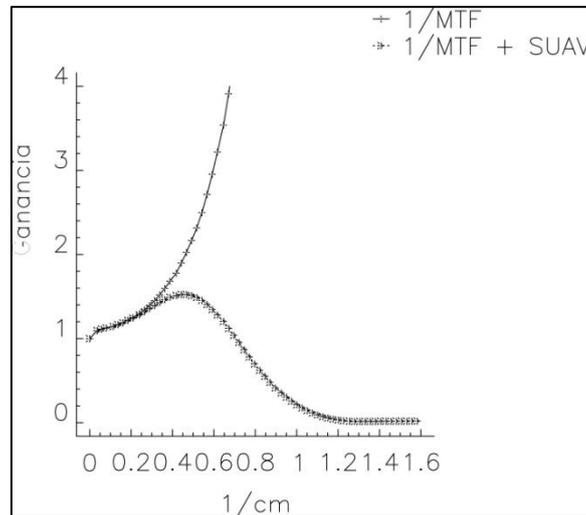


fig. 5.4.3.3:  $1/\text{MTF}$  directa y con suavizado.

hacer efectivos este tipo de filtros (fig.5.4.3.3).

La fig. 5.4.3.4 muestra una función de transferencia y un filtro de restauración obtenido a partir de ella. En los detectores la caracterización frecuencial (MTF) para unas determinadas condiciones de medida (colimador y distancia) puede obtenerse tanto experimentalmente como de acuerdo a una modelización teórica. Las gammacámaras actuales vienen caracterizadas de fábrica de forma que para cada colimador e intervalo de distancia disponen internamente de la PSF o MTF correspondiente. Esto hace que el usuario sólo deba ajustar los grados de amplificación y de suavizado.

Observar que existirá una zona de frecuencias en la que el filtro tendrá valores superiores a 1 (amplificación) y otra zona en la que los valores serán inferiores a la unidad (atenuación).

El filtro de restauración más extendido y flexible en Medicina Nuclear es el de Metz. La figura 5.4.3.5 muestra 2 filtros de Metz generados a partir de las características de un colimador de alta resolución a 10 y 20 cm de distancia.

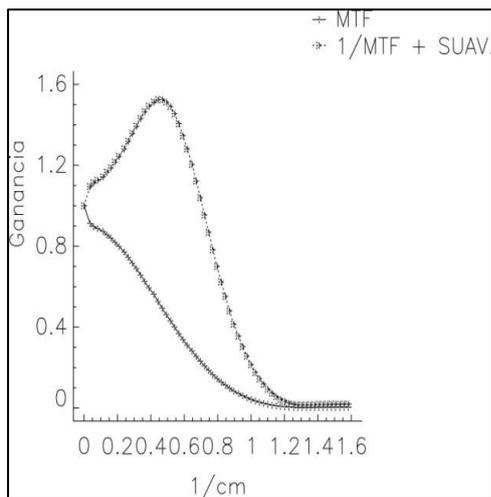


fig.5.4.3.4: MTF y filtro de restauración derivado

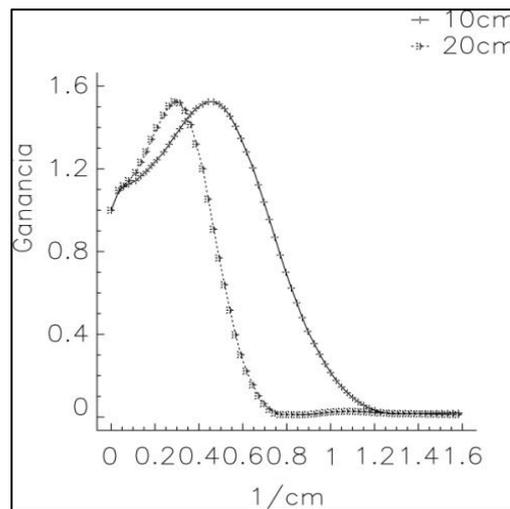


fig.5.4.3.5: filtros de Metz para colimador HR a 10 y 20 cm.

Es muy importante tener en cuenta que la dependencia de la respuesta de las gammacámaras con la distancia hace que, en general, las restauraciones aplicadas a la reconstrucción tomográfica en el espacio frecuencial sean aproximadas, al no poder variar de filtro según la distancia al centro de rotación. No obstante, empleando la representación directa de los filtros es posible restaurar imágenes planares y estudios SPECT considerando que la función de dispersión puntual tanto varía con la distancia entre objeto y colimador como con la posición del impulso en el cristal del detector. Los tomógrafos PET más recientes llevan incorporadas de fábrica las PSFs para todos los puntos del campo de visión consiguiendo corregir las "imperfecciones" que se han descrito anteriormente (apartado 4.3).

## **6. Filtros en SPECT y PET**

### **6.1 Introducción**

Los filtros se aplican tanto en gammagrafía planar, normalmente como suavizado de las imágenes, como en tomografía donde han tenido y todavía tienen un papel importante. Por ello es conveniente hacer un repaso esquemático de la adquisición de estudios y de los métodos de reconstrucción tomográfica usuales en Medicina nuclear.

En SPECT y en PET la obtención de la distribución del radiofármaco en el interior del cuerpo del paciente se realiza en dos fases. En la primera de ellas se detecta la radiación alrededor del paciente (adquisición) y en la segunda se procesan matemáticamente los datos adquiridos para conseguir una estimación de la distribución de radiofármaco (reconstrucción).

### **6.2 Adquisición de estudios tomográficos**

La tecnología utilizada en la adquisición depende del tipo de radiación del radiofármaco. Si se trata de emisores de radiación gamma se emplean gammacámaras cuyo detector o detectores giran alrededor del paciente (SPECT) obteniéndose imágenes cada cierto ángulo a lo largo de toda la órbita. Estas gammagrafías, que se denominan proyecciones, son el resultado de acumular en cada pixel la actividad detectada según cada ángulo y están sujetas a las limitaciones impuestas por los colimadores como son la dependencia de la resolución con la distancia y, sobre todo, el bajo número de cuentas debido a su baja sensibilidad, haciendo que el nivel de ruido sea importante.

La siguiente figura indica cómo se prepara la información adquirida en un estudio de SPECT para su posterior reconstrucción que se denomina sinograma. A partir de las imágenes adquiridas regularmente cada cierto ángulo para cada corte que se quiere reconstruir se obtiene la actividad de cada fila. Para cada corte se crea una matriz, denominada sinograma, ordenando los perfiles de actividad según el ángulo de cada proyección. Se trata de condensar en una matriz toda la información necesaria para reconstruir un corte. La reconstrucción se efectúa corte a corte y cada sinograma es el punto de partida de su reconstrucción (fig. 6.2.1). Si se trata de emisores de positrones se emplean tomógrafos para detectar los fotones creados por la aniquilación de los positrones dentro del paciente (PET). Están constituidos básicamente por varios anillos de detectores estáticos dispuestos alrededor del paciente. Debido a que se han de detectar 2 fotones en coincidencia la información que se genera son las líneas de respuesta (que se "trazan" a partir de cada par de detecciones simultáneas). La

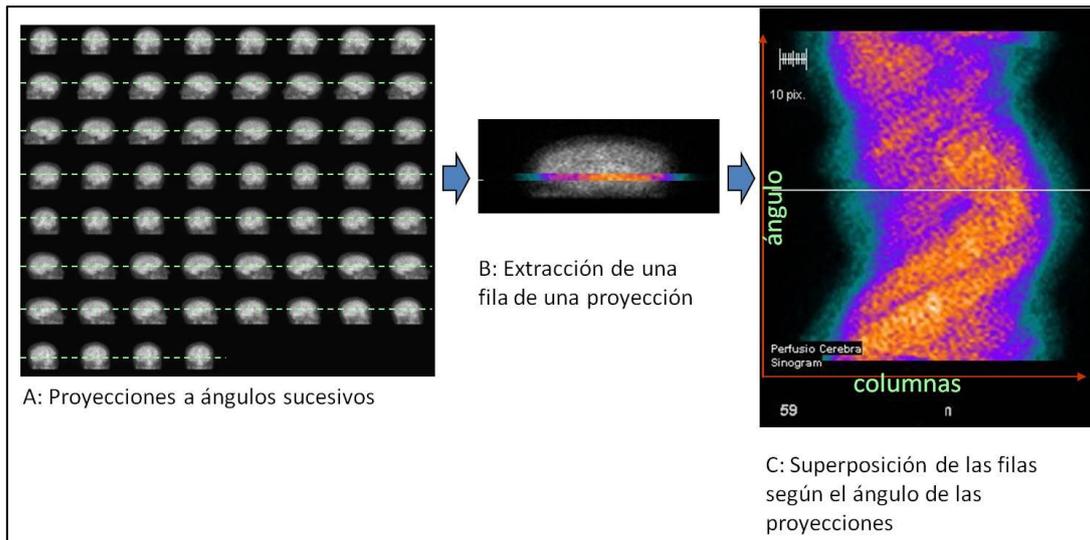


fig. 6.2.1: esquema de la obtención de los sinogramas en SPECT

forma de tratar esta información consiste en clasificar cada línea de respuesta mediante su distancia al centro del campo de visión y su ángulo. De esta forma se generan, para cada corte, unas matrices llamadas sinogramas en las que el valor de cada uno de sus puntos indica la cantidad de líneas de respuesta que tenían determinado ángulo y distancia al centro (fig. 6.2.2). Aunque las "cuentas" en PET no corresponden directamente a fotones sino a líneas de respuesta, éstas se asignan a desintegraciones de positrones.

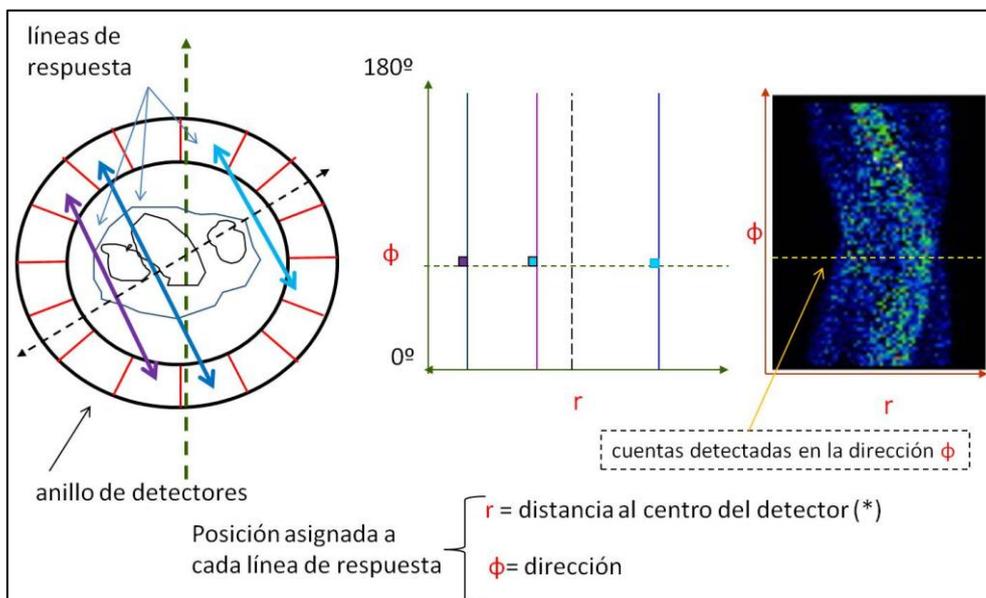


fig. 6.2.2: esquema de la formación de los sinogramas en PET

Tanto en SPECT como en PET el punto de partida de la reconstrucción es el sinograma.

En una y otra técnica indican lo mismo: en SPECT se forma por la detección de un fotón y en PET por la detección simultánea de dos, es decir, por una coincidencia (fig. 6.2.3).

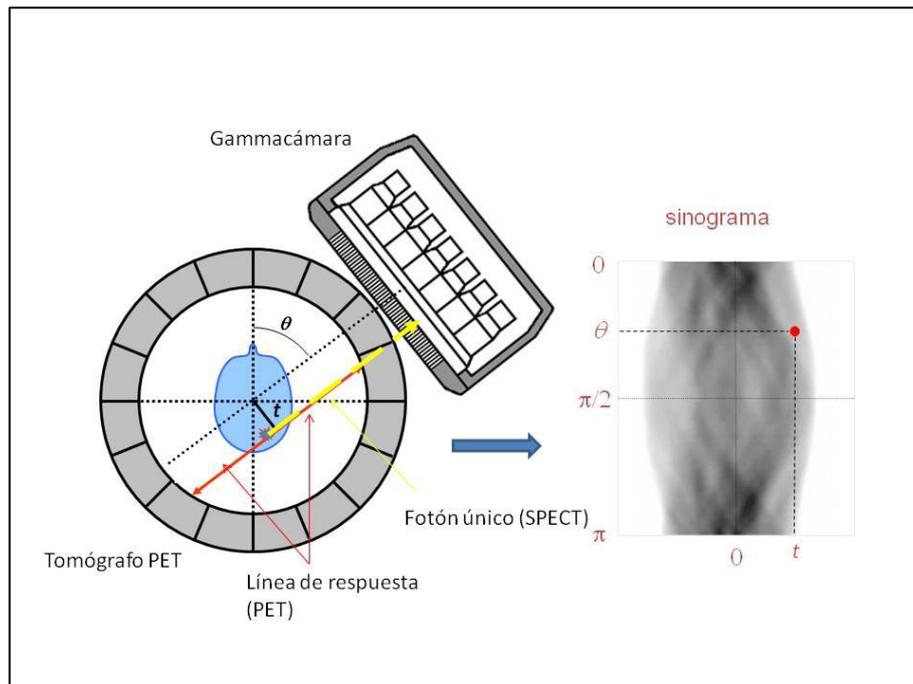


fig 6.2.3: equivalencia entre SPECT y PET . Fotón único (amarillo), línea de respuesta (rojo)  
(Sinograma extraído de Principles of PET: reconstruction / simulations de Irène Buvat)

En PET actualmente la forma más común de adquisición es la de 3D que consiste en admitir líneas de respuesta oblicuas cuyo origen y final no ocurren en el mismo anillo de detectores. No obstante, en muchos casos debido a la ingente cantidad de computación requerida para tratar directamente los datos en 3D, éstos se recombinan ("re-binning") para reconstruirlos como en 2D pero con mucho mayor número de detecciones, lo que aumenta significativamente la calidad de los estudios.

### 6.3 Reconstrucción de estudios tomográficos

A pesar de las distintas correcciones que se hacen en una y otra modalidad para corregir defectos o limitaciones de los equipos <sup>17</sup> se aplican los mismos métodos básicos de reconstrucción tanto en SPECT como en PET.

Excepto en el caso de reconstrucción directa 3D en PET, las reconstrucciones se hacen corte a corte (2D). La idea básica consiste en considerar el volumen a reconstruir descompuesto en

<sup>17</sup> Las correcciones previas y durante la reconstrucción, sobre todo en PET (corrección de la atenuación, coincidencias aleatorias, "scatter", resolución espacial,...) hacen que las estadísticas que rigen los valores a reconstruir no sean estrictamente de Poisson (recordar que es la que permite asignar como incertidumbre de un recuento su raíz cuadrada).

secciones o cortes ("slices"). Cada corte se reconstruye por separado y al final se superponen

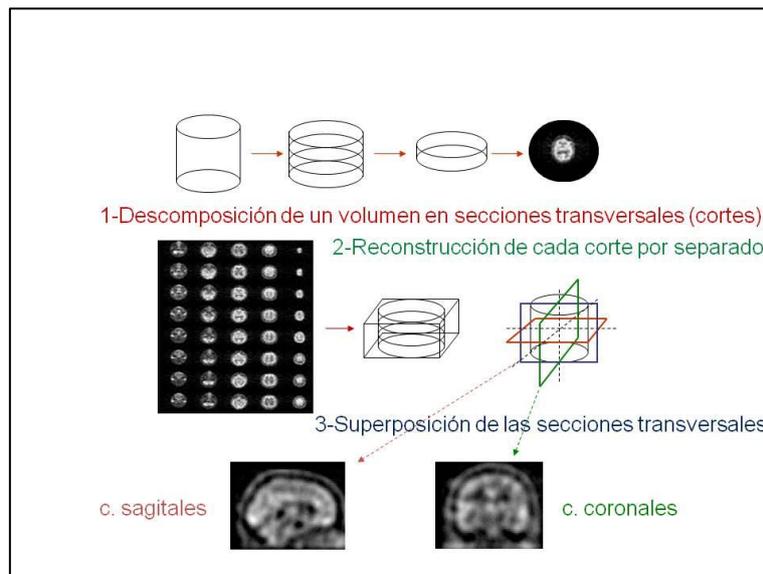


fig. 6.3.1: esquema de la reconstrucción estándar 2D

los interiores reconstruidos para formar el estudio final y a partir de éste obtener los cortes sagitales y coronales, según se muestra en el esquema de la figura.6.3.1.

