Kovalevsky Lærervejledning

1.-3. klasse

Arbejdet med talrækkerne kan være individuelt eller i makkerpar. Eleverne sammenligner deres resultater i større grupper eller på klasseplan (evt. har alle sat deres resultater op på væggen). Eleverne forklarer på skift for klassen, hvordan de er kommet frem til måden at fortsætte talrækkerne på. Nogle af talrækkerne kan give anledning til en nærmere forklaring. Talrækkerne har en stigende sværhedsgrad. Derfor bør elever, der har svært ved opgaverne starte med deres forklaringer. Eleverne må gerne bruge lommeregner, når hovedregningen ikke slår til mere.

Side 1

A. 11, 13, 15, 17. Vi lægger hele tiden 2 til det forrige tal.
B. 24, 28, 32, 36. Vi lægger hele tiden 4 til det forrige tal.
C. 16, 22, 29, 37. Vi lægger først 1 til, så 2, 3 osv.
D. 21, 28, 36, 45. Vi lægger 2 til, så 2, 4 osv.
E. 36, 49, 64, 81. Vi lægger hele tiden et ulige tal til, startende med 3, så 5, 7 osv. Talrækken er kvadrattallene: t1l nr. 1 i anden giver 1, tal 2 i anden giver 4 osv.
F. 32, 64, 128, 256. Vi fordobler det forrige tal. (Til læreren: De er også værdien af positionerne i det binære talsystem).
G. 15, 18, 21, 24. Vi lægger hele tiden 3 til. Det er tre-tabellen.

Side 2 er lidt sværere

H. 5, 4, 6, 5. Læg 2 til, træk så 1 fra det nye tal, læg igen 2 til, træk 1 fra osv.
I. 42, 41, 123, 122. Træk 1 fra. Gang det nye tal med 3. Træk 1 fra, gang med 3 osv.
J. 45, 59, 75, 93. Læg tallene fra 2-tabellen til, ét af gangen.
K. 57, 93, 142, 207. Vi lægger kvadrattallene til, et for et. Se talrække E.
L. 37, 50, 65, 82. Vi lægger hele tiden et ulige tal til, startende med 1, så 3, 5 osv. Ligner talrække E.
M. 21, 28, 36, 45. Vi lægger 2 til, så 3, 4 osv. Denne talrække kaldes også trekantstallene. Hvis vi lægger 1 sten i 1. række, 2 i 2. række, 3 i 3. række osv., og tæller, hvor mange sten der er i alt, får vi trekantstallene.
N. 34, 55, 89, 144. Vi lægger hele tiden de to forrige tal sammen for at få det næste. Talrækken kaldes også Fibonaccitallene.

4.-6. klasse

Arbejdet med talrækkerne kan være individuelt eller i makkerpar. Eleverne sammenligner deres resultater i større grupper eller på klasseplan (evt. har alle sat deres resultater op på væggen). Eleverne forklarer på skift for klassen, hvordan de er kommet frem til måden at fortsætte talrækkerne på. Nogle af talrækkerne kan give anledning til en nærmere forklaring. Eleverne må gerne bruge lommeregner, når hovedregningen ikke slår til mere.

Side 1:

A. 36, 49, 64, 81. Kvadrattallene.
B. 32, 64, 128, 256. Vi fordobler det forrige tal. (Til læreren: De er også værdien af positionerne i det binære talsystem).
C. 5, 4, 6, 5. Læg 2 til, træk så 1 fra det nye tal, læg igen 2 til, træk 1 fra osv.
D. 42, 41, 123, 122. Træk 1 fra. Gang det nye tal med 3. Træk 1 fra, gang med 3 osv.

E. 45, 59, 75, 93. Læg tallene fra 2-tabellen til, ét af gangen.
F. 57, 93, 142, 207. Vi lægger kvadrattallene til, et for et. Se talrække A.
G. 37, 50, 65, 82. Vi lægger hele tiden et ulige tal til, startende med 1, så 3, 5 osv. Ligner talrække E.
H. 21, 28, 36, 45. Vi lægger 2 til, så 3, 4 osv. Denne talrække kaldes også trekantstallene. Hvis vi lægger 1 sten i 1. række, 2 i 2. række, 3 i 3. række osv., og tæller, hvor mange sten der er i alt, får vi trekantstallene.
I. 34, 55, 89, 144. Vi lægger hele tiden de to forrige tal sammen for at få det næste. Talrækken kaldes også Fibonaccitallene.

Side 2:

1. figurfølge.

Figur nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Kvadrater	1	5	9	13	17	21	25	29	31

En sproglig forklaring kan være: Vi starter med et kvadrat og får hele tiden det næste tal ved at lægge 4 til.

Det er nok for svært for de fleste elever på mellemtrinet at fremstille et algebraisk udtryk med en variabel.

