

# Samenvatting H05 Machten en exponenten

vwo wiskunde B, Getal & Ruimte editie 11

## Rekenregels voor machten

Macht	$2^{-3}$	$2^{-2}$	$2^{-1}$	$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$	$2^7$
Waarde	$\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64	128

Uit deze meetkundige getallenrij kunnen we de volgende rekenregels voor machten afleiden:

$$2^3 \cdot 2^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3+4} = 2^7$$

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\frac{2^7}{2^4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{7-4} = 2^3$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(2^3)^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$$

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$$

$$2^0 = 1$$

$$a^0 = 1$$

Verder is af te leiden dat:

$$(2 \cdot 5)^3 = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5^3$$

$$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$$

## Transformaties

Soort functie		Translatie $(p, q)$ = verschuiving $p$ naar rechts, $q$ omhoog	Vermenigvuldiging t.o.v. $x$ -as met factor $a$ .
$y = x^2$	Tweedegraads	$y = (x - p)^2 + q$	$y = a \cdot x^2$
$y = \sqrt{x}$	Wortel	$y = \sqrt{x - p} + q$	$y = a \cdot \sqrt{x}$
$y = \frac{1}{x}$	Gebroken	$y = \frac{1}{x - p} + q$	$y = a \cdot \frac{1}{x}$
$y = g^x$	Exponentieel	$y = g^{x-p} + q$	$y = a \cdot g^x$

NB. De volgorde waarin je de transformaties toepast, is van invloed op de functie die ontstaat.

## Kennen en kunnen

$$f(x) = a\sqrt{x - p} + q \quad x\text{-waarde beginpunt: waar deel onder wortelteken nul wordt, dus hier } x = p.$$

Je moet het domein en bereik kunnen bepalen.

$$f(x) = \frac{a}{x - p} + q$$

Verticale asymptoot waar noemer nul wordt, dus hier bij  $x = p$ .

Horizontale asymptoot bij  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ , dus hier bij  $y = q$ .

$$f(x) = a \cdot g^{x-p} + q \quad \text{Horizontale asymptoot bij } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \text{ als } 0 < g < 1 \text{ en } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ als } g > 1,$$

dus hier bij  $y = q$ .

## Groefactoren en groeipercentages

Groefactor vind je met  $\frac{\text{nieuw}}{\text{oud}}$ . Bij afname: groefactor  $< 1$ , bij toename: groefactor  $> 1$ .

Groefactor = 100% (oud) + groeipercentage = 1 + groeipercentage als decimaal getal.

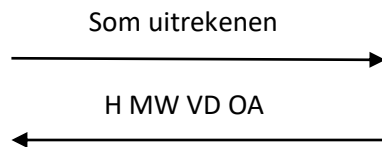
Bij afname = 100% (oud) - afnamepercentage = 1 - afnamepercentage als decimaal getal.

Groeipercentage = (groefactor - 1) \* 100% = groefactor \* 100% - 100%.

Formule exponentiële functie opstellen  $N = b \cdot g^t$ :

1. Bepaal groeifactor met  $\frac{\text{nieuw}}{\text{oud}}$ . Ga na in hoeveel tijdseenheden deze groei is gerealiseerd.
2. Bereken de groeifactor per tijdseenheid met  $\left(\frac{\text{nieuw}}{\text{oud}}\right)^{\frac{1}{\text{tijdseenheden}}}$ .
3. Bereken de beginwaarde door de groeifactor en de coördinaten van een punt in te vullen in de formule  $N = b \cdot g^t$ .

## Vergelijkingen oplossen / variabelen vrijmaken



Vergelijking oplossen / variabele vrijmaken

### Wortelvergelijkingen

$$-\sqrt{x+3} + 5 = x + 8$$

$$-\sqrt{x+3} = x + 3$$

$$x + 3 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$x = -2 \text{ (voldoet niet) of } x = -3 \text{ (voldoet wel)}$$

1. Wortel isoleren

2. Links en Rechts kwadrateren

3. Oplossingen controleren

### Gebroken vergelijkingen / ongelijkheden

$$\frac{2x+3}{4x+5} > 1$$

$$\frac{2x+3}{4x+5} = 1$$

$$2x+3 = 4x+5$$

$$2x = -2 \Rightarrow x = -1$$

$$\text{Dus } -1,25 < x < -1$$

1. Asymptoten bepalen: hier  $x = -1,25$  en  $y = 0,5$  (ga dit na!).

2. Eerst gelijkheid oplossen voor vinden snijpunten.

3. Kruiselings vermenigvuldigen

4. Vergelijking oplossen  $\rightarrow$  snijpunten

5. Met de HP Prime kijken welke waarden van  $x$  voldoen.

Let op de asymptoot bij  $x = -1,25$ !

### Exponentiële vergelijkingen / ongelijkheden

$$3^{x+1} - 4 \leq 6 - 3^{x-1}$$

$$3^{x+1} - 4 = 6 - 3^{x-1}$$

$$3^{x+1} + 3^{x-1} = 10$$

$$3 \cdot 3^x + \frac{1}{3} \cdot 3^x = 10$$

$$\frac{10}{3} \cdot 3^x = 10 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot 3^x = 1$$

$$3^x = 3^1 \Rightarrow x = 1$$

$$x \geq 1$$

1. Eerst gelijkheid oplossen voor vinden snijpunten.

2. Vergelijking oplossen. Gebruik  $g^A = g^B \Rightarrow A = B$ .

3. Met de HP Prime kijken welke waarden van  $x$  voldoen.