Los métodos de reconstrucción actualmente disponibles en el mercado son de dos tipos. El primero, que es la retroproyección filtrada ("FBP") y que pertenece al de los métodos analíticos, ha sido y continúa estando implementado en los ordenadores de medicina nuclear. Fue el primer método clínicamente utilizable por la reducida capacidad de cálculo que requiere y que tanto se empleaba en PET y SPECT como en tomografía computarizada con rayos X (CT). El segundo tipo lo constituyen los llamados métodos iterativos, siendo el más común el denominado "Maximum Likelihood Expectation Maximization" (MLEM) acelerado mediante los subconjuntos ordenados que se conoce como Ordered Subsets Expectation Maximization (OSEM).

### 6.3.1 Retroproyección filtrada

Se basa en considerar que si las proyecciones son perfiles de una actividad desconocida obtenida a distintos ángulos, esta actividad "incógnita" de la cual procede se puede estimar superponiendo dichos perfiles sobre una matriz teniendo en cuenta su ángulo (de aquí el nombre de retroproyección).

Este algoritmo de retroproyección, por el propio sistema de cálculo, produce un emborronamiento de las imágenes. Este emborronamiento en el espacio frecuencial es cómo si se hubiera aplicado el filtro definido por el inverso de la frecuencia ( $F(v) = 1/v$ , siendo  $v$  la

frecuencia) cuya gráfica se muestra en la fig. 6.3.1.1.

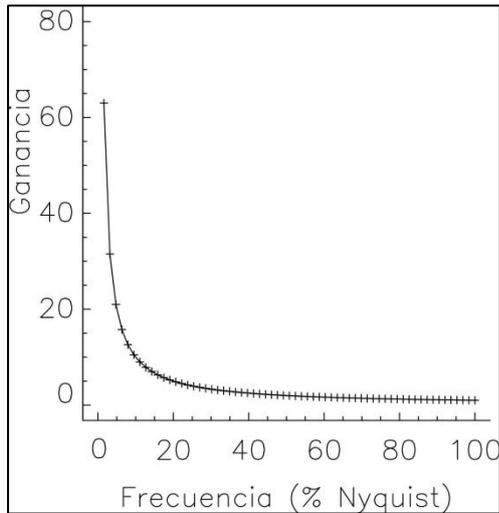


fig. 6.3.1.1: filtro "1/v" inducido por el método de retroproyección.

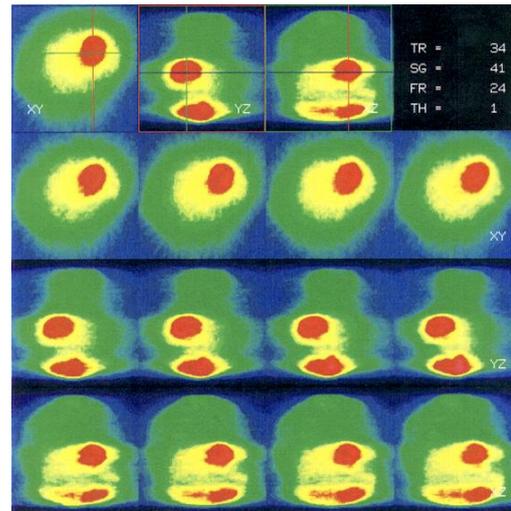


fig.6.3.1.2: cortes transversal, sagital y coronal de una retroproyección "en bruto".

La fig. 6.3.1.2 muestra el resultado de haber aplicado, sin más, una retroproyección a un estudio de perfusión miocárdica: la zona correspondiente al miocardio es una mancha y todos los cortes presentan un aspecto borroso. Este emborronamiento se corrige multiplicando la imagen de amplitud por "v" a fin de compensar el efecto del "1/v".

La representación gráfica del filtro corrector ( $F(v) = v$ ) en función de la frecuencia es una recta a 45° por lo que se denomina filtro de rampa (fig. 6.3.1.3).

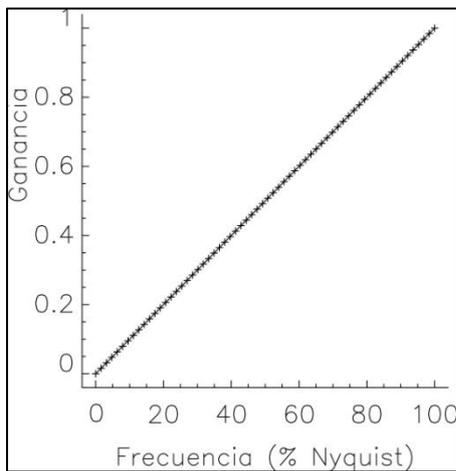


fig. 6.3.1.3: filtro de rampa.

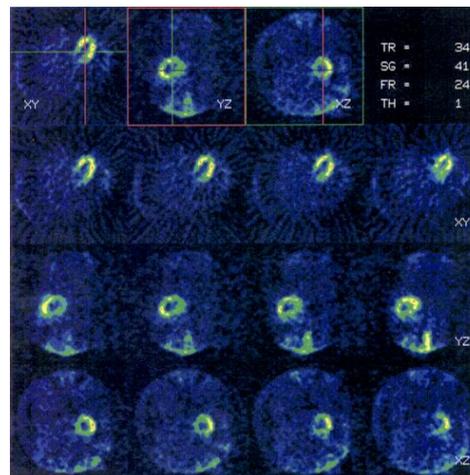


fig.6.3.1.4: cortes transversal, sagital y coronal de la retroproyección anterior después de aplicar el filtro de rampa.

Por ello, al algoritmo para la reconstrucción tomográfica implementado en los ordenadores

de medicina nuclear se le acostumbra a denominar retroproyección filtrada ("Filtered BackProjection"): retroproyección por el método de cálculo empleado y filtrada por aplicar ineludiblemente el filtro de rampa. La fig 6.3.1.4 muestra el resultado de aplicar el filtro de rampa al estudio de la fig 6.3.1.2.

El filtro de rampa actúa sobre todo el margen de frecuencias, multiplicando la amplitud de todas las frecuencias de forma progresiva (linealmente). Esto hace que cuanto mayor es la frecuencia mayor es el factor por el cual se multiplica su amplitud (fig. 6.3.1.5).

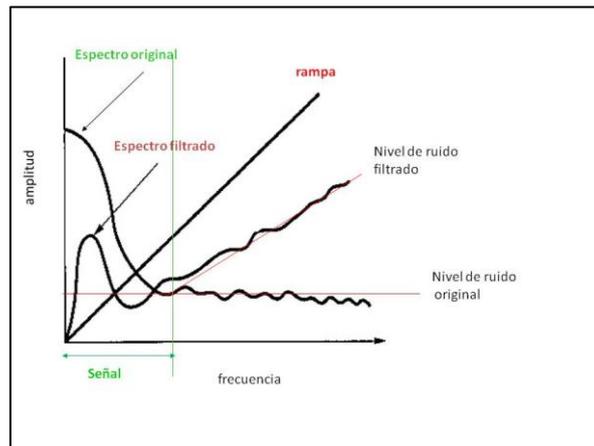


fig.6.3.1.5: efecto de aplicar el filtro de rampa sobre un espectro.

Por otra parte es bien sabido que donde el ruido se hace notar más acusadamente es en las frecuencias altas ya que éstas son el punto débil de los equipos formadores de imagen (recordar la forma de las MTFs de la fig.4.2.2(b)). Una vez visto en esquema el efecto del filtro de rampa, la mejor manera de visualizarlo es por medio del espectro de amplitudes. La figura 6.3.1.6 muestra los espectros normalizados antes y después de haber aplicado el filtro de rampa. Como se puede observar, la relación entre el nivel de señal y de ruido es menor después de aplicar la rampa, o dicho de otra forma, el ruido ha aumentado respecto al original. El efecto final de este incremento en la imagen depende de su calidad estadística (relación señal/ruido). Si esta relación es elevada, esto es, si las estructuras de interés (señal) se distinguen bien, la calidad de la imagen no se verá afectada significativamente, si, al contrario, la señal es pobre (bajo número de cuentas) entonces se verá seriamente deteriorada.

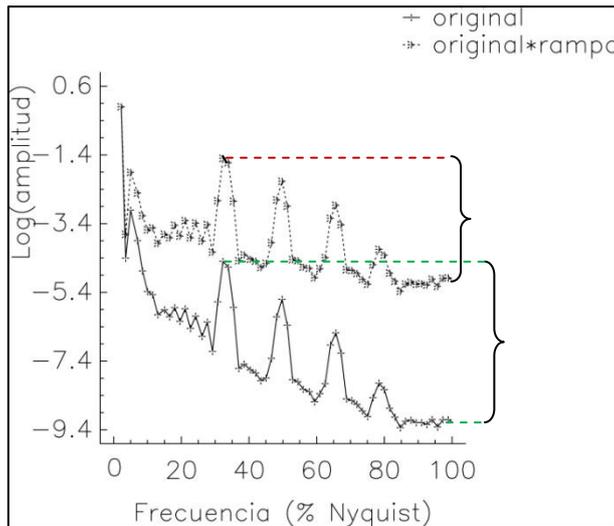


fig.6.3.1.6: espectros del maniquí de barras antes y después de aplicar el filtro de rampa.

En PET el número de cuentas en la adquisición y en la imagen reconstruida es muy superior a los del SPECT y en consecuencia no es tan sensible al ruido. Si, en cambio, la relación señal/ruido es baja como en SPECT, un incremento relativo del ruido respecto a la señal puede ser inadmisibles, lo que obliga a reducirlo donde su efecto es mayor (frecuencias altas), aún a costa de perder resolución. Todo ello lleva a prestar especial atención a la selección del filtro, debiendo ser meditada y optimizada en cada tipo de estudio.

La aplicación de un "segundo" filtro es equivalente a aplicar un sólo filtro que sea la combinación de ambos (fig. 6.3.1.7).

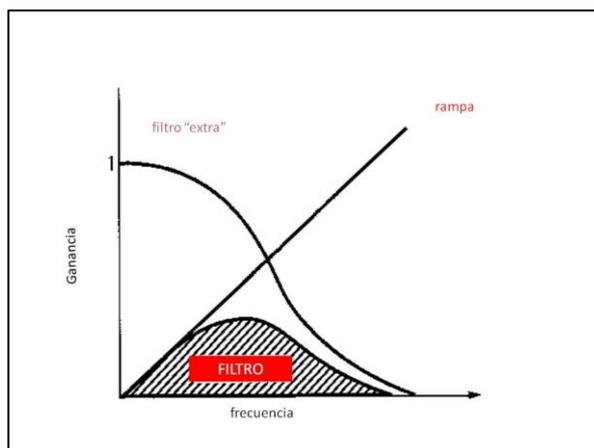


fig.6.3.1.7: composición del filtro de rampa con un segundo filtro.

La enorme dependencia de las imágenes finales con el filtro "extra" empleado es lo que ha dado lugar, sobre todo en SPECT, a una cierta cautela en su utilización, cautela originada la

mayoría de las veces, por el desconocimiento de su fundamento (que es lo que pretende remediar este libro).

### **6.3.2 Reconstrucción iterativa**

Los distintos métodos de reconstrucción iterativa se basan en un principio totalmente distinto al de la retroproyección filtrada. Se trata de crear un modelo de funcionamiento de los equipos formadores de imagen que incluya la detección y los efectos degradantes como la atenuación, la variación de la resolución espacial con la distancia al colimador en SPECT, la variación de resolución con la distancia al eje en PET, la radiación dispersada por efecto Compton,...

Cuanto más correcciones se tengan en cuenta mayor complejidad tendrá el modelo y mayor tiempo de ejecución se necesitará para obtener los estudios reconstruidos. Una vez se tiene el modelo - que según el fabricante puede contemplar distintas correcciones- se parte de una estimación inicial (normalmente una matriz uniforme con todos sus valores iguales a 1, por ejemplo). Sobre esta matriz se aplica el modelo con lo que se obtienen unas proyecciones simuladas que se comparan con las obtenidas experimentalmente con el equipo de imagen (SPECT, PET, CT). De esta comparación se obtienen unos valores que rectifican la estimación inicial obteniéndose así una siguiente estimación simulada. A esta estimación se le aplica otra vez el modelo y el resultado se vuelve a comparar con los datos experimentales y de esta comparación se vuelven a obtener unos coeficientes rectificadores que se aplican a la estimación anterior y así sucesivamente hasta que en la comparación entre las proyecciones simuladas y las experimentales se alcanza algún criterio de equivalencia de imágenes o se ha llegado a un determinado número de iteraciones (fig.6.3.2.1). La secuencia de imágenes de la figura 6.3.2.2 nos permite observar cómo se va perfilando la solución a medida que van progresando las iteraciones. A la primera iteración ya se localiza la zona de interés y se va incrementando el detalle en las iteraciones siguientes. Es importante señalar que existe para cada tipo de estudio un intervalo óptimo de número de iteraciones con el que se reconstruye el objeto correctamente ya que si se continua iterando el método intenta reproducir el ruido

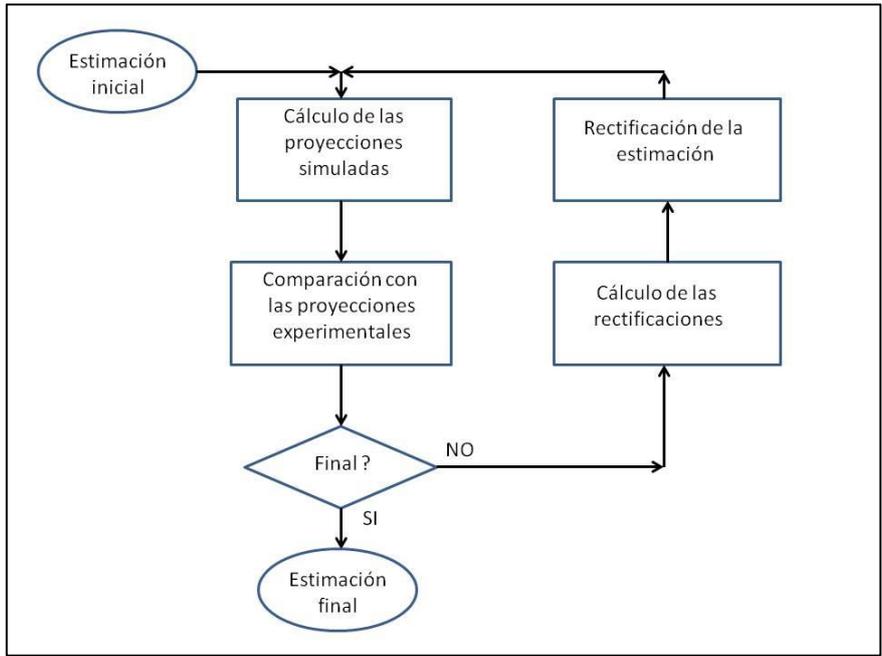


fig. 6.3.2.1: procedimiento de los métodos iterativos

puesto que también forma parte de la información experimental . En el caso ilustrado en la fig. 6.3.2.2 este intervalo comprende las iteraciones 5,6 y 7. Iteraciones posteriores sólo hacen aumentar el ruido como es bien notorio.

