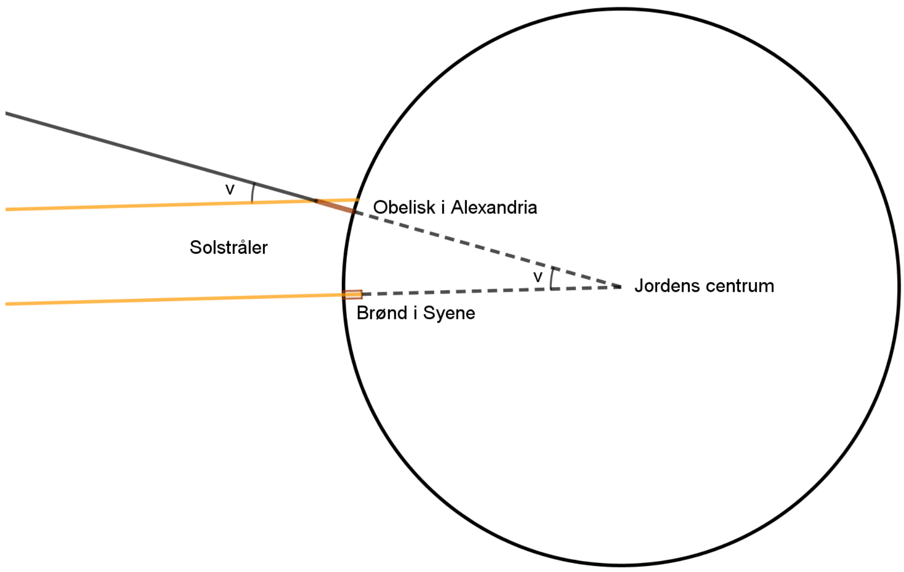
Eratosthenes 7.-9. klasse

Grækeren Eratosthenes boede for ca. 2250 år siden i byen Alexandria i det nordlige Egypten. Han fandt en metode til at beregne Jordens omkreds. Han vidste, at ved midsommer kl. 12 stod solstrålerne lodret ned i en brønd i Syene i det sydlige Egypten. Samtidig kunne han måle på skyggen fra en obelisk (en meget høj, fritstående søjle).

Eratosthenes kendte afstanden fra brønden i Syene til obelisken i Alexandria var der 4400 stádion. Egypterne brugte længdemålet stádion, når de skulle måle lange afstande. En stádion svarer til 185 m.

- Hvor mange kilometer er der mellem brønden og obelisken?

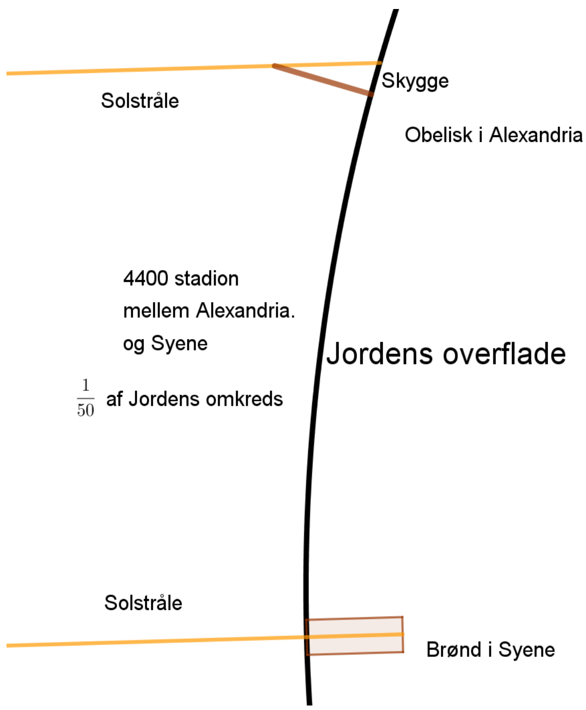
Eratosthenes vidste, at Jorden var rund, og han brugte en skitse til at tænke problemet igennem. Den kunne have set ud på denne måde:



Eratosthenes målte på obelisken og dens skygge og fandt ud af, at vinklen *v* på tegningen er $\frac{1}{50}$ af Jordens omkreds.

Når der står *v* ved både vinklen ved Jordens centrum og vinklen ved obelisken skyldes det, at de er lige store.

- I skal prøve at forklare, at de to vikler er lige store.
- I skal beregne vinklen *v.*
- I skal beregne Jordens omkreds i kilometer.
- I dag ved vi, at Jordens omkreds er 6371 km.
- Hvor mange procent regnede Eratosthenes forkert?