En rekursiv formel: $T(n + 1) = T(n) + 4$. Vi finder det næste tal i talfølgen ved at lægge 4 til det forrige

En direkte formel: $\mathrm{T}(n) = 4 \cdot n - 3$

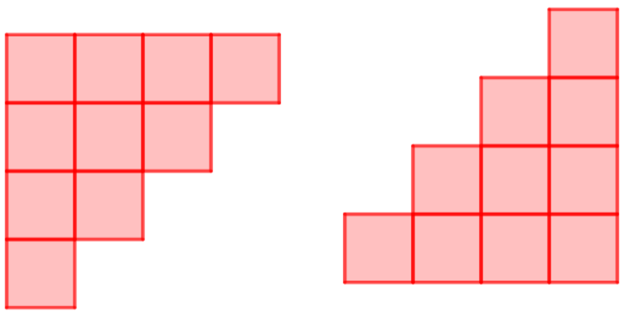
2. figurfølge.

Figur nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Kvadrater	1	3	6	10	15	21	28	36	45

En sproglig forklaring kan være: Man finder et nyt tal i talfølgen ved at lægge det nye figurnummer til det forrige kvadrat-tal.

En rekursiv formel: $T(n + 1) = \mathrm{t}(n) - (n + 1)$

En direkte formel: $\frac{n(n+1)}{2}$. Den kan findes ved at kopiere figuren (her nr. 4) og sætte dem sammen til et rektangel på $4 \cdot 5$, som skal divideres med 2.



7.-9. klasse

Side 1-2

Skakfeltets nummer	Antal riskorn på feltet	Antal riskorn i alt
1	1	1
2	2	3
3	4	7
4	8	15
5	16	31
6	32	63
7	64	127
8	128	255
64	9.223.372.036.854.775.808	18.446.744.073.709.551.615
n	$2^{(n-1)}$	2^n-1

- 40 riskorn vejer i alt 1 gram
- 36.000 riskorn fylder 1 dm^3

De tre udfordrende matematiklæreropgaver kræver omsætning mellem enheder og regning med meget store tal.

- Højden over spillebrættet: 18.446.744.073.709.551.615 : (16 · 36.000 · 10.000) km = 3.202.559.735 km. Det er 9 gange afstanden til Månen.
- Højden over Jorden: 18.446.744.073.709.551.615 : (510.100.000 · 10.000 · 10.000 ·3600) dm = 0,1 dm = 1 cm tykt lag af ris over hele Jorden inklusiv verdenshavene. Over landarealet af Jorden vil det være 3,3 cm.
- Tælletid: 18.446.744.073.709.551.615 : (60 · 60 · 24 · 365,25) år = 584.542.046.091 år!
- 18.446.744.073.709.551.615 · 25 : 618.440.000.000.000.000 = 746 år med nutidens risproduktion.

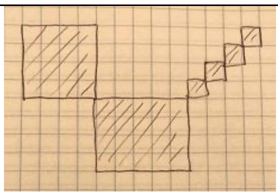
Side 2-3

A. 36, 49, 64, 81. Kvadrattallene.
B. 32, 64, 128, 256. Vi fordobler det forrige tal. (Til læreren: De er også værdien af positionerne i det binære talsystem).
C. 5, 4, 6, 5. Læg 2 til, træk så 1 fra det nye tal, læg igen 2 til, træk 1 fra osv.
D. 42, 41, 123, 122. Træk 1 fra. Gang det nye tal med 3. Træk 1 fra, gang med 3 osv.
E. 45, 59, 75, 93. Læg tallene fra 2-tabellen til, ét af gangen.
F. 57, 93, 142, 207. Vi lægger kvadrattallene til, et for et. Se talrække A.
G. 37, 50, 65, 82. Vi lægger hele tiden et ulige tal til, startende med 1, så 3, 5 osv. Ligner talrække E.
H. 21, 28, 36, 45. Vi lægger 2 til, så 3, 4 osv. Denne talrække kaldes også trekantstallene. Hvis vi lægger 1 sten i 1. række, 2 i 2. række, 3 i 3. række osv., og tæller, hvor mange sten der er i alt, får vi trekantstallene.
I. 34, 55, 89, 144. Vi lægger hele tiden de to forrige tal sammen for at få det næste. Talrækken kaldes også Fibonaccitallene.

Side 3

Denne opgave skal udfordre vores almindelige opfattelse af, at med 4-6 tal kan man finde netop en talfølge. Her er syv forskellige talfølger, der alle starter med 1, 2, 4, 8, men som fortsætter helt forskelligt Det kan være meget svært at finde formler, men ved at se på differensen mellem tallene en eller flere gange kan man finde en brugbar regel, men ikke formel.

Side 4

6.1		3	
6.2	6 · 6 = 36 **Arealet af det sorte kvadrat i figur nr. 6 er 36.**	2	
6.3	**I det røde rektangel vokser antal kvadrater lodret og vandret med 1 for hver næste figur i figurfølgen. Antal kvadrater i vandret række er altid 1 større end antallet i lodret søjle. Hvis antallet af små kvadrater lodret er *n* er antal kvadrater lodret (n + 1) og arealet $n(n+1) = n^2 + n$**	3	
6.4	Anton: $n^2 + n\ (n + 1) + n = n^2 + n^2 + n + n = 2n^2 + 2n$ **$2n^2 + 2n$ er det samme som Marie påstår, så derfor har de begge ret.**	3	