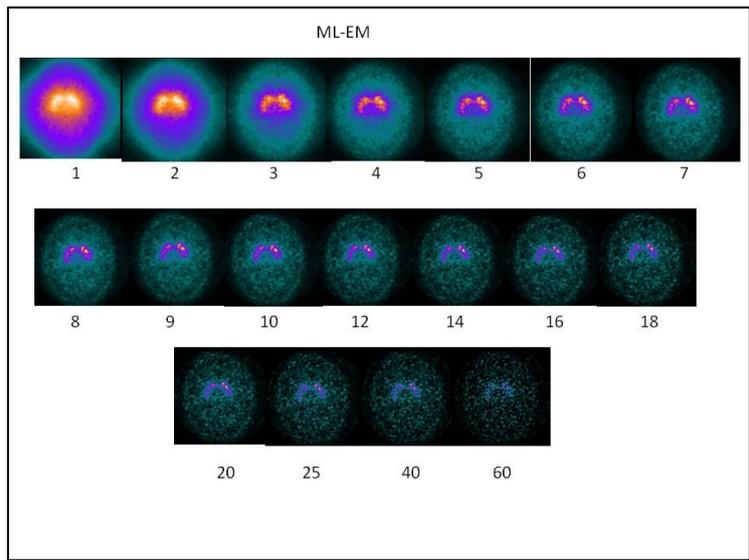


fig. 6.3.2.2: imágenes sucesivas en una reconstrucción iterativa. Los números indican el número de iteraciones de la imagen correspondiente

Aunque se "regula" el nivel de resolución y de ruido, en algunos casos se itera un poco en exceso y luego se aplica un filtro de suavizado a la solución final denominado postfiltro.

Este filtro tanto puede ser en dos dimensiones que se aplica sobre cada corte o puede ser en tres dimensiones que sirve para "armonizar" cada corte con sus colindantes.

Observación: la secuencia de imágenes del ejemplo de reconstrucción iterativa se puede interpretar desde el punto de vista frecuencial. En efecto, se parte de una estimación inicial (iteración número 0) que es una imagen uniforme y por lo tanto descrita por un sólo valor que es su valor medio y que corresponde a la frecuencia 0 ya que no presenta ningún cambio. En la primera iteración se corrige esta estimación inicial consiguiendo obtener una primera localización del foco de radiación lo que en representación frecuencial corresponde a las bajas frecuencias. La figura 6.3.2.3 (a) nos muestra una primera estimación, un perfil de cuentas de esta imagen y el espectro unidimensional de éste último. Se observa cómo esta primera estimación el contenido frecuencial es escaso y limitado a las bajas frecuencias. Las inmediatas iteraciones consiguen perfilar los núcleos de la base y por ello aparece unas nuevas frecuencias con una amplitud significativa (fig. 6.3.2.3 (b)) pero todavía con un aspecto "redondeado". Una iteración posterior (fig. 6.3.2.3(c)) consigue delimitar perfectamente ambos núcleos apareciendo una nueva frecuencia con cierta amplitud ( $0,16 \text{ mm}^{-1}$ ). La última figura (fig.6.3.2.4(d)) nos muestra el resultado de iteraciones más avanzadas en las que se recupera el ruido que desfigura lo que se había conseguido en iteraciones anteriores. Obsérvese como han "aparecido" nuevas frecuencias y como se han incrementado algunas que ya aparecían anteriormente. Se mantiene la forma básica pero totalmente desfigurada por la superposición del ruido.

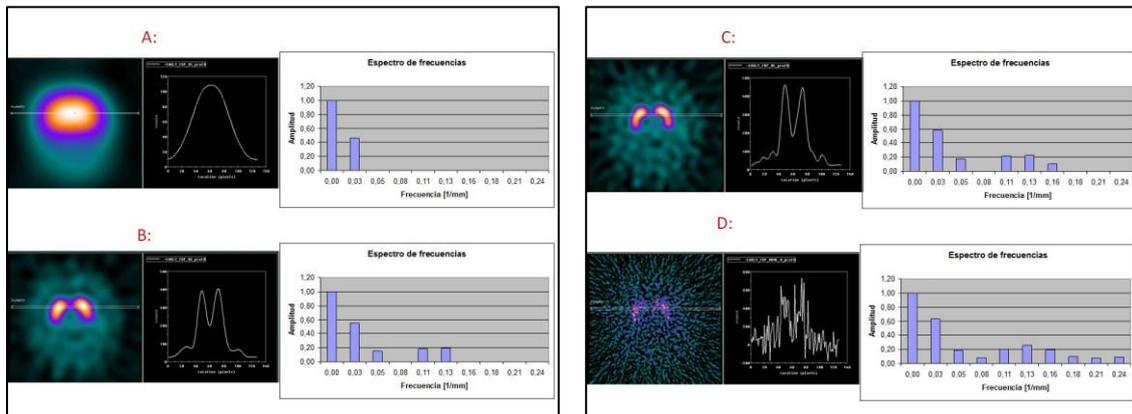


fig. 6.3.2.4: contenido frecuencial de iteraciones crecientes

Otra forma de observar cómo evolucionan las imágenes en función de las iteraciones consiste

en obtener las imágenes de amplitud en cada iteración y de ellas su espectro. La figura 6.3.2.5 muestra el logaritmo del espectro circular en función de las iteraciones (entre 1 y 100) empleando un programa basado en MLEM (OSEM con 1 subconjunto "1 subset") y sin ninguna corrección.

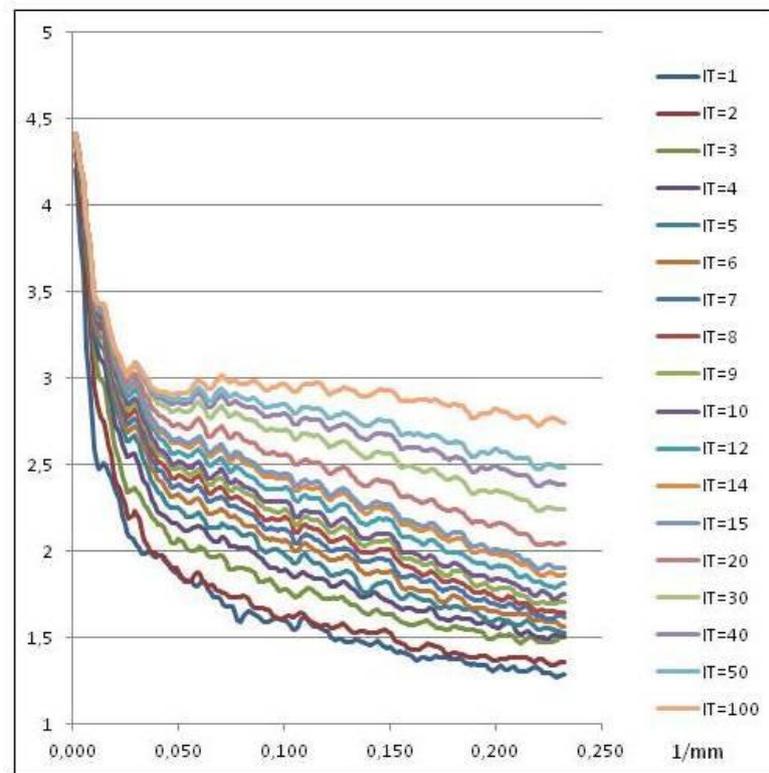


fig. 6.3.2.5: Variación de la amplitud (logaritmo) en función del número de iteraciones.

En esta gráfica podemos observar como a medida que aumenta el número de iteraciones (IT) aumenta la amplitud de las frecuencias medias altas ( $0,1 - 0,25 \text{ mm}^{-1}$ ). En cambio, en la zona de bajas frecuencias, que corresponde a la estructura general de las imágenes, su efecto es mucho menor (las curvas están mas juntas), o sea, que el aumento de las iteraciones no aporta información sustancial a la estructura general de la imagen<sup>18</sup>. Al aumentar el número de iteraciones aumenta más la zona de medias y altas frecuencias que la de bajas ( $0-0,05 \text{ mm}^{-1}$ ) indicando una elevación del nivel de ruido. También se observa que los incrementos en la

<sup>18</sup> La resolución espacial tomográfica en un medio dispersante como el agua parametrizada mediante la FWHM se sitúa sobre los 16,5 mm a una distancia (radio de giro) de 20 cm y sobre los 18,5 a 25 cm según Yokey et al. La frecuencia máxima que puede transmitir un equipo formador de imágenes (en este caso SPECT) es  $1/\text{FWHM}$ , lo que se traduce en una frecuencia máxima de  $0,060 \text{ mm}^{-1}$  para 20 cm y de  $0,054$  para 25 cm de radio de giro. Frecuencias superiores no contribuyen a la morfología de lo detectado sino que intentan reproducir las variaciones aleatorias de las cuentas detectadas. A medida que aumenta el radio de giro disminuye la frecuencia máxima detectable.

amplitud entre una iteración y la siguiente van disminuyendo a medida que se itera. Se puede decir que con las primeras iteraciones se moldea rápidamente la imagen y que con las siguientes sólo intentan reproducir el ruido. Si se compara la curva para IT=1 con las curvas de fondo que aparecen, por ejemplo, en el capítulo 3, vemos que son casi idénticas, ya que la curva de IT=1 todavía no ha "incorporado" las frecuencias que identificarán la imagen.

En la figura 6.3.2.6 se observa como el valor medio del número de cuentas de las imágenes ( $A(0)$ ) se hace prácticamente constante a partir de unas 10 iteraciones mientras que las amplitudes que corresponden a la morfología de la imagen lo hacen paulatinamente, aumentando el valor de la iteración para el cual se "estabilizan" a medida que aumenta la frecuencia.

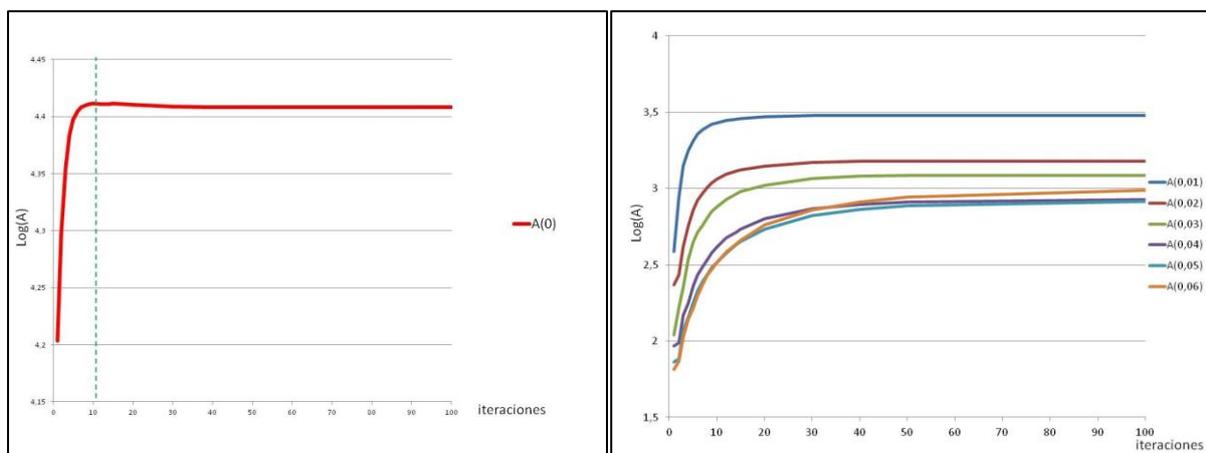


fig.6.3.2.6: Variación del número medio de cuentas  $A(0)$  y de las amplitudes entre 0,01 y 0,06  $\text{mm}^{-1}$ .

Obsérvese que el comportamiento de  $A(0,04)$ ,  $A(0,05)$  y  $A(0,06)$  es muy parecido, indicando que a estas frecuencias ya se está consiguiendo lo máximo que puede dar de sí el equipo con el que se ha obtenido el estudio.

## 6.4 Pre-filtrado y Post-filtrado

### 6.4.1 Pre-filtrado

Como ya se ha explicado anteriormente, los métodos más usuales de reconstrucción (2D) se basan en descomponer el volumen cuyo interior se quiere estudiar en cortes ("slices"). La dirección de estos cortes es siempre perpendicular al eje del detector, sea en PET o SPECT (cortes transversales) y su grosor mínimo viene determinado por el tamaño de pixel de la matriz empleada. El algoritmo de reconstrucción se aplica entonces sobre cada corte, convirtiendo la reconstrucción volumétrica (3D) en una sucesión de reconstrucciones

bidimensionales, es decir, la reconstrucción del interior de cada corte. Al hacerse la reconstrucción de cada corte de forma independiente para cada uno de ellos, se pierde la influencia que tienen los cortes vecinos, hecho que en cierta medida disminuye la veracidad del resultado. Una vez reconstruido el interior de cada corte (transversal), estos se vuelven a "apilar" a fin de obtener una estimación volumétrica que permita obtener los cortes en otras direcciones.

Una forma de paliar esta "independencia" de los cortes es efectuar un filtrado previo a la reconstrucción o llamado pre-filtrado. Ya que los cortes se llevan a cabo siguiendo las filas de las matrices en que se registró el estudio, la forma natural de "mezclar" entre sí la información de los cortes será filtrar en la dirección de las columnas, esto es, en la dirección del eje de giro. El resultado es otro estudio sobre el que se aplica el algoritmo de reconstrucción. La figura 6.4.1.1 muestra una proyección sin ningún tratamiento y la fig. 6.4.1.2 un corte obtenido por reconstrucción con retroproyección filtrada de este estudio empleando un filtro de restauración. En la figura 6.4.1.3, se ve la misma proyección después de aplicar un pre-filtrado y en la fig. 6.4.1.4 el resultado de haber reconstruido el estudio pre-filtrado.

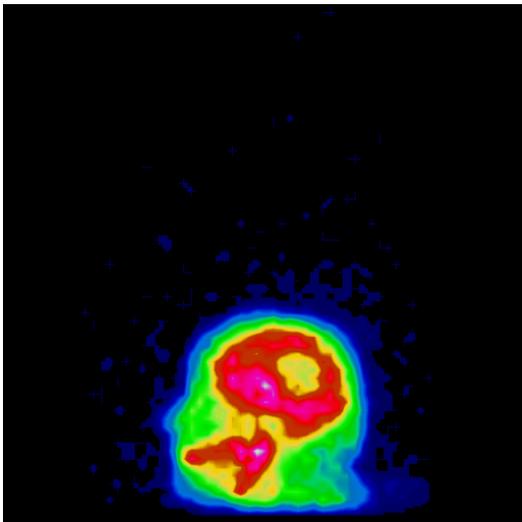


fig.6.4.1.1: proyección sin tratar.

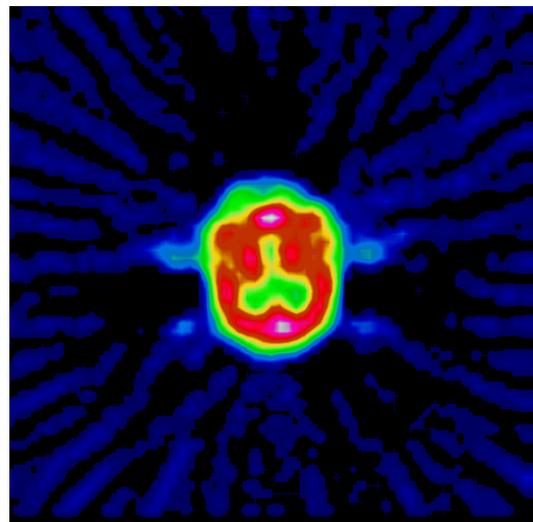


fig.6.4.1.2: corte transversal sin tratar

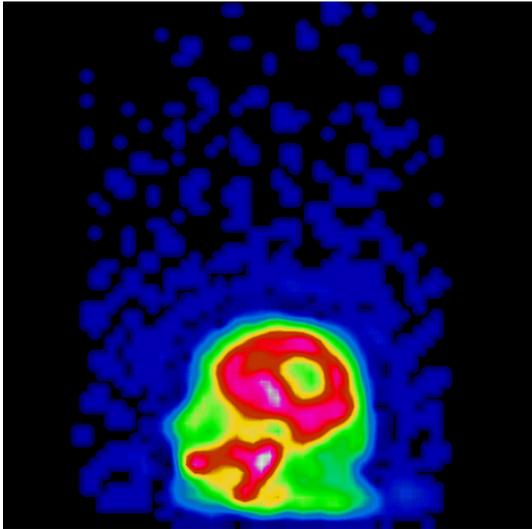


fig.6.4.1.3: proyección prefiltrada.