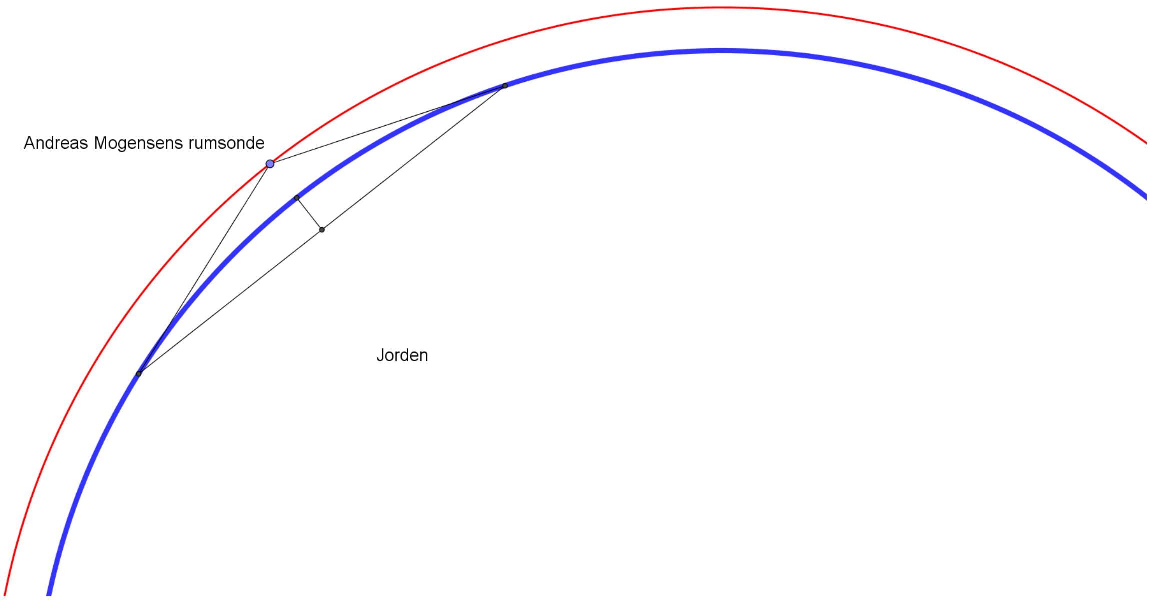
Flere geometriproblemer med Jorden i centrum

Andreas Mogensen i rummet

Andreas Mogensen var den første dansker i rummet. Han fløj i en bane 400 km over Jordens overflade.

- Hvor stor en del af Jordens overflade kunne han se på en gang?

Måske kan I bruge nedenstående skitse.



Andreas kan kun se en del af Jorden. Den del kaldes en kuglekalot. Arealet af kalotten kan findes med denne formel: $A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ hvor r er kuglens radius og h er højden af kuglekalotten

I kan finde oplysninger om kuglekalot og arealformlen for den på nettet. Husk at kontroller jeres oplysninger.

En snor rundt om Jorden

Forestil jeg, at man kunne binde en snor rundt om Jorden helt tæt på jordoverfladen. Vi må hellere forestille os, at Jordens overflade er helt glat uden bjerge og dybe have.

Så sætter vi en ekstra meter på snoren. Vi forestiller os at snoren hæves med samme afstand over Jordens overflade hele kloden rundt.

- Hvor højt hæves snoren over jordoverfladen?

I kan løse opgaven i GeoGebra eller med beregninger.

Eratosthenes Si

Eratosthenes Si kan bruges til at undersøge tal. I skal arbejde sammen to og to og følge denne opskrift:

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	~~12~~	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

- I skal sætte en ring om tallet 2 og derefter strege alle de øvrige tal i 2-tabellen over.

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	~~12~~	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

- I skal derefter sætte en ring omkring tallet 3 og strege alle de øvrige tal i 3-tabellen over.

- I skal fortsætte på samme måde indtil alle tal i tabellen er enten er streget over eller er markeret med en ring.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Tallene med ring om kaldes primtal. Kan I finde en definition på primtal? Diskuter det i klassen.

En hypotese om primtal

Alle lige tal undtagen 2 kan skrives som summen af to primtal

I skal nu undersøge, om hypotesen ser ud til at være sand.

Eksempler:

6 = 3 + 3 8 = 3 + 5 10 = 3 + 7

Hypotesen blev skrevet af den tyske matematiker Goldbach i 1742. Den ser ud til at være sand, men den er ikke bevist, så vi ved ikke, om der findes et kæmpe stort lige tal, som ikke kan skrives som summen af to primtal. Vi ved altså ikke, om hypotesen gælder for alle de uendeligt mange lige tal.

En anden hypotese

Alle ulige tal kan skrives som summen af et primtal og en potens af 2

I skal undersøge, om hypotesen ser ud til at være sand.

Prøv efter med mange forskellige ulige tal. Er der ulige tal med flere løsninger?

Eksempler:

$9 = 5 + 4 = 5 + 2^2$

$11 = 7 + 4 = 7 + 2^2$

$13 = 11 + 2 = 11 + 2^1$

I kan få brug for at vide dette om potenser af 2:

$2^0 = 1$ $2^1 = 2$ $2^2 = 4$ $2^3 = 8$ $2^4 = 16$ osv.

Magiske kvadrater med primtal

I magiske kvadrater gælder følgende regler:

Summen af hver af de vandrette talrækker skal være lig med summen af hver af de lodrette talrækker og skal være lig med summen af de to diagonaler. I de to magiske kvadrater her, må der kun bruges primtal. I må bruge en primtalsliste og en lommeregner.

47		101
	59	
157		43
	127	
	7	
	73	
		37

277		
	157	
151		
107		29
	89	
	71	
41		59

Hint: Summen af vandrette, lodrette og diagonale rækker er tre gange så store som det midterste tal

Kan I selv finde magiske kvadrater med kun primtal?
