

1

Mads undersøger priser i et fitnesscenter

Mads på 16 år vil undersøge, hvor mange penge det koster at træne i det lokale fitnesscenter. Skemaet herunder viser centrets priser for to forskellige medlemskaber.



Foto: Opgavekommissionen i matematik

Voksne		Unge under 18 år	
Oprettelse af medlemskab:	249 kr.	Oprettelse af medlemskab:	99 kr.
Pris pr. måned:	169 kr.	Pris pr. måned:	165 kr.

- 1.1** Hvor stor er forskellen på prisen for oprettelse af medlemskab for voksne og for unge under 18 år?
- 1.2** Hvor mange penge skal Mads i alt betale de første 6 måneder, hvis han også skal betale for oprettelse af et medlemskab?
- 1.3** Hvor mange penge skal Mads i alt betale de første n måneder, hvis han også skal betale for oprettelse af et medlemskab?

Fitnesscentret har også et familiemedlemskab, som giver ret til træning for alle i en familie. Mads vil undersøge, om det kan betale sig for ham, hans mor og hans far at vælge et familiemedlemskab, når de alle tre vil gå til træning.

Familie	
Oprettelse af medlemskab:	399 kr.
Pris pr. måned:	599 kr.

- 1.4** Du skal undersøge, om det kan betale sig for Mads, hans mor og hans far at have et familiemedlemskab i fitnesscentret i stedet for, at de har et medlemskab hver.

2

Helene undersøger tal fra en skydeprøve

Helene vil gerne gå på jagt med sin far, og derfor skal hun have et jagttegn. For at få et jagttegn skal hun bestå en skydeprøve. Helene har hørt, at det er svært at bestå denne prøve. Hun har fundet tabellen herunder. Den viser, hvordan det er gået for de tilmeldte personer ved skydeprøven på 10 skydebaner i Nordjylland i 2014.



Foto: Opgavekommissionen i matematik

Skydebane	Antal tilmeldte til prøven	Antal tilmeldte, der bestod prøven	Antal tilmeldte, der ikke bestod prøven	Antal tilmeldte, der ikke deltog i prøven	Beståelsesprocent
Hjallerup Jagtcenter	11	7	4	0	63,6
SSV's skydebane	15	11	4	0	73,3
Ålborg Jægerklub	43	27	15	1	62,8
Hjørring Flugtskydningsbane	20	13	7	0	65,0
Jagtcenter Nord	49	31	17	1	63,3
Sydthy Flugtskydningscenter	61	45	15	1	73,8
Brønderslev flugtskydningsbane	71	37	34	0	52,1
Morsø Flugtskydningscenter	61	36	24	1	59,0
Moseby Flugtskydningsbane	82	42	40	0	51,2
Flejsborg Skydecenter	109	52	56	1	47,7

Kilde: Danmarks Jægerforbund

2.1 Hvor mange tilmeldte personer deltog ikke i skydeprøven på de 10 skydebaner i Nordjylland?

I tabellen læser Helene, at 63,6 % af de tilmeldte på Hjallerup Jagtcenter bestod prøven.

2.2 Skriv et regneudtryk, der viser, hvordan man kan beregne, at 63,6 % af de tilmeldte på Hjallerup Jagtcenter bestod prøven.

Helene synes, at der er stor forskel på beståelsesprocenten i Sydthy Flugtskydningscenter og i Flejsborg Skydecenter.

2.3 Hvor mange af de 109 tilmeldte i Flejsborg Skydecenter skulle have bestået prøven, for at beståelsesprocenten i Flejsborg Skydecenter ville være cirka lige så stor som i Sydthy Flugtskydningscenter?

Helenes far mener, at beståelsesprocenten for det samlede antal tilmeldte ved skydeprøverne er større end 60, fordi gennemsnittet af beståelsesprocenterne er 61,2. Helene mener, at beståelsesprocenten for det samlede antal deltagere ved skydeprøverne er mindre end 60.