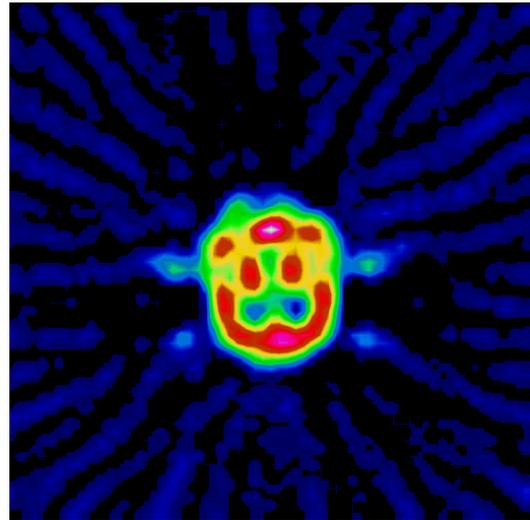


fig.6.4.1.4: corte transversal a partir del estudio prefiltrado.

La imagen de la fig. 6.4.1.4 presenta un aspecto mucho más nítido que la de la fig.6.4.1.2, lo que pone de manifiesto el carácter acumulativo de los dos filtrados (el previo y el empleado en la reconstrucción).

#### 6.4.2 Post-filtrado

En FBP se puede considerar que el segundo filtro constituye el filtrado posterior a la reconstrucción no así en los métodos iterativos (MLEM o OSEM) en los que se reconstruye en primer lugar y se aplica un filtro posteriormente<sup>19</sup>. Como ya se ha comentado, con estos métodos, al permitir variar el número de iteraciones, se consigue graduar el compromiso entre ruido y resolución espacial. En PET el filtro más común es el de una función gaussiana cuya anchura se parametriza por su desviación estándar y que normalmente se aplica por convolución en el espacio directo. En la figura 6.4.2.1 se observa el efecto de aplicar un filtro de Gauss en FBP y en tres reconstrucciones iterativas mediante OSEM. Se observa de forma clara que a medida que aumentan las iteraciones aumenta el ruido llegándose a ser como en FBP y que al aumentar la anchura de la gaussiana aumenta el suavizado.

<sup>19</sup> Algunos fabricantes insertan un filtrado como un paso intermedio dentro de cada iteración.

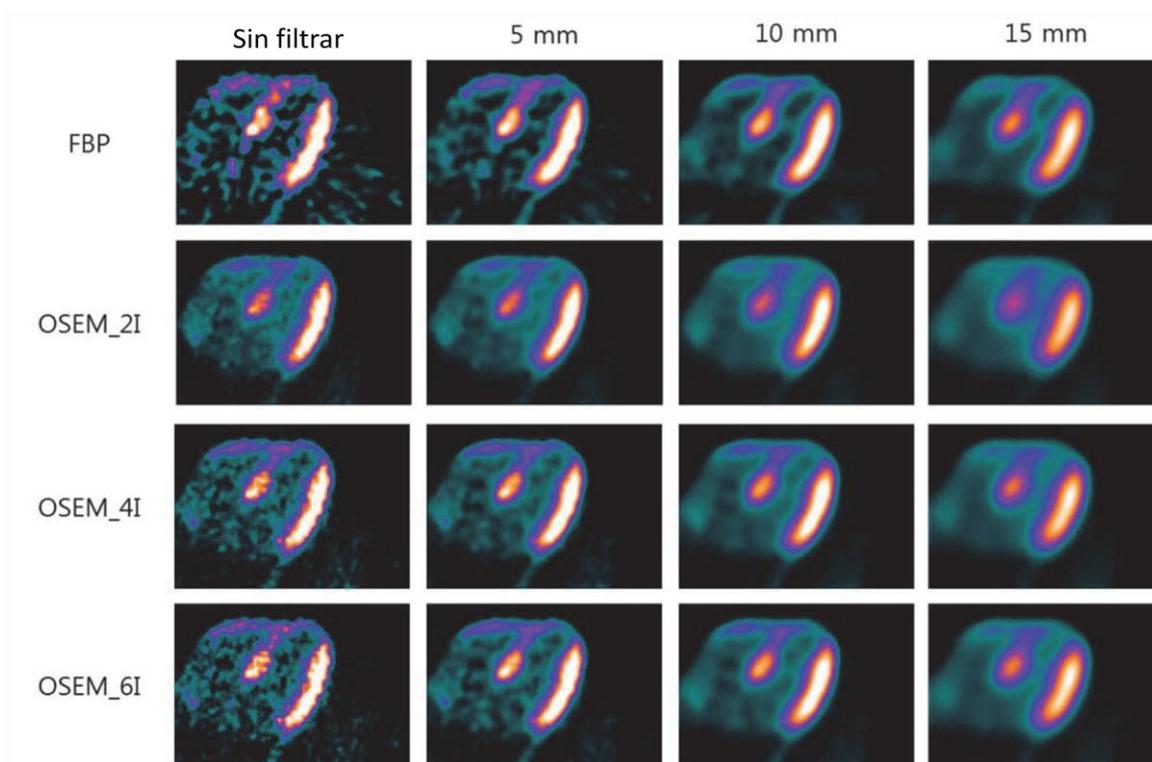


figura 6.4.2.1: efecto del post-procesado según el método de reconstrucción y el número de iteraciones. (extraída de Kim et al, Asia Oceania J Nucl Med Biol. 2014; 2(2):104-110.)

## 6.5 Aspectos cuantitativos

La cuantificación absoluta de la captación para obtener valores de actividad por unidad de volumen (Bq/ml) está sujeta a múltiples factores que dificultan enormemente su obtención de forma fiable y reproducible. Estos factores se pueden agrupar en tres orígenes. El primero de ellos es la fuente de radiación, es decir, el propio paciente (movimientos fortuitos y fisiológicos), el carácter aleatorio de la radiación y su interacción con el paciente (dispersión Compton y atenuación). Actualmente gracias a las técnicas híbridas (PET/CT, SPECT/CT y PET/RNM) y a los algoritmos de reconstrucción iterativos se consigue corregir la atenuación. Es importante tener en cuenta que las imágenes obtenidas mediante dos modalidades distintas pueden generar errores serios si presentan errores de registro ya que se asignarán coeficientes de atenuación incorrectos. Es preciso, por consiguiente, tener bien controlada la calidad de la superposición de las imágenes de ambas modalidades. La corrección más "exacta" del efecto Compton es computacionalmente muy laboriosa y actualmente queda fuera de la aplicación clínica<sup>20</sup>. No obstante se emplean métodos aproximados como el de la adquisición con doble

<sup>20</sup> Se debe resolver en cada iteración la ecuación de Klein-Nishima que da cuenta de la dispersión Compton relativista.

o triple ventana o introduciendo modificaciones en las expresiones matemáticas de los métodos iterativos. El movimiento fortuito del paciente es de difícil corrección debiendo emplear métodos de registro de imágenes que hagan que las imágenes sean superponibles. Los efectos del movimiento fisiológico se reducen empleando adquisiciones sincronizadas (corazón, tórax). El segundo origen es la detección de la radiación ya que los equipos tienen dos limitaciones importantes como son el tiempo muerto (por lo que la actividad detectada y la emitida pueden no ser proporcionales) y una baja resolución espacial. Ésta, que limita la capacidad para distinguir zonas de pequeñas dimensiones, hace que la actividad de estas lesiones se determine erróneamente debido al efecto de volumen parcial<sup>21</sup>. Además la resolución espacial no es la misma en todo el campo de visión, tanto en gammacámaras como en tomógrafos PET, lo que introduce una variación según la localización de las detecciones. En SPECT se acostumbra a trabajar con una sola PSF promedio ya que es más importante su variación con la distancia debido al empleo de colimadores. Por otra parte la resolución en los tomógrafos PET depende de la distancia al centro del campo. Actualmente estos defectos o degradaciones se compensan en gran medida gracias a los métodos de reconstrucción iterativos que los incorporan en su modelo de formación de imágenes. El tercer origen de los factores que influyen en los valores de las captaciones es el procesado. En efecto, los valores dependen de cómo se han obtenido, es decir, del método de reconstrucción, de los filtros, de la delimitación de áreas de interés, etc. Tanto si se dispone de equipos sofisticados como de básicos es importante tener presente que el procesado es la etapa en que la persona que elabora los estudios tiene más capacidad para influir en el resultado alterando por ejemplo el número de iteraciones y "subsets" si emplea un OSEM y/o cambiando el filtro de post-procesado. Si se emplea la retroproyección filtrada, el efecto del filtro de suavizado o restauración es muy importante. Hay que recordar que todos los filtros actúan, en definitiva, modificando los valores de los píxeles y que cada filtro hace variar el número de cuentas de forma distinta por lo que, si se hacen estudios en los que se comparan valores numéricos de actividades, áreas, índices, SUV (Standard Uptake Value), etc., deberá emplearse el mismo método de reconstrucción y el mismo filtrado en todas las exploraciones. Filtros distintos pueden hacer variar la extensión de zonas de interés y el número de cuentas sin que sus

---

<sup>21</sup> El efecto de volumen parcial se produce debido a que la PSF "desparrama" la actividad detectada en una extensión mayor que la original. Esto hace que la actividad/píxel en las lesiones calientes sea menor (efecto "spill-out") ya que "traslada" actividad hacia afuera y que en las lesiones frías sea mayor (efecto "spill-in") por introducir actividad de los "alrededores" hacia adentro.

efectos se "cancelen" entre sí tal como queda de manifiesto en el siguiente ejemplo, en el que un mismo estudio de SPECT cerebral se ha reconstruido con ocho filtros distintos. De cada reconstrucción se ha seleccionado el mismo corte transversal, proyectando en él exactamente las mismas áreas de interés. Se seleccionaron 6 áreas: de todo el cerebro (área 0), parietal derecha (área 1) e izquierda (área 2), frontal (área 3), occipital (área 4) y fondo (área 5). Con los valores promedios de cada área se calcularon distintos índices:

I1: parietal derecho /parietal izquierdo

I2: parietal derecho/global

I3: parietal derecho/occipital

I4:frontal/occipital

I5:parietal izquierdo/fondo

Los resultados se muestran en la figura 6.5.1, en la que los filtros siguen la siguiente numeración: 1= Restauración "A" , 2= Hann , 3= Ninguno (reconstrucción FBP sin segundo filtro), 4= Parzen, 5= Hamming, 6= Butterworth (4,25%), 7= Restauración "B", 8=Shepp-Logan.

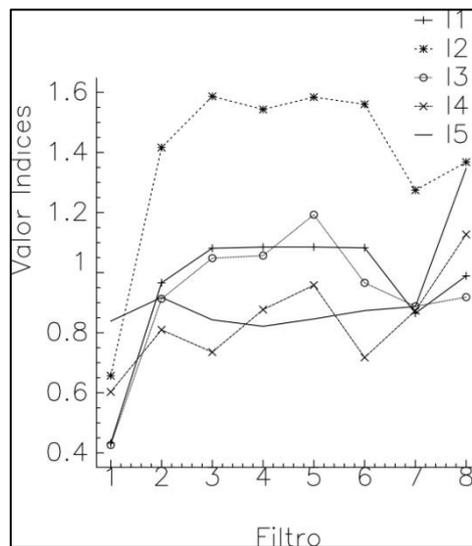


fig. 6.5.1: variación de los índices en función del filtro aplicado.

En ella se observa cómo los filtros de restauración 1 y 7 tienen un comportamiento distinto del resto. Es de notar la estabilidad del índice I3 con los filtros 2,3,4,5 y 6 frente a la gran variabilidad que presenta el índice I5.

Agrupando los valores medios de todas las áreas, se obtiene como varía el número de cuentas

medio en función del filtrado (fig. 6.5.2) en la que queda de manifiesto que los filtros 1,3 y 7 se comportan de distinta forma que el resto, lo que es coherente ya que 1 y 7 son de restauración, el 3 consiste en no aplicar nada y los otros son de suavizado.

Otra forma usual de generar áreas de interés es utilizando isocontornos, es decir, el trazado automático de regiones de interés cuyo contorno engloba los píxeles que están por encima de un cierto porcentaje del valor máximo. Los resultados obtenidos en el valor medio al emplear este método alternativo se ilustran en la fig. 6.5.3. Las curvas muestran un total paralelismo con las de la fig. 6.5.2, quedando otra vez de manifiesto la alteración de los valores por los filtros.

Esto obliga a una extrema cautela en la obtención de parámetros semicuantitativos y en la comparación de resultados.

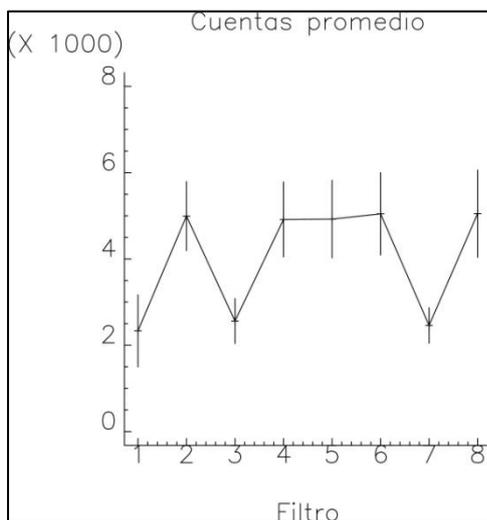


fig. 6.5.2: variación, según filtro, del número de cuentas promedio (media y desviación estándar) de la totalidad de las áreas.

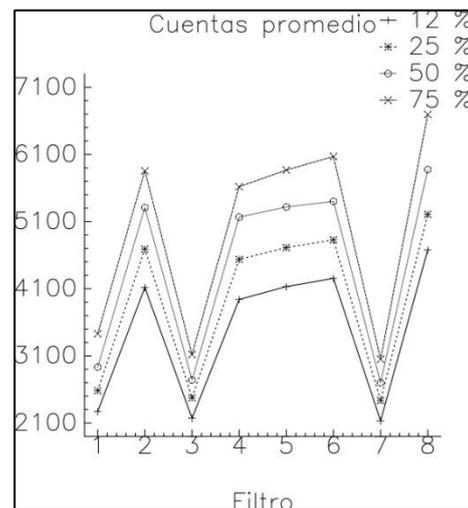


fig.6.5.3: variación del número de cuentas promedio de áreas por isocontornos para 4 umbrales de corte.

La PET, cuya gran aportación es poder hacer una cuantificación más fiable que en SPECT, también está sujeta a las dependencias con el método de reconstrucción y con el filtro empleado en el post-filtrado. Por ejemplo, en la figura 6.5.4 se muestra como el cambio de método altera los valores de SUV al pasar de OSEM a uno mejorado.

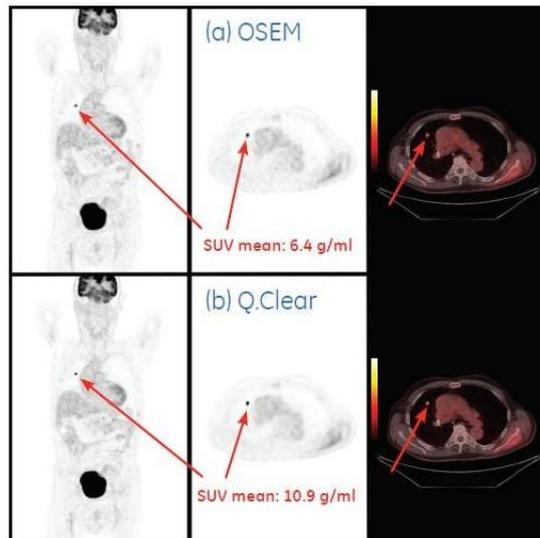


fig.6.5.4 Variación de los valores de SUV con el método de reconstrucción (extraída de Steve Ross, Q.Clear, GE Healthcare)

Fijado un método de reconstrucción, el cambio de anchura de la gaussiana parametrizada por su desviación estándar ( $\sigma$ ) aplicada como post-filtro también altera los valores de SUV.

