# Samenvatting G&R editie 11 H13 Limieten en asymptoten

Standaardlimieten $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x^n} = 0$ en $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{1}{x^n} = 0$ voor $n > 0$.

Bij gebroken functies $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ kunnen zich de volgende situaties voordoen:

| **Situatie** | **Als** | **Aanpak** |
|---|---|---|
| Nulpunten | $f(x) = 0 \ \wedge\ g(x) \neq 0$ | Los op $f(x) = 0$ en controleer of $g(x) \neq 0$. |
| Verticale asymptoot | $g(x) = 0 \ \wedge\ f(x) \neq 0$ | Los op $g(x) = 0$ en controleer of $f(x) \neq 0$. |
| Horizontale asymptoot | Hoogste macht in $f(x)$ kleiner of gelijk aan hoogste macht in $g(x)$ | Bereken $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\dots}{\dots}$<br>Deel in de tweede stap alle termen in $f(x)$ en $g(x)$ door de hoogste macht van $g(x)$.<br>Maak gebruik van de standaardlimieten. |
| Scheve asymptoot | Hoogste macht in $f(x)$ één hoger dan hoogste macht in $g(x)$ | Deel $f(x)$ door $g(x)$ met een staartdeling of met de methode in het boek op blz. 23.<br>Herschrijf $\frac{f(x)}{g(x)} = ax + b + \frac{A}{g(x)}$.<br>$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{A}{g(x)} = 0$ dus scheve asymptoot $y = ax + b$ |
| Perforatie | $f(x) = 0 \ \wedge\ g(x) = 0$ voor $x = a$. | Ontbind $f(x)$ en $g(x)$ in een term $(x - a)$.<br>Bereken $\lim\limits_{x\downarrow a} \frac{(x-a)\cdot A}{(x-a)\cdot B} = \lim\limits_{x\downarrow a} \frac{A}{B}$.<br>NB. Er moet gelden dat $\lim\limits_{x\downarrow a} q(x) = \lim\limits_{x\uparrow a} q(x)$, anders is er geen perforatie, maar een sprong (in vaktermen: een discontinuïteit). |

Als de functie absoluutstrepen bevat, moet je twee gevallen onderscheiden en doorrekenen:

a) wanneer hetgeen tussen de absoluutstrepen staat positief is, kunnen deze worden weggelaten.
b) wanneer hetgeen tussen de absoluutstrepen staat negatief is, kunnen de absoluutstrepen vervangen worden door haakjes met een minteken ervoor.

Ga zelf m.b.v. de grafiek van $y = e^x$ en $y = \ln(x)$ na dat geldt:

$\lim\limits_{x\to\infty} e^x = \infty$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to -\infty} e^x = 0$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to -\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$

$\lim\limits_{x\to\infty} \ln(x) = \infty$ $\quad$ $\lim\limits_{x\downarrow 0} \ln(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\downarrow 0} \ln(\tfrac{1}{x}) = \infty$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to\infty} \ln(\tfrac{1}{x}) = -\infty$