2.4 Undersøg med beregning, om Helene eller hendes far har ret. Du skal begrunde dit svar.

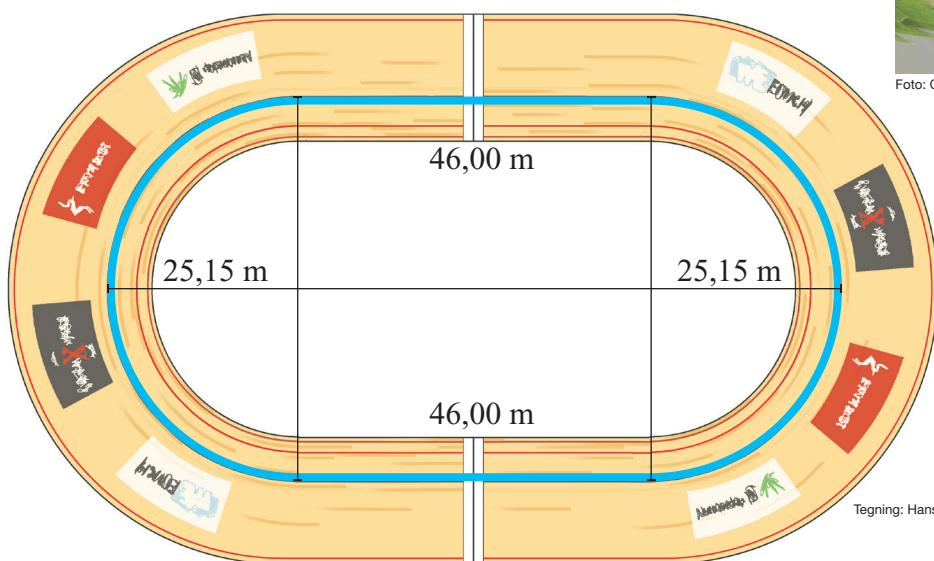
3

Allan cykler på bane

Allan træner cykelløb på en cykelbane.
Set fra oven har cykelbanen form som vist på figur 1.



Foto: Opgavekommissionen i matematik



Tegning: Hans Ole Herbst

Figur 1

Skitse

Banen består af to lige strækninger, der begge er 46,00 m lange, og to halvcirkelformede strækninger, der begge har en radius på 25,15 m.

3.1 Du skal vise med et regneudtryk, at længden af cykelbanen er 250 m.

Allan træner til en konkurrence, hvor han skal cykle 4000 m på banen.

3.2 Hvor mange omgange på cykelbanen svarer til 4000 m?

Allan har tidligere kørt 3000 m med en gennemsnitsfart på 11,0 m/s. Han håber at kunne cykle 4000 m med samme gennemsnitsfart.

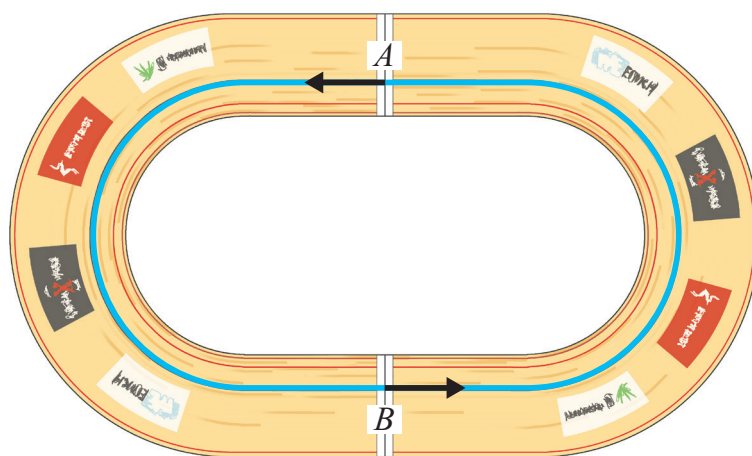
3.3 Hvor mange minutter og sekunder vil Allan være om at køre 4000 m, hvis han cykler med en gennemsnitsfart på 11,0 m/s?

Allan skal konkurrere med Bo i 4000 m forfølgelsesløb. Allan skal starte ved A og Bo ved B , som vist på figur 2. Pilene viser den retning, som de skal cykle i.

Allan kan vinde forfølgelsesløbet på to måder:

1. Allan vinder, hvis han indhenter Bo, før de har cyklet 4000 m.
2. Allan vinder, hvis han bruger mindst tid på at cykle 4000 m.

Allan tror, at han kan cykle 4000 m med en gennemsnitfart på 11,0 m/s, og at Bo kan cykle den samme distance med en gennemsnitfart på 10,5 m/s.