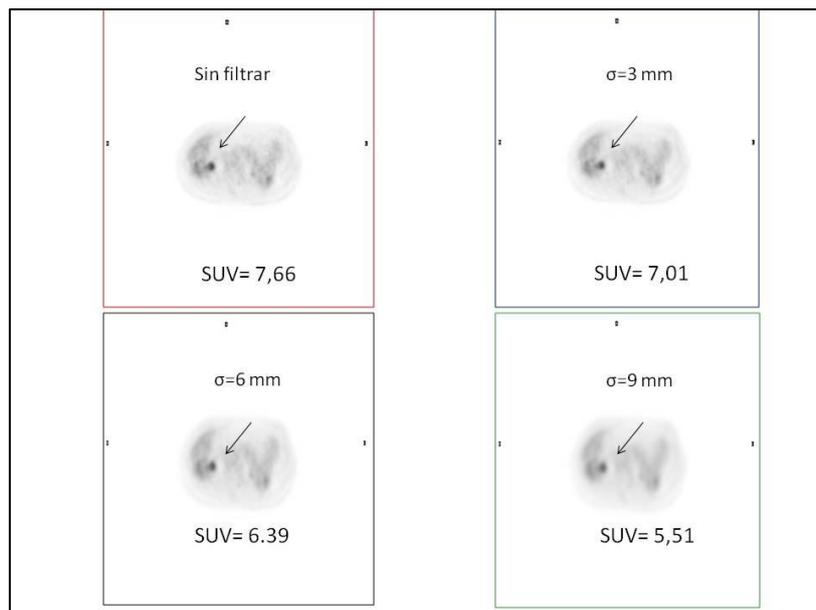


figura 6.5.5: variación del SUV según el filtro aplicado

Una última observación: dada la extrema dependencia de los resultados con el procesado, tanto en SPECT como en PET, muchas veces es aconsejable efectuar un doble procesado. Uno, sistemático y sin variaciones para la cuantificación y comparación de resultados y otro para obtener imágenes para una interpretación visual que facilite el diagnóstico.

## 6.6 Filtros implementados para SPECT y PET

Los equipos de procesamiento en Medicina Nuclear permiten al usuario elegir y hasta diseñar sus propios filtros. A fin de que se tenga una referencia a la hora de valorar los efectos de un determinado filtro sobre una imagen, a continuación se presentan los resultados de aplicar una serie de filtros a dos imágenes: una, la imagen de un maniquí de barras para apreciar las variaciones de resolución que lleva implícita la filtración, y otra, la de un maniquí de cerebro que corresponde a un corte tomográfico para apreciar estos efectos en una imagen más habitual.

Aquí se presenta sólo su representación gráfica para algunos valores de sus parámetros y su efecto sobre las dos imágenes de prueba.

Debido a las variaciones de nomenclatura entre fabricantes, los filtros se clasifican por su nombre. Se indican también los parámetros que los definen. Se ha optado por representarlos en blanco y negro a fin de hacerlos independientes de la tabla de color. Además, se ha considerado oportuno emplear sistemáticamente una escala de frecuencias (0-100) como porcentaje de la frecuencia de Nyquist. De esta manera es fácilmente adaptable a las nomenclaturas de cada fabricante.

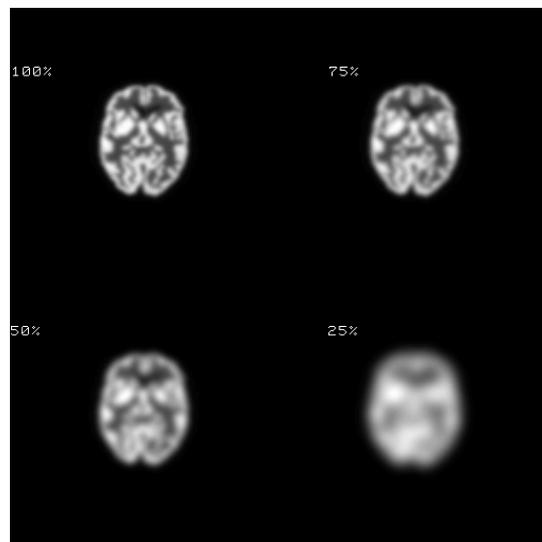
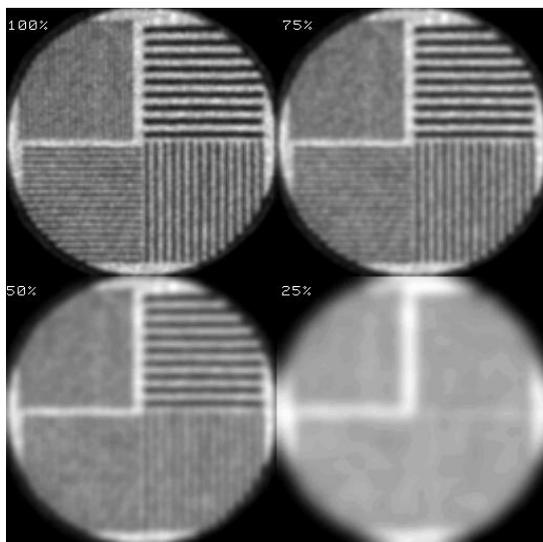
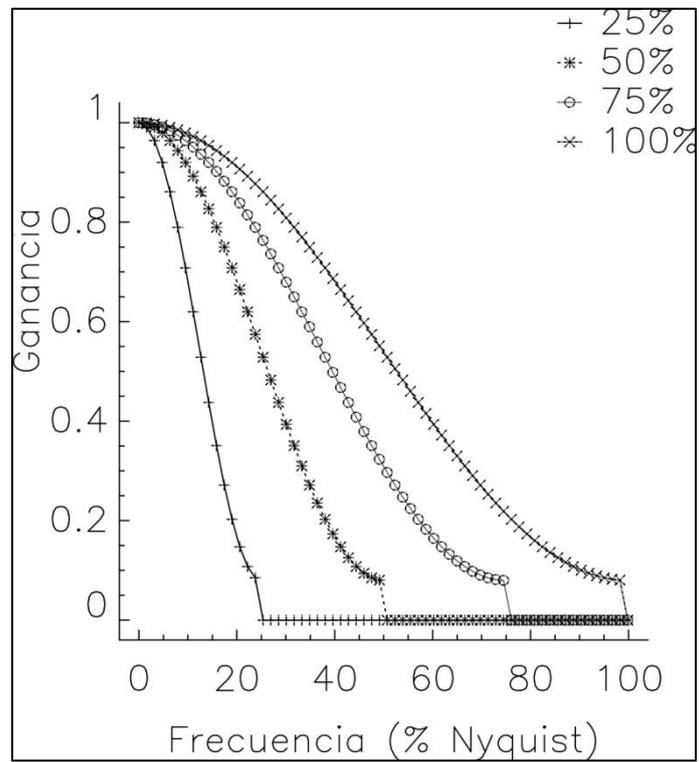
Antes de entrar en la descripción de los filtros más frecuentemente empleados, es importante hacer notar que con los filtros no existe una total unanimidad de nomenclatura entre las distintas marcas de ordenadores para Medicina Nuclear. Cada fabricante introduce variaciones que deben conocerse para poder comparar y reproducir resultados<sup>22</sup>. A estas diferencias hay que añadir las debidas a la distinta forma de expresar las frecuencias, tema que se expone en el apéndice para distintos fabricantes de ordenadores de medicina nuclear.

---

<sup>22</sup> Véase por ejemplo Puchal R. Filtros de imagen en Medicina Nuclear-Apéndice 2 y Lawson R.S. et al. An audit of manufacturers' implementation of reconstruction filters in single-photon emission computed tomography. Nuclear Medicine Communications 2013, 34:796–805, para su expresión matemática.

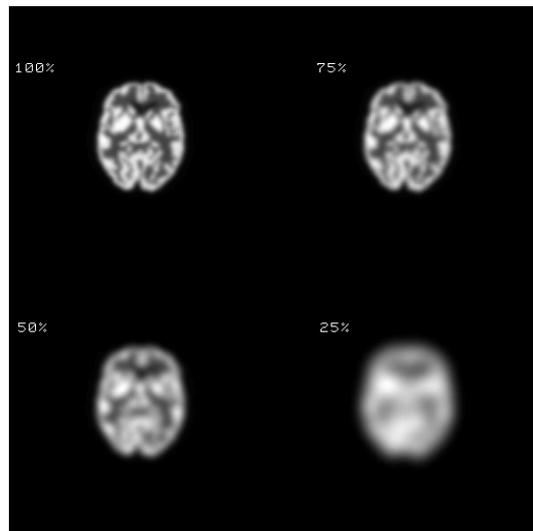
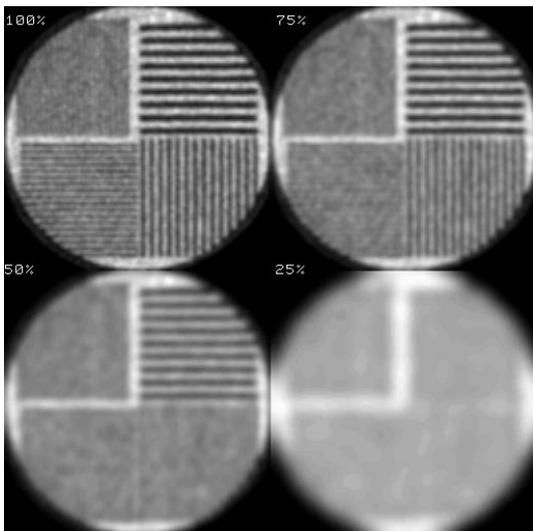
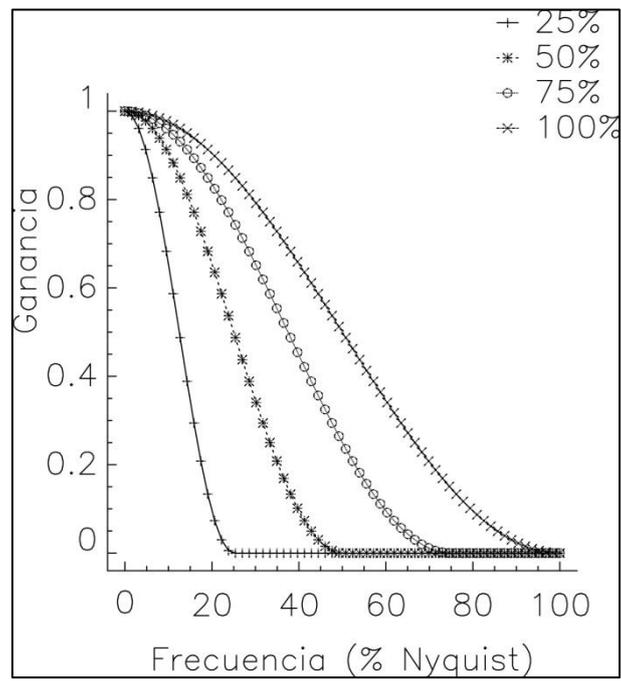
### 6.6.1 Hamming

Parámetro: frecuencia de corte ( $v_c$ ).



### 6.6.2 Hanning o Hann

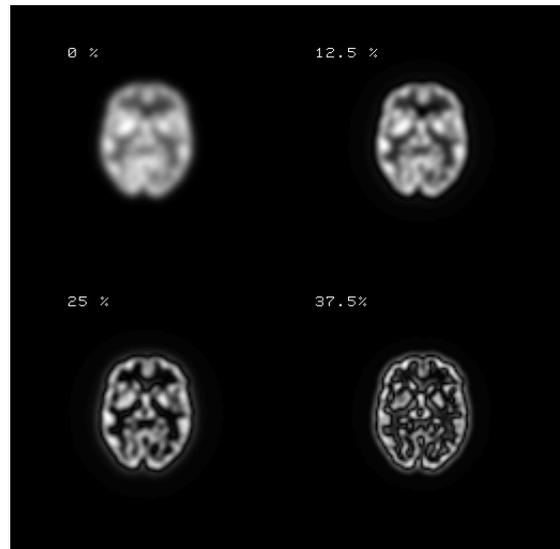
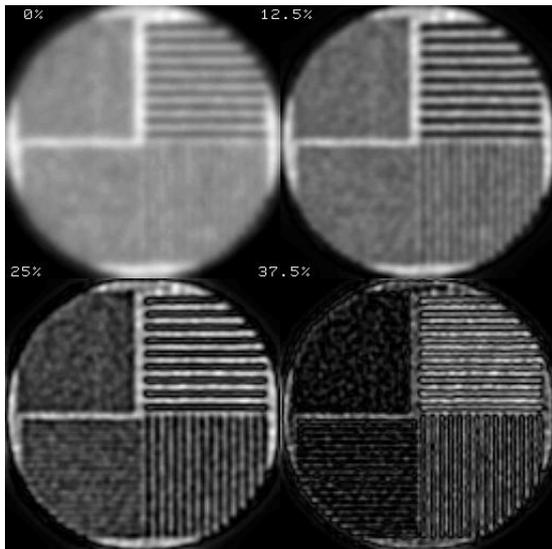
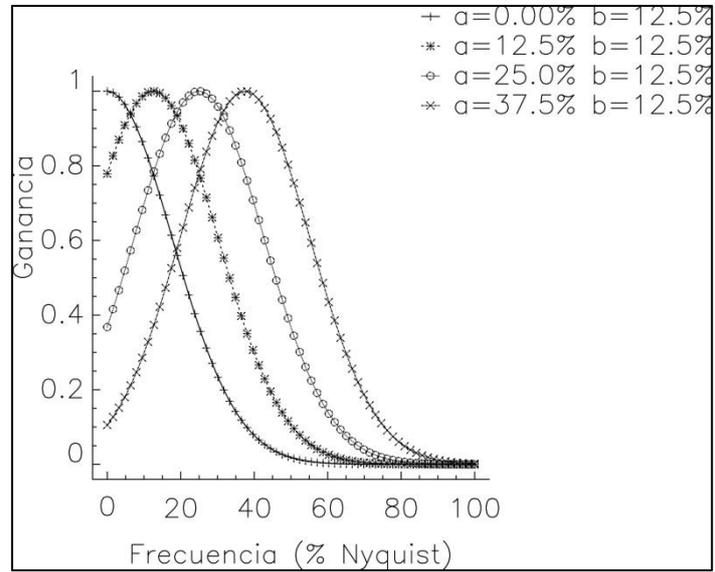
Parámetro: frecuencia de corte ( $\nu_c$ ).