Figur 2

Tegning: Hans Ole Herbst

Skitse

Allan bruger formelen i den gule boks

til at beregne, hvornår han vil indhente Bo, hvis det går, som han tror.

$$t = \frac{125}{a - b}$$

t er den tid målt i sekunder, det tager den hurtigste rytter at indhente den langsomste.

a er gennemsnitfarten for den hurtigste rytter målt i m/s.

b er gennemsnitfarten for den langsomste rytter målt i m/s.

3.4 Du skal vise med beregning, at det vil tage Allan 250 sekunder at indhente Bo, hvis det går, som Allan tror.

3.5 Hvor mange meter vil Allan have kørt, når han indhenter Bo, hvis det går som Allan tror?

Ved cykelløbet havde Bo en gennemsnitfart på over 11 m/s. Allan indhentede alligevel Bo efter 5 minutter og 12 sekunder, da Bo havde cyklet 3455 m.

3.6 Hvilken gennemsnitfart havde Allan cyklet med, da han indhentede Bo efter 5 minutter og 12 sekunder?

4

Rasmus og Sonja spiller et terningespil



Foto: Opgavekommissionen i matematik

Rasmus og Sonja spiller et terningespil, hvor de hver sætter en spillebrik på et af de fire farvede felter herunder og skiftes til at kaste to terninger. De vinder et point, hvis de har sat spillebrikken på det felt, hvor summen af terningernes øjental står.

Gul	Rød	Orange	Blå
2	4		
3		7	9
11	5		10
12	6		

Sonja kaster de to terninger og får summen 7.

4.1 Hvilke øjental kan hver af Sonjas terninger have vist? Skriv alle de forskellige muligheder.

Det er Rasmus' tur til at kaste de to terninger.

4.2 Hvor stor er sandsynligheden for, at Rasmus får summen 2?

Rasmus påstår, at han har lige stor chance for at vinde uanset, hvilket farvet felt han stiller sin spillebrik på.

4.3 Undersøg, om Rasmus har ret.

5

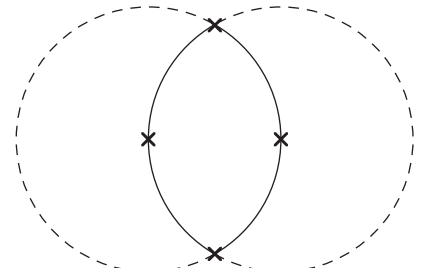
Rasmus tegner en mandorla

Rasmus har tegnet den blå mandorla, der er vist på figur 1. Ordet mandorla er italiensk og betyder mandel.



Figur 1

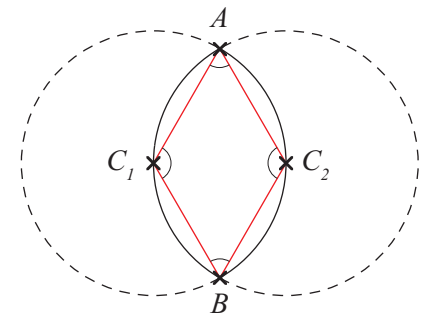
Figur 2 viser, hvordan Rasmus tegner en mandorla. De to cirkler på figuren er kongruente. Hver cirkel har centrum på den anden cirkels periferi.



Figur 2

5.1 Tegn en mandorla, der er større end mandorlaen på figur 1.

På figur 3 har Rasmus tegnet fire røde linjestykker, der forbinder de to kongruente cirklers skæringspunkter, A og B , med de to cirklers centre C_1 og C_2 . De fire røde linjestykker danner en firkant.



Figur 3

Rasmus påstår, at de fire sider i firkanten har samme længde, at de mindste vinkler i firkanten er 60° , og at de største vinkler er 120° .

5.2 Du skal forklare, hvorfor Rasmus har ret i, at de fire sider er lige lange.

5.3 Du skal forklare, hvorfor Rasmus har ret i, at de to mindste vinkler i firkanten er 60° , og at de to største vinkler i firkanten er 120° . Brug evt. en skitse i din besvarelse.

Rasmus har tegnet en mandorla ved brug af to cirkler, der hver har radius 10.