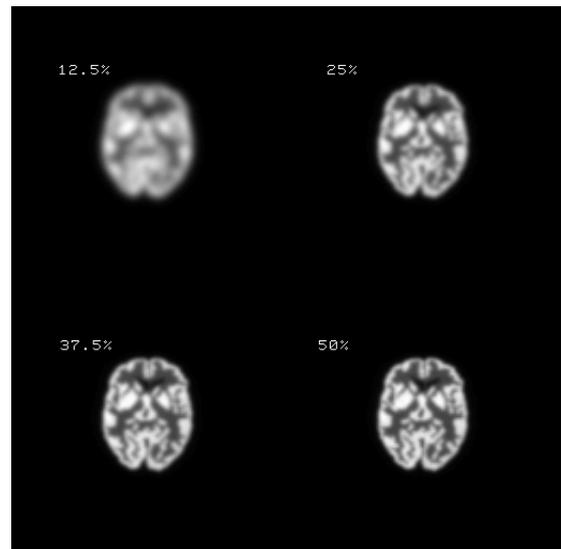
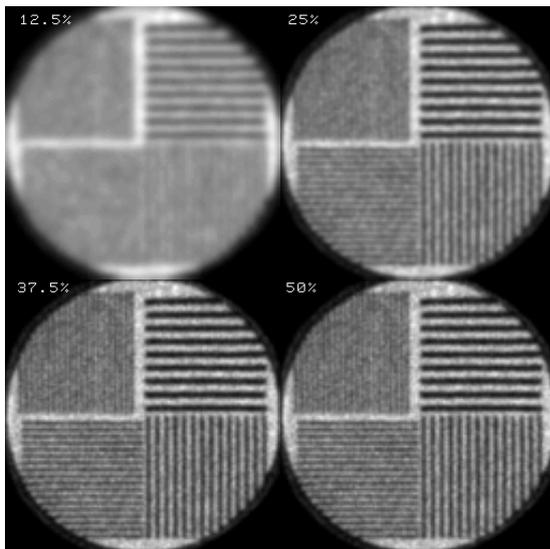
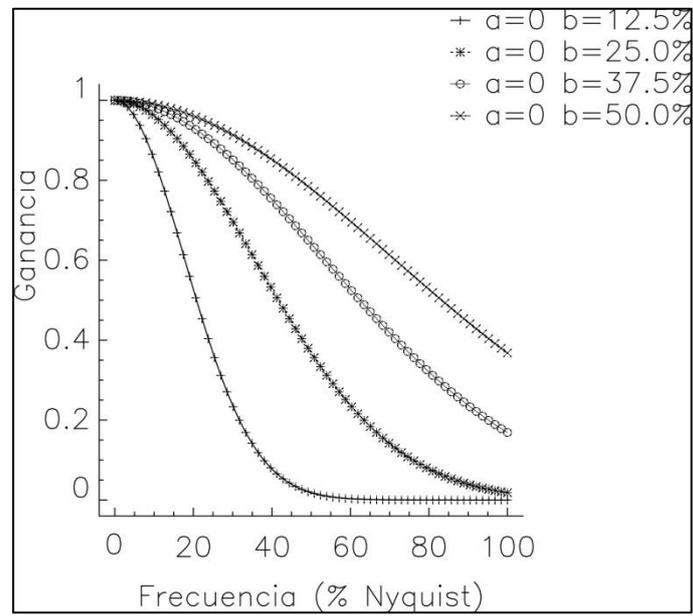
### 6.6.3 Gaussiana

Parámetros: a (centro), b (desviación estándar)

#### 6.4.3.1 Dependencia respecto al centro: a



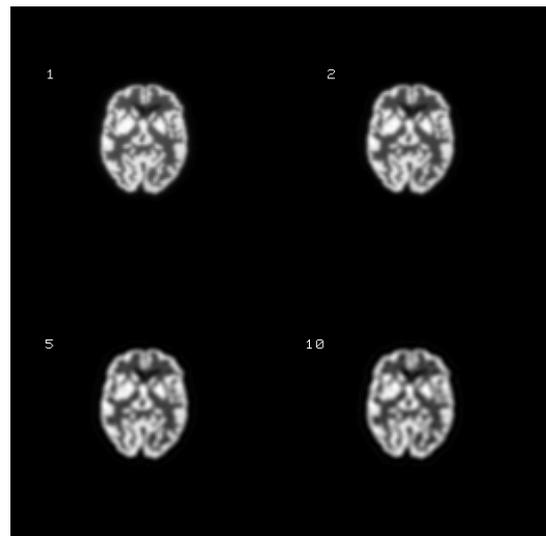
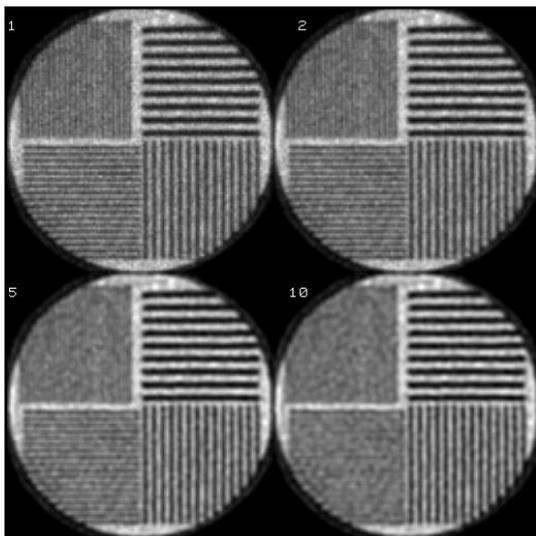
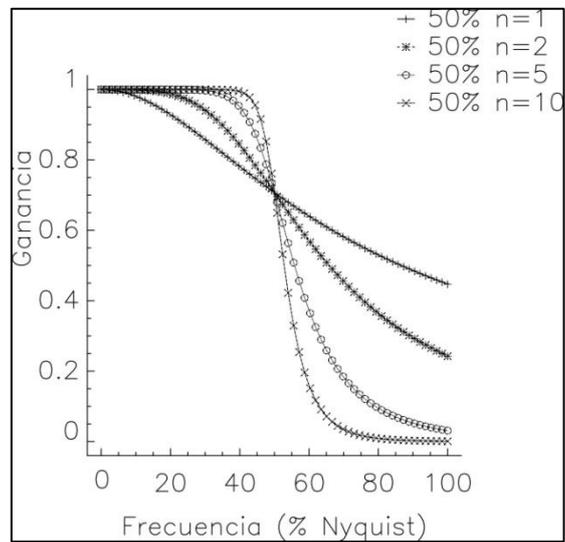
### 6.6.3.2 Dependencia respecto a la desviación estándar (b)



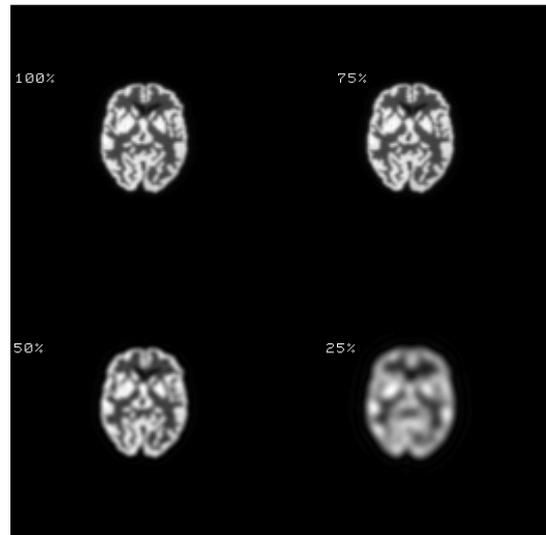
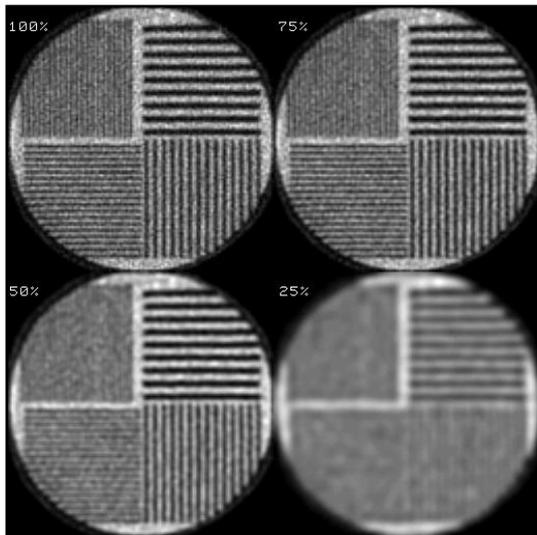
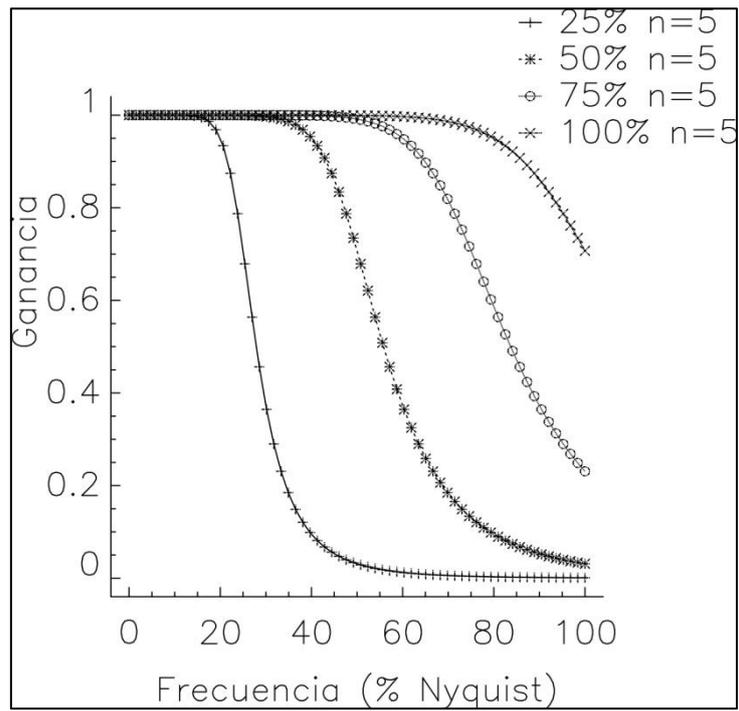
## 6.6.4 Butterworth

Parámetros: Orden (n), frecuencia crítica  $\nu_c$

### 6.4.4.1 Dependencia con el orden (n)

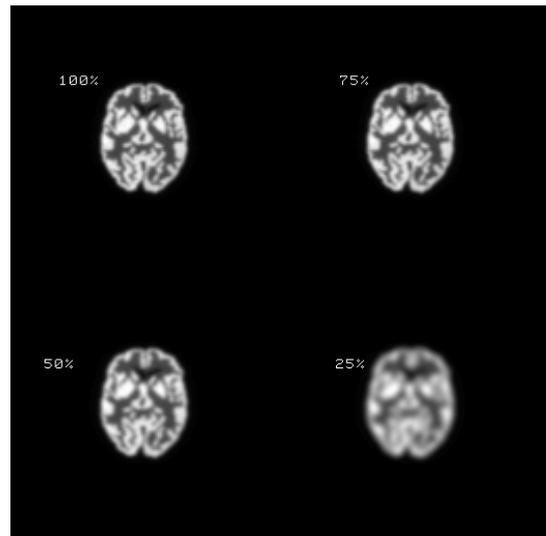
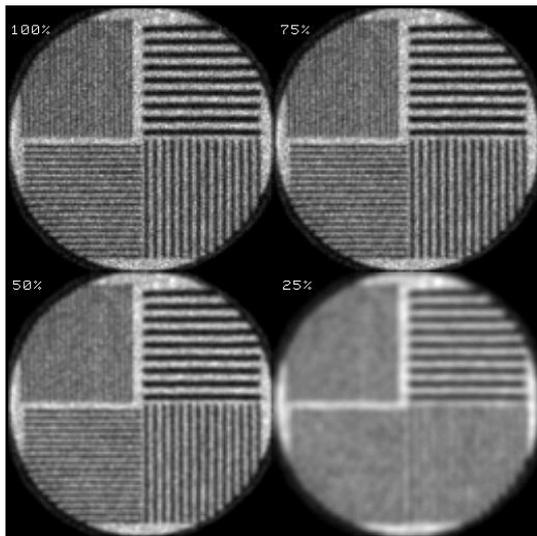
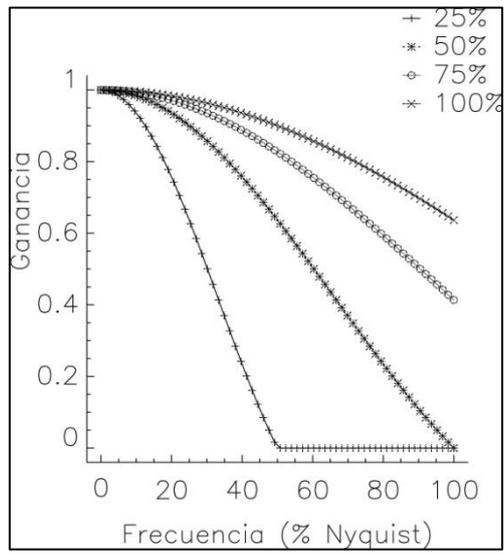


### 6.6.4.2 Dependencia con la frecuencia crítica $\nu_c$



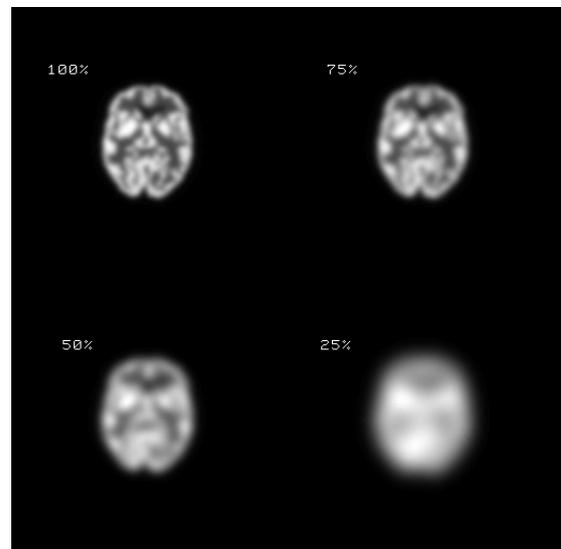
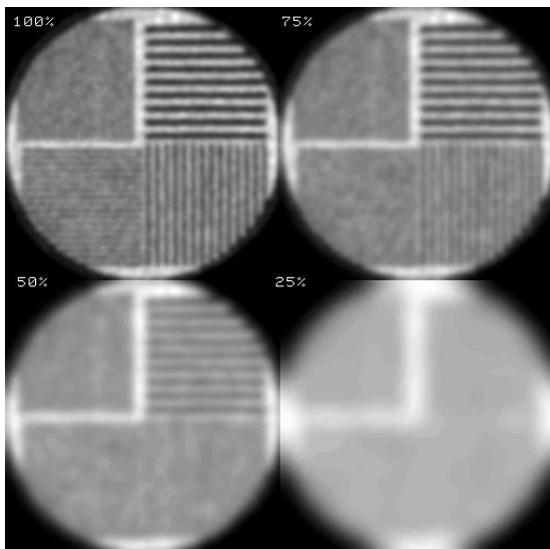
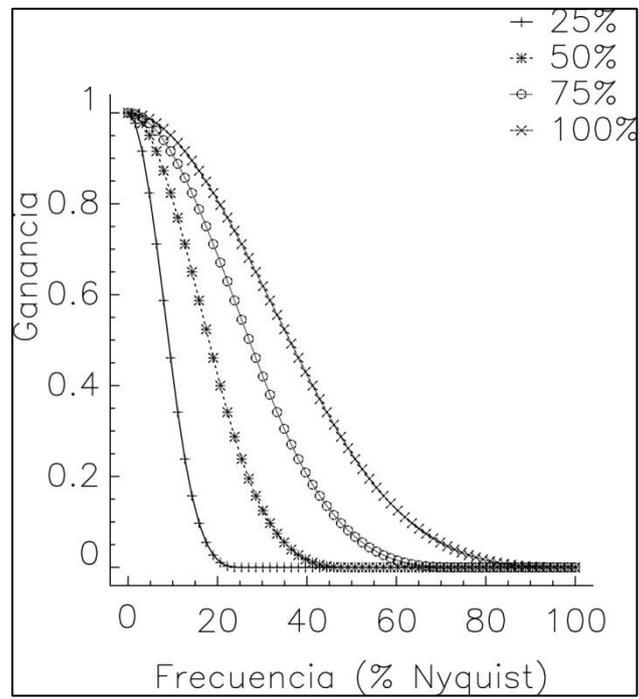
### 6.6.5 Shepp & Logan

Parámetro: frecuencia de corte ( $v_c$ ).



### 6.6.6 Parzen

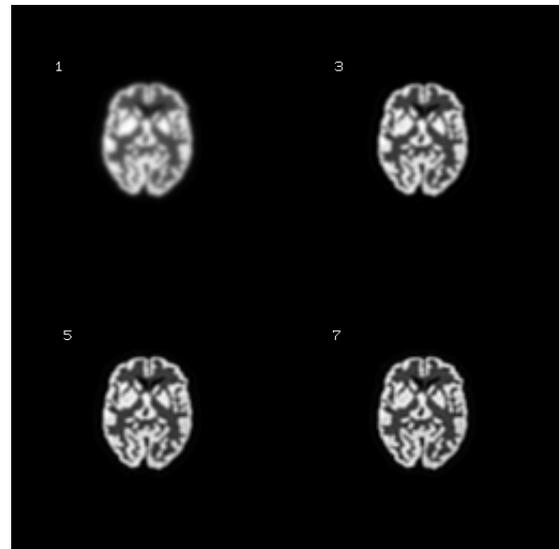
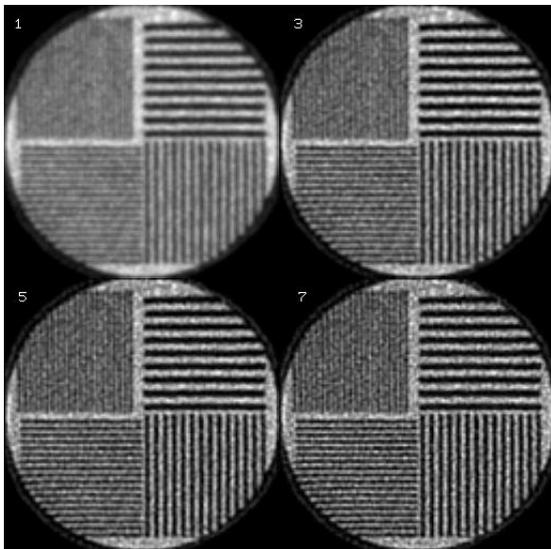
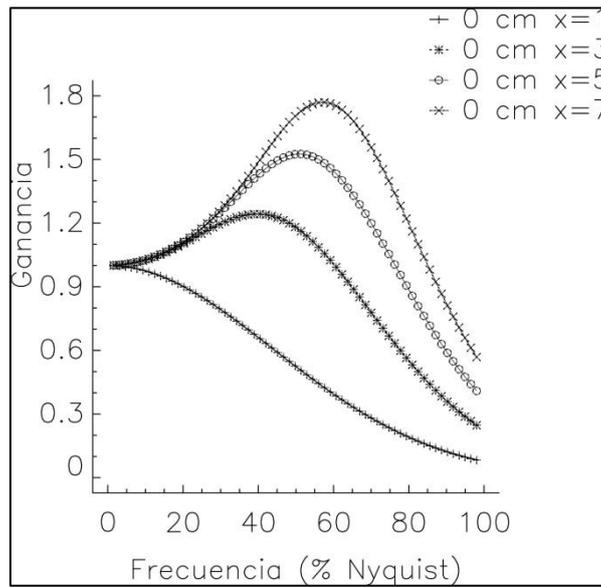
Parámetro: frecuencia de corte ( $\nu_c$ ).



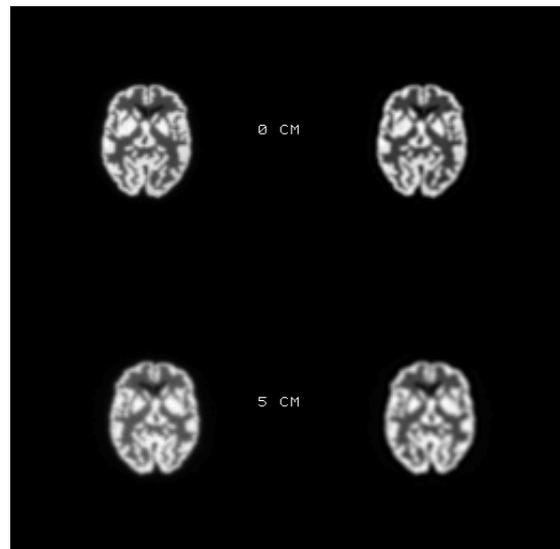
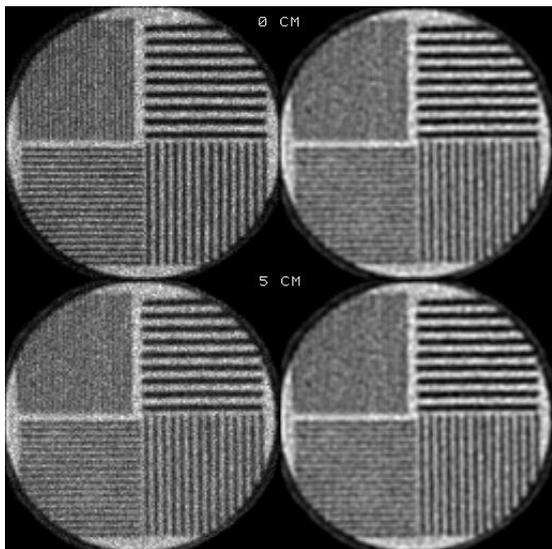
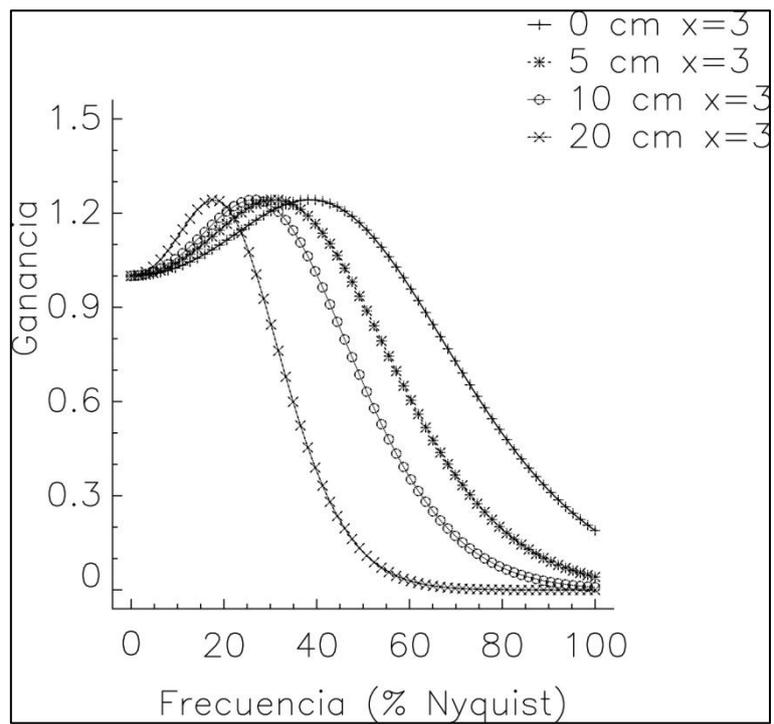
### 6.6.7 Metz

Parámetro: dependiendo del fabricante se hace depender la forma o bien de 2 parámetros: la FWHM que depende de la distancia y del colimador y el factor X de amplificación o sólo con el factor X al identificarse automáticamente el colimador y el radio de giro.

#### 6.4.7.1 Dependencia con el factor X



### 6.6.7.2 Dependencia con la distancia



## Apéndice

### Nomenclatura de frecuencias

Las unidades de frecuencia en [longitud<sup>-1</sup>] como [cm<sup>-1</sup>] o [mm<sup>-1</sup>] es absoluta, es decir, aplicable a todo equipo. Desafortunadamente, los fabricantes de ordenadores de Medicina Nuclear utilizan otras formas aparentemente más sencillas pero que pueden llevar a confusión.

Veamos a continuación algunas formas de representación de frecuencias, su conversión a frecuencias absolutas y, en forma de tabla, la manera de pasar de un fabricante a otro.

Debe tenerse en cuenta que para conseguir el mismo filtrado en estudios adquiridos con tamaños de pixel distintos o en ordenadores distintos, deberán seguramente cambiarse los parámetros del filtro a fin de conservar el mismo poder de filtrado.

Previo: las unidades de frecuencia absolutas tanto pueden darse como 1/(unidad de longitud) como ciclos/(unidad de longitud) siendo ambas exactamente iguales.

A) Picker, Sopa: el tamaño de pixel se deja "indicado" con lo que el valor real de las frecuencias variará en función del tamaño de pixel.

$$FN_{yq} = 1/(2Px) = 0.5 \text{ ciclos/pixel}$$

Margen de variación: 0 - 0.5

Basta con dividir por el tamaño de pixel en cm para obtener la medida en ciclos/cm.

B) Adac, Elscint, Siemens: todas las frecuencias se dan como fracciones de la de Nyquist, asignándole a esta el valor 1:

$$FN_{yq} = 1$$

Margen de variación: 0 - 1

Hay que dividir por el doble del tamaño de pixel en cm (2Px) para pasar a unidades absolutas.

C) General Electric: emplea directamente las unidades absolutas.

$$FN_{yq} = 1.5 \text{ ciclos/cm}$$

Margen de variación: 0 - 1.5

Tabla de factores conversión de frecuencias: la primera columna es la correspondiente al "origen" y la primera fila es la de "destino". Así, por ejemplo, para convertir las frecuencias de modo ADAC a modo G.E. hay que dividir por el doble del tamaño de pixel.

	ADAC	ELSCINT	G.E.	PICKER/ PHILIPS	SIEMENS	SOPHA
ADAC	-----	1	1/(Px)	0.5	1	0.5
ELSCINT	1	-----	1/(2Px)	0.5	1	0.5
G.E.	1/(2Px)	1/(2Px)	-----	Px	1/(2Px)	1/Px
PICKER/ PHILIPS	2	2	(1/Px)	-----	2	1
SIEMENS	1	1	1/(2Px)	0.5	-----	0.5
SOPHA	2	2	(1/Px)	1	2	-----

## Bibliografía

- Abdallah Y.M.Y., Wagiallah E. Enhancement of Nuclear Medicine Images using Filtering Techniques. International Journal of Science and Research (IJSR) 3,8, 2014.
- ADAC Processing Applications. Rev A. 1995.
- Amersham Healthcare. Functional Brain Imaging with Ceretec and SPECT- a user's guide. Amersham International, 1994.
- Appledorn C.R., Oppenheim B.E., Wellman H.N. Performance measures in the selection of reconstruction filters for SPECT imaging. J.Nucl.Med .26(5)p.35, 1985.
- Apostol T.M. Análisis matemático. Ed. Reverté. S.A. 1960.
- Armstrong I.S., Kelly M.D., Williams H.A., Matthews J.C. Impact of point spread function modelling and time of flight on FDG uptake measurements in lung lesions using alternative filtering strategies. EJNMMI Physics 2014, 1:99
- Bailey D.L., Humm J.L., Todd-Pokropek A., van Aswegen A. Technical Editors. Nuclear Medicine Physics. A Handbook for teachers and Students. IAEA 2014.
- Barret H., Swindell W. Radiological Imaging vol.1, Academic Press 1981.
- Behrenbruch C.P., Image filtering techniques in medical post-processing: an overview. Br. J.of Radiology 74: S126-132, 2004.
- Beis J.S., Celler A., Barney J.S. An Automatic Method to Determine Cutoff Frequency Based on Image Power Spectrum. IEEE Trans Nucl Sci, vol.42,no. 6, pp.2250-2254,dec 1995.
- Bieszk J.A., Hawman E.G. Evaluation of SPECT Angular sampling effects: Continuous versus step-and-shoot acquisition. J Nucl Med 28:1308-1314, 1987.
- Budinger Th.F. Physical Attributes of Single Photon Tomography. J Nucl Med 21: 579-592, 1980
- Budinger Th.F., Derenzo S.E., Greenberg W.L., Gullberg G.T., Huesman R.H. Quantitative potentials of dynamic emission computed tomography. J Nucl Med 19:309-315, 1978.
- Buvat I. Quantification en imagerie SPECT et PET. Réunion APRAMEN - Irène Buvat - octobre 2002 - 1. <http://www.guillemet.org/irene>
- Buvat I. Principles of PET: reconstruction / simulations. International Workshop on Imaging, "Piero Caldirola" International Center for the Promotion of Science, Varenna, 7 septembre 2015.

- Camino JM, García MT, Puchal R. Método de control de calidad del registro de imágenes de SPECT y transmisión. Revista de Física Médica 2004;5:65-72
- Cao ZJ, Holder L-E., Chen Ch. C. Optimal number of views in 360° SPECT imaging. J Nucl Med 37:1740-1744, 1996.
- Cullom S.James, Principles of cardiac SPECT. En Cardiac SPECT Imaging, editado por E.G.DePuey, D.S. Berman y E.V. García. Raven-Press 1995.
- Chesler D.A., Riederer S.J., Pelc N.J. Noise due to photon counting statistics in computed X-ray tomography. J Comput Assist Tomog 1, 64-74,1977.
- Dikson, J. Positron Emission Tomography PET Physics. Module 15. Unit 29. Distance Assisted Training Programme for Nuclear Medicine Professionals. IAEA.
- Dubois F. Réconstruction des images tomographiques par rétroprojection. Revue de l'ACOMEN 1998, vol.4,n° 2.
- Domingo, A. Tratamiento digital de imágenes, Anaya 1993.
- Duarte D.D., Monteiro M.S., El-Hakmaoui F., Prior J.O., Vieira L., Pires-Jorge J.A. Influence of Reconstruction Parameters During Filtered Backprojection and Ordered-Subset Expectation Maximization in the measurement of the left-ventricular volumes and Function during Gated SPECT. J.Nucl.Med. Technol. 40:29-36 2012.
- Dwivedi, S. Evaluating low pass filters on SPECT reconstructed cardiac orientation.Proc. SPIE 7258, 2009.
- English R.J., Brown S.E. SPECT A primer. The Society of Nuclear Medicine 1986.
- Elser H., Henze M., Spierer F.J., Georgi P. Semiquantitative <sup>99m</sup>Tc-HMPAO-SPECT and dementia of the Alzheimer type: influence of the selection of reconstruction filter and reference region. Nuklearmed 1996;35:243-250.
- Elscint APEX SPECT Manual. August 1988.
- Evans A Ll. The evaluation of medical images. Medical Physics Handbooks, 10. Adam Hilger, 1981.
- Florez Pacheco E, Shiguemi Furuie S. Variance Stabilizing Transformations in the Reduction of Poisson Noise in 3D Nuclear Medicine Images. Computing in Cardiology 2014; 41:949-952.
- Forstrom L.A., Dunn W.L., O'connor M.K., Decklever T.D., Hardyman T.J., Howarth D.M. Technical pitfalls in image acquisition, processing and Display. Seminars in Nuclear Medicine, Vol. XXVI, No 4, 1996:PP 278-294.

- Fulton R, Hutton B.F. The computer and its application in nuclear medicine. Nuclear Medicine in clinical diagnosis and treatment. Vol.2 Ed. I.P.C. Murray, P.J. Ell. Churchill Livingstone 1994.
- Gilland D.R., Tsui B.M.W., McCartney W.H., Perry J.R., Berg J.. Determination of the optimum filter function for SPECT imaging. J.Nucl.Med. 29:643-650,1988.
- Gillen G.J. A simple method for the measurement of local statistical noise levels in SPECT. Phys.Med. Biol. 1992,37:1573-1579.
- Goris M.L., Briandet Ph.A. A clinical and mathematical introduction to computer processing of scintigraphic images. Raven Press 1983.
- Harris F.J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. Proc. IEEE 66: 51-83,1978.
- Huang S.Ch., Hoffman E.J., Phelps M.E., Khul D.E.. Quantitation in Positron Emission Computed Tomography: 3. Effect of sampling. J.Comput. Assist Tomogr. 4:819-826, 1980.
- Huesman R.H. The effects of a finite number of projection angles and finite lateral sampling of projections on the propagation of statistical errors in transverse section reconstruction. Phys.Med.Biol,1977;22:511-521.
- IAEA Health Records No. 9. Quantitative Nuclear Medicine Imaging: Concepts, Requirements and Methods. Vienna, 2014.
- IAEA Quality Control Atlas for Scintillation Camera Systems. Vienna 2003.
- IAEA Health Records No. 27. PET/CT Atlas on Quality Control and Image Artefacts. Vienna, 2014.
- IAEA. Nuclear Medicine Physics: A Handbook for Teachers and Students. Publication 1617. Vienna, 2014.
- Jarrit P.H., Kouris K. Instrumentation for brain SPET: guidelines and quantification. En New trends in Nuclear Neurology and Psychiatry. Ed. D.C.Costa,G.F.Morgan y N.A.Lassen. John Libbey & Company 1993.
- Jarrit P.H., Whalley D.R., Skrypnuk J.V., Houston A.S. Fleming J.S., Cosgriff P.S. UK Audit of Single photon emission computed tomography reconstruction software using software generated phantoms. Nul.Med. Communications 23, 483-491, 2002.
- Joseph P.M., Schultz R.A. View sampling requirements in fan beam computed tomography. Med. Phys. 7: 692-702, 1980.
- Kak A.C., Slaney M. Principles of Computerized Tomographic Imaging. Classics in Applied Mathematics series 33. SIAM 2001