5.4 Hvor stor er omkredsen af den mandorla, som Rasmus har tegnet?

Rasmus bruger formelen i den gule boks til at beregne arealet af mandorlaen.

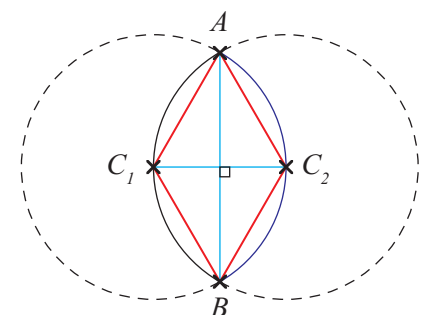
$$M = \left(\frac{4 \cdot \pi - 3 \cdot \sqrt{3}}{6} \right) \cdot r^2$$

M er arealet af en mandorla.

r er radius i de to kongruente cirkler.

5.5 Beregn arealet af den mandorla, som Rasmus har tegnet.

På figur 4 har Rasmus tegnet de to blå diagonaler i firkanten. De to diagonaler står vinkelret på hinanden.



Figur 4

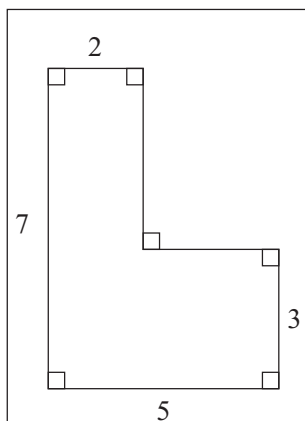
5.6 Hvor stor er længden af den længste diagonal i firkanten, når radius i de to kongruente cirkler er 10?

5.7 Bevis, at længden af den længste diagonal i firkanten er $r \cdot \sqrt{3}$, når radius i de to kongruente cirkler er r .

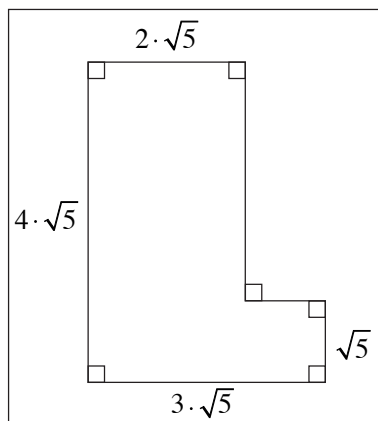
6

Sonja tegner sekskanter

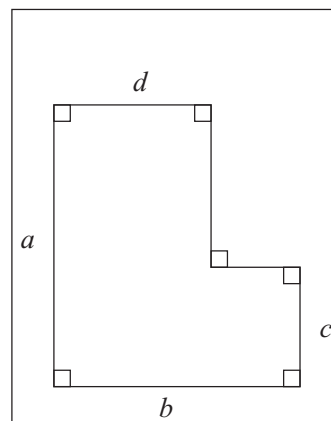
Sonja tegner sekskanter, hvor siderne står vinkelret på hinanden.



Skitse 1



Skitse 2



Skitse 3

Hun har beregnet, at arealet af sekskanten på skitse 1 er 23.

6.1 Skriv et regneudtryk, der viser, at arealet af sekskanten på skitse 1 er 23.

Skitse 2 viser en anden af Sonjas sekskanter.

6.2 Beregn arealet af sekskanten på skitse 2.

På skitse 3 har Sonja brugt bogstaverne a , b , c og d til at angive længden på fire af siderne på en sekskant.

Tre af de fire formler herunder kan Sonja bruge til at beregne arealet, A , af sekskanten.

1. $A = c \cdot (b - d) + a \cdot d$
2. $A = a \cdot b - (a - c) \cdot (b - d)$
3. $A = a \cdot b - c \cdot (b - d)$
4. $A = d \cdot (a - c) + b \cdot c$

6.3 Hvilken af de fire formler kan Sonja ikke bruge til at beregne arealet af sekskanten? Du skal begrunde dit svar.

Sonja kan beregne arealet af sekskanten på skitse 3 med både formel 1 og formel 2 herunder.

Formel 1: $A = d \cdot (a - c) + c \cdot (b - d) + c \cdot d$

Formel 2: $A = a \cdot d + b \cdot c - c \cdot d$

6.4 Du skal vise, hvordan formel 1 kan omskrives til formel 2.