- Kessler R.M., Ellis J.R., Eden M. Analysis of emission tomographic scan data: Limitations imposed by resolution and background. *J Comput Assist Tomogr* 1984, 8(3):514-522.
- Kim HS, Cho SG, Kim JH, Kwon SY, Lee B, Bom HS. Effect of Post-Reconstruction Gaussian Filtering on Image Quality and Myocardial Blood Flow Measurement with N-13 Ammonia PET. *Asia Oceania J Nucl Med Biol.* 2014; 2(2):104-110.
- King M.A., Doherty P.W., Schwinger R.B., Jacobs D.A., Kidder R.E., Miller T.R.. Fast count-dependent digital filtering of Nuclear Medicine images: Concise communication. *J.Nucl.Med.*24:1039-1045,1983.
- King M.A., Doherty P.W., Schwinger R.B., Penney B.C.. A Wiener filter for Nuclear Medicine images.*Med.Phys.*10:876-880, 1983.
- King M.A. , Schwinger R.B., Doherty P.W., Penney B.C. Two-dimensional filtering of SPECT images using the Metz and Wiener filters. *J.Nucl.Med.* 25:1234-1240,1984.
- King M.A.,Schwinger R.B., Penney B.C., Doherty P.W., Bianco J.A. Digital restoration of Indium-111 and Iodine-123 SPECT images with optimized Metz filters. *J Nucl Med* 27:1327-1336, 1986.
- King M.A., Penney B.C., Glick S.J. An image-dependent Metz filter for Nuclear Medicine images. *J.Nucl.Med.* 29: 1980-1989, 1988.
- King M.A., Long D.T., Brill B. SPECT volume quantitation: influence of spatial resolution, source size and shape, and voxel size. *Med.Phys,* 18:1016-1024,1991.
- King M.A., Coleman M., Penny B.C., Glik S.S. Activity quantitation in SPECT: A study of prereconstruction Metz filtering and use of scatter degradation factor. *Med.Phys* 18(2) Mar/Apr 1991.
- King M.A., deVries D.J., Pan T-S, Pretorius P.H., Case J.A. An investigation of the filtering of TEW scatter estimates used to compensate for scatter with ordered subset reconstructions. *IEEE Trans Nucl Sci*, vol.44, no.3, pp:1140-1145, june 1997.
- Kotzki P.O., Mariano-Goulart D., Quiquere M., Lyonnet F., Zanca M., Rossi M.. Optimum tomographic reconstruction parameters for HMPAO brain SPET imaging: a practical approach based on subjective and objective indexes. *Eur J Nucl Med* 22: 671-677, 1995.
- Lawson R.S., White D., Cade S.C., Hall D.O., Kenny B., Knight A., Livieratos L. and Nijran. K. An audit of manufacturers' implementation of reconstruction filters in single-photon emission computed tomography. *Nuclear Medicine Communications* 2013, 34:796–805
- Lee S.W., Lee Ch. L., Cho, H.M., Park H-S., Kim D-H, Chor Y-N, Kim H.J. Effects of reconstruction parameters on image noise and spatial resolution in cone-beam computed tomography. *Journal of Korean Physical Society* 59,4:2825-2832, 2011.

- Lesiak J., Królicki L. Dependence of image quality on the type of filter and the "cut off" value in SPECT reconstruction using Filtered Back Projection (FBP) in examinations with Ga-67. *Nowotwory Journal of Oncology* vol.7,1, 19c-23c, 2007.
- Levi de Cabrejas M., Pérez A.M., Giannone C.A., Vazquez S., Marrero G. SPECT una guía práctica. ALASBIMN 1992.
- Levi de Cabrejas M. Edit. Tomografía en Medicina Nuclear. Comité de instrumentación y garantía de calidad del ALASBIMN 1999.
- Levi de Cabrejas M. Edit. Tomografía por emisión de positrones y CT. Mariana Lev de Cabrejas, 2011.
- Levin C.S. New Imaging Technologies to Enhance the Molecular Sensitivity of Positron Emission Tomography. *Proceedings of the IEEE*. Vol. 96, No. 3, March 2008
- Levin C.S., Hoffman E.J. Calculation of positron range and its effect on the fundamental limit of positron emission tomography system spatial resolution. *Phys. Med. Biol.* **44** (1999) 781–799.
- Links J.M., Jeremy R.W., Dyer S.M., Frank T.L., Becker L.C. Wiener filtering improves quantification of regional myocardial perfusion with Thallium-201 SPECT. *J Nucl Med* 1990;31:1230-1236.
- Lyra M., Ploussi A. Filtering in SPECT image reconstruction. *International Journal of Biomedical Imaging* , article ID 693795, 2011.
- Lyra M., Ploussi A., Rouchota M., Synepia S. Filters in 2D and 3D Cardiac SPECT Image Processing. *Cardiology Research and Practice*, article ID963264, 2014.
- MacIntyre W.J., Go R.T., O'Donnell J.K., Feiglin D.H.I., Houser T.S., Sufka B.J., Saha, G.B. Thallium-201 and Technetium-99m-pyrophosphate- single photon emission computed tomography. En "Effective use of computers in Nuclear medicine". Michael J. Gelfand, Stephen R. Thomas McGraw-Hill, 1988.
- Madsen M.T.. A method for obtaining an approximate Wiener filter. *Med.Phys.* 17:126-130, 1990.
- Manthey N., Tausig A., Pachmayer F., Walser R., Slotty D., Knesewitsch P., Tatsch K., Hahn K. The influence of restorative and smoothing 3D filters on ECT measurements of an anthropomorphic heart phantom using nonuniform attenuation correction. *Eur J Nuc Med.* 1997;24: p.879 (A:15.3).
- Martí J.M., Puchal R. Optimización de la imagen de SPECT. *Rev.Esp.Med.Nuclear*,14,3 (111-115), 1995.

- Martín-Viera J.M., Carrasco P. , Ribas M. Control de calidad del registro intermodal de imágenes SPECT-CT con un maniquí no específico. *Revista de Física Médica* 2006; 7(3): 113-121
- Mazziotta J.C., Phelps M.E., Plummer D., Kuhl D.E. Quantitation in positron emission computed tomography:5. Physical-anatomical effects. *J. Comput Assist Tomogr* 5(5):734-743, 1981.
- Mettler F.A., Guiberteau M.J. Single photon emission computed tomography. En *Essentials of Nuclear Medicine Imaging*. 3era Edición. W.B.Saunders Company 1991.
- Metz Ch.E., Beck R.N. Quantitative effects of stationary linear image processing on noise and resolution of structure in radionuclide images. *J Nucl Med* 1974;15:164-170.
- Miller T.R., Sampathkumaran K.S.. Design and application of finite impulse response digital filters. *Eur J Nucl Med* 7:22-27, 1982.
- Miller T.R., Sampathkumaran K.S. Digital filtering in Nuclear Medicine. *J.Nucl.Med.* 23:66-72, 1982.
- Miller T.R., Rollins E.S. A practical method of image enhancement by interactive Digital filtering. *J.Nucl.Med.* 26:1075-1080,1985.
- Mishima S., Maruno H, Yui N, Kinoshita F., Kubota M., Berger KL., Uchida Y., Uno K., Arimizu N. Optimization of Butterworth filter for brain SPECT imaging. *Annals of Nuclear Medicine* 7(2):71-7,1993 (May).
- Montz H.R. Filtros y representaciones de las imágenes de SPECT cerebral. *Rev.Esp.Med.Nuclear* 14:261-266, 1995.
- Moses W.W. Fundamental limits of spatial resolution in PET. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 648 (2011) S236–S240
- O'Connor Michael K. Instrument - and computer related problems and artifacts in Nuclear Medicine. *Seminars in Nuclear Medicine*, vol.XXVI,4,1996:pp256-277.
- Nuclear Medicine Software Quality Group. Institute of Physics and Engineering in Medicine (IPEM). Conversion of SPECT filters.
- Oppenheim B.E., Appledorn C.R. Single Photon Emission Computed Tomography. En. *Effective use of Computers in Nuclear Medicine*. En "Effective use of computers in Nuclear medicine". Michael J. Gelfand, Stephen R. Thomas McGraw-Hill, 1988.
- Pandey A.K., Pant G.S., Malhotra A. Standardization of SPECT filter parameters. *IJNM* 19(2): 30-35, 2004.
- Papoulis A. *Sistemas digitales y analógicos, transformadas de Fourier, estimación espectral*. Marcombo Boixareu Editores, 1978.

- Parker J.A. Quantitative SPECT: basic theoretical considerations. Seminars in Nuclear Medicine vol. XIX, 1989: pp 3-12.
- Pedroso de Lima J.J. Nuclear Medicine and Mathematics Eur J Nucl Med 1996;23:705-719  
Phelps M.E. Emission computed tomography. Seminars in Nuclear Medicine vol 7,1977 pp 337-365.
- Perez-Garcia H., Barquero R. The HURRA filter: An easy method to eliminate collimator artifacts in high-energy gamma camera images. Rev Esp Med Nucl Imagen Mol 2017;36:27-36
- Phelps M.E-Edt. PET: molecular imaging and its biological applications. Springer 2004
- Picker. SPECT processing reference. 1994.
- Pratt W.K., Digital Image Processing. John Wiley & Sons 1979.
- Prince J.L., Links J.M. Medical Imaging Signals and Systems. Pearson Prentice Hall 2006.
- Puchal R. Restauración variante de imágenes en Medicina Nuclear. Tesis doctoral. Universidad de Barcelona 1988.
- Puchal R. Filtros de imagen en medicina nuclear. Ediciones Eurobook, S.L., 1997
- Ralston A. Introducción al análisis numérico. Editorial Limusa 1978.
- Rosenthal M.S., Cullom J., Hawkins W., Moor S.C., Tsui B.M.W., Yester M. Quantitative SPECT imaging: A review and -recommendations by the focus committee of the Society of Nuclear Medicine Computer and Instrumentation Council. J.Nucl.Med.36: 1489-1513,1995.
- Ross S. Q.Clear, GE Healthcare ,2014.
- Rossmann K. Point Spread Function, Line Spread Function and Modulation Transfer Function. Radiology 93:257-272, 1969.
- Saad W.H.M., Mahdi M.A., Saion E, Hashim S., Saripan M.I. Iterative Parameter Estimation for Metz Filter, based on the image Quality of Breast Cancer Imaging. Engineering Letters 20: 2, EL 20\_2\_20, 2012.
- Sadrmontaz A., Taherparvar P. The influence of filters on the SPECT image of Carlson phantom. J.Biomedical Science and Engineering, 6:291-297, 2013.
- Sadrmontaz A. Compensation effect of implementation of filters in use of unsuitable collimator in SPECT images. International Journal of the physical sciences, 6(17) 4154-4160, 2011
- Sankaran S., Frey E., Gilland K.L., Tsui B. Optimum Compensation Method and Filter

Cutoff Frequency in Myocardial SPECT. A human observer Study. J.Nucl.Med. 43:432-438, 2002.

- Sayed I., Nasrudun W.M., Effect of cut-off Frequency of Butterworth Filter on detectability and Contrast of Hot and Cold Regions in 99m-Tc SPECT. International Journal of Medical Physics, Clinical Engineering and Radiation Oncology 5: 100-109, 2016.

- Seret A., Forthomme J. Comparison of Different Types of Comercial Filtered Backprojection and Ordered-Subset Expectation Maximization SPECT Reconstruction Software. J Nucl Med Technol 37:179-187, 2009.

- Serra I., Vilanova R., Introducció al tractament del senyal. Universitat Atònoma de Barcelona, 1995.

- Sharp P.F., Dendy Ph.P., Keyes W.I. Radionuclide Imaging Techniques. Academic Press 1985.

- Sik Kim H., Cho S.-G., Kim J.H., Kwon S.Y., Lee B., H.-S. Bom. Effect of Post-Reconstruction Gaussian Filtering on Image Quality and Myocardial Blood Flow Measurement with 13-N Ammonia PET. Asia Oceania Journal of Nuclear Medicine & Biology 2(2):104-110, 2014.

- Sowa-Staszczak A., Lenda-Tracz W., Tomaszuk M., Glowa B., Hubalenska-Dydejczyk A. Optimization of image reconstruction method for SPECT studies performed using [99mTc-ZDDA/HYNIC] octreotate in patients with neuroendocrine tumors. Nuclear Medicine Review 16, 1:9-16, 2013.

- Siemens Medical Solutions. Inside Biograph TruePoint PET•CT.

- Siemens Brochure. Are you HD ready? Siemens Medical Solutions, 2007

- Siemens. Operating Instructions SPECT User's Guide for microDelta/Maxdelta. 1992.

- Soliman S.S., Srinath M.D. Continuous and discrete signals and systems. Prentice-Hall International Editions, 1990.

- Sopha Medical systems. XT processing guide: Filter generation and selection. 1994.

- Sorenson J.A, Phelps M.E. Physics in Nuclear Medicine. 2<sup>a</sup> Edición. W.B.Saunders Company 1987.

-Streit R.L. Poisson Point Processes. Imaging, Tracking and Sensing. Springer 2010

- Takavar A., Samsipsour Gh., Sohrabi M., Eftekhavi M. Determination of optimum filter in myocardial SPECT: A phantom study. Iran J. Ratiat. Res-1 (4):205-210, 2004.

-Taylor D. Filter choice for reconstruction tomography. Nuclear Medicine Communications (1994) 15, 857-859.

- Thomson B., Cullis J., O'Brien J. Manufacturers and Filters. Is it all still a bit fuzzy? City Hospital, Birmingham
- Todd-Pokropek A. Theory of tomographic reconstruction. Tomographic Methods in Nuclear Medicine: Physical principles, instruments and clinical applications. Ed. Bhagwat D. Ahluwalia. CRC Press 1989.
- Todd-Pokropek A., di Paola R.. The use of computers for image processing in Nuclear Medicine. IEEE Transaction on Nucler Science 19:1299-1309, 1982.
- Todd-Pokropek A. Image processing in Nuclear Medicine. IEEE Transactions on Nuclear Science 27: 1080-1094,1980.
- Tsui B.M.W. Emission Computed Tomography and Image reconstruction methods. Division of Medical Imaging Physics. The Russell H.Morgan. Department of John Hopkins Radiology and Radiological Science.
- Varga S., Bettinardi V., Gilardi M.C., Riddel C., Castiglioni I., Rizzo G., Fazio F. Evaluation of pre and post-reconstruction count-dependent Metz filters for brain PET studies. Med. Phys. 24(9) September 1997.
- Vakhtangandze T., Hall D.O., Zanamiri F.V-, Rees M.R. The effect of Butterworth and Metz reconstruction filters on volume and ejection fraction calculations with 99m-Tc gated myocardial SPECT. Br J Radiology 78,n° 932, 2005.
- Verhoeff N.P.L.G., Buell U.,Costa D.C., Kirsch G., Lottes G., Moretti J.L., Podreka I., Schober O., van Royen E.A. Basics and Recommendations for Brain SPECT. Nucl. Med. 31: 114-131, 1992.
- Webb S.,Flower M.A.,Ott R.J.,Leach M.O., Inamdar R.. The spatial resolution of a rotating gamma camera tomographic facility. Br. J. Radiol. 56: 939-944, 1983.
- Webb S. Edit. The physics of medical imaging. Adam Hilger, 1988.
- Wells R.G., Sinkin, Judy P.F., King M.A., Pretorius P.H., Gifford H.C. Med Phys 26(7) July 1999.
- Wernick M.N., Aarsvold J.N. Edt. Emission Tomography: The fundamentals of PET and SPECT. Elsevier Academic Press 2004
- Wright G.A., McDade M., Martin W., Hutton I. Quantitative gated SPECT: the effect of reconstruction filter on calculated left ventricular ejection fractions and volumes. Phys.Med.Biol 47, N99-N 105, 2002.
- Ye J. , Song X., Durbin M. K., Zhao M., Shao L., Garrard J., Rollo F.D.. SPECT image quality improvement with Astonish software. Philips Medical Systems Nuclear Medicine Milpitas, CA

-Yokey T., Shinohara H., Onishi H. Performance evaluation of OSEM reconstruction algorithm incorporating three dimensional distance dependent resolution compensation for brain SPECT: A simulation study. *Annals of Nuclear Medicine*. February 2002, Volume 16, Issue 1, pp 11–18.

- Zaidi H. Edit. *Quantitative Analysis in Nuclear Medicine Imaging*. Springer 